

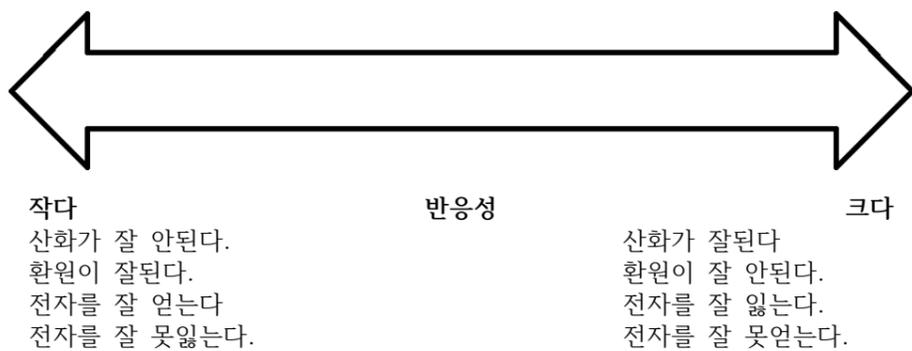
2. 금속 반응성의 해법

[1] 금속 반응성의 기본 개념

금속 반응성 문제풀이를 위한 기본적인 개념에 대해서 알아두도록 하자.

*전체적인 개념에선 아레니우스 정의, 브린스태드-로우리 정의, 루이스 정의에 대해서 배우나 금속반응성 문항을 위한 개념이므로 전자의 이동에 중점을 두자.

- (1) 산화 : 금속이 전자를 잃어 양이온을 띄는것
- (2) 환원 : 금속이 전자를 얻어 음이온이 되는것
- (3) 두 금속간의 산화와 환원 반응 : 어느 한쪽 금속이 전자를 잃고 다른 한쪽 금속이 전자를 얻는 반응.
- ex) $2A + 3B^{2+} \rightarrow 2A^{3+} + 6e^- + 3B^{2+} \rightarrow 2A^{3+} + 3B$
위 반응은 A가 산화되고 B가 환원된 반응이다.
- (4) 산화 환원의 동시성 : 어느 한쪽 금속이 산화되면 다른 금속은 환원된다.
- (4)5) 반응성 : 반응성에 대해서는 아래의 표를 보도록 하자.



즉 위 내용에서 금속반응성 문제풀이를 위해 중요한 내용을 뽑으면 아래와 같다.

- (a) 양이온이 들어있는 수용액에 금속을 넣어 반응이 일어나려면 **반응성이 더 큰 금속이 들어와야 하며 반응성이 더 작은 금속이 들어올 경우 반응이 일어나지 않는다.**
- (b) 수용액에 두가지 이상의 양이온이 존재할 경우 양이온은 **반응성이 작은 순서대로 반응한다.**
- (c) 두 금속이 반응할 때 어느 금속이 잃은 전자의 개수는 다른 금속이 얻은 전자의 개수와 동일하다.

여기까지가 금속반응성의 기본 개념이지만 실제 4페이지에서 나오는 고난도 문항을 풀기 위해서는 추가적으로 계산을 위한 개념을 알아둘 필요가 있으므로 차근차근 알아보도록 하자.

[2] 증가 감소의 판단 과정.

금속반응성 문항을 구성하는 요소를 꼽으면 크게 아래와 같다.

**A, B의 양이온 개수, 산화수, 반응성비교, 분자량 대소관계
전체 양이온수 변화량, 이동한 전자의 개수, 수용액의 밀도 변화 판단.**

위 요소들에 대한 기출을 풀었을때 기억을 되살려 보면 아래와 같다.

양이온의 개수를 구하기 위해서는 **반응한 A, B의 양**을 구해야 한다.

반응한 A, B의 양을 구하기 위해서는 **이동한 전자의 개수 또는 산화수를 알아야 한다.** 또한, **수용액의 밀도 증감 여부**를 판단하기 위해서는 석출된 금속의 질량과 이온화된 금속의 질량을 비교해야 한다 또한 이를 통해 **분자량의 대소관계** 판단을 하게 된다.

즉, 정리하면 **반응한 개수**를 바탕으로 나머지를 구하게 되며 반응한 개수는 **산화수**에 따라 달라진다. 따라서 산화수에 대하여 자세히 알아 두어야 하며 그 전에 금속반응성 문제풀이를 위해 간단한 개념을 알아두도록 하자.

(a) 원자번호 20번 이하의 원소에 대하여 1,2,3족 원소는 안정한 이온상태 일때 각각 +1, +2, +3의 산화수를 갖는다.

주기율표에서 왼쪽에 있을수록 전자를 잃으려는 경향을 띄며 오른쪽에 있을수록 얻으려는 경향을 띄기 때문에 1, 2, 3족 원소는 전자를 잃어 양이온을 띤다.

(b) 양이온 상태에서 A, B의 산화수 비율이 a:b일 경우 반응 개수비율은 b:a이다.

A^{a+} 이온이 전자를 얻어 A가 되고 B가 전자를 잃어 B^{b+} 로 산화되었다고 하자. 이때 반응한 A, B의 개수를 x, y라 하면 A가 얻은 전자의 개수는 총 ax, B가 잃은 전자의 개수는 총 by이므로 $ax=by$ 이며 $a:b=y:x$ 이다.

따라서 반응한 A와 B의 개수 비율은 $x:y=b:a$ 로 산화수의 반대비율과 일치한다.

(c) 양이온 상태의 산화수가 더 큰 금속이 들어오면 전체 양이온수는 감소하며 산화수가 더 작은 금속이 들어오면 전체 양이온수는 증가한다.

(b)를 보면 기존에 있는 양이온 A에 의해 양이온수는 b개 감소하며 B에 의해 양이온수는 a 증가한다. 따라서 전체 양이온 변화량은 $a-b$ 이므로 $a-b > 0$, $a > b$ 즉, 산화수가 더 작은 금속이 들어올 경우에는 전체 양이온수가 증가하며 $a=b$, 산화수가 같으면 일정, $a < b$ 로 산화수가 더 큰 금속이 들어올 경우에는 전체 양이온 수가 감소한다.

위 개념에서 산화수의 대소, 양이온수의 증가 감소에 대하여 정확히 염두하도록 한다.

[3] 단위 시행과 근에 대한 정의

금속반응성 이제 금속반응성 문제풀이를 위해 두가지 예제중 첫번째 예제에 대해서 알아보도록 하자.

예제 1) A^+ 수용액에 B를 넣어 B^{3+} 로 산화시켰더니 전체 양이온수가 10N 감소하였다. 반응한 A, B의 개수를 구하여라. (반응한 A, B의 개수를 각각 a, b라 놓고 풀 것.)

(풀이)

해설 - A

A가 얻은 전자의 개수가 a이고 B가 잃은 전자의 개수가 3b이므로 $a=3b$ 이다.
(또는 반응 개수비는 산화수 반대비이므로 $a:b=3:1$, $a=3b$)
이때 A에 의해 양이온수가 a 감소하고 B에 의해 양이온수가 b 증가하므로 감소한 양이온 수는 $a-b=10=3b-b=2b$ 이며 $b=5$ 이고 $a=15$ 이다 따라서 반응한 A, B의 개수는 각각 15N, 5N이다.

위 풀이대로 정확하게 접근한 사람도 있겠지만 아마 $a-b=10$ 부분에서 $b-a=10$ 이라고 식을 세운 사람도 존재할것이다. 만약 식을 그렇게 세웠다면 실수 원인은 증가 감소에 따른 변화량을 잘못 판단했기 때문일 것이다. 실제로 금속반응성 문제에서 증가와 감소의 구분은 매우 중요하다. 증가 감소에 따라 식이 바뀌고 그에 따른 답도 다르게 나와 오답이 발생할 확률이 높기 때문이다. 이처럼 금속반응성 문항을 틀리거나 어려워 하는 이유는 크게 아래와 같다.

- * 반응한 A, B의 양을 정확히, 빠르게 구하지 못해서.
- * 증가와 감소에 따른 식을 잘못 세우거나 증가 감소 판단을 제대로 하지 못해서.
- * 그래프 문항의 경우에는 그래프를 통한 상황파악을 제대로 하지 못해서.
- * 본인의 계산 과정이 와닿지 않아서.

즉, 금속 반응성 문항을 혼란을 겪지 않고 풀기 위해서는 위 문제점을 해결해야한다. 동시에 금속반응성 문제를 풀때 화학1 개념에 입각하여 적용하기 쉽게 재해석 할 필요가 있다. 앞에서 이런 말을 했었다.

“반응한 개수는 산화수에 따라 달라진다.”

따라서 위 문항을 산화수를 중심으로, 위에서 혼란을 최소화 하는 방향으로 풀어보자.
해당 풀이의 편리성을 위해 단어 몇가지를 새롭게 정의하도록 하겠다.

예제 1) A^+ 수용액에 B를 넣어 B^{3+} 로 산화시켰더니 전체 양이온수가 10N 감소하였다. 반응한 A, B의 개수를 구하여라. (반응한 A, B의 개수를 각각 a, b라 놓고 풀 것.)

단위 시행 : 반응하는 두 금속을 서로의 산화수 만큼 반응시켜 주는 것.

근 : 단위 시행, 또는 시행해야 하는 특정 시행 횟수.

해설 - B

즉, 예제 1의 경우 단위시행 1회는 A를 3개, B를 1개 반응시키는 것을 의미한다. 이때 전체 양이온수는 변하며 그것이 증가인지 감소인지는 몰라도 2개 변할것이다.

즉, 단위시행당 전체 양이온수의 변화량은 2이다. 그런데 문제에서 전체 양이온수가 10N만큼 변했으므로 단위시행을 5N번 해주면 된다. 따라서 단위시행당 반응 개수가 3, 1이므로 5번의 단위시행에 해당하는 개수는 각각 15, 5이므로 답은 15N, 5N이 된다.

그럼 문제를 다시 살펴보도록 하자.

예제 1) A^+ 수용액에 B를 넣어 B^{3+} 로 산화시켰더니 전체 양이온수가 10N 감소하였다. 반응한 A, B의 개수를 구하여라. (반응한 A, B의 개수를 각각 a, b라 놓고 풀 것.)

단위 시행당 전체 양이온수는 2만큼 변한다. 여기서 2라는 값은 단위시행때 반응하는 개수가 각각 3, 1이기 때문에 $3-1=2$ 에서 나온 값일것이다. 그리고 이 2는 3,1의 차이이며 3, 1은 반응하는 두 금속의 산화수이다. 즉 정리하면 아래와 같다.

단위 시행당 전체 양이온수 변화량은 산화수의 차다.

즉, 전체 양이온수 변화량 10N을 산화수의 차 2로 나누어 5N이 나왔고 이만큼 단위시행을 해준것이다. 이렇게 구한 단위시행의 횟수를 근이라고 한다.

근 : 시행해야하는 단위시행의 횟수이며 전체양이온수 변화량/산화수의 차다.

따라서 반응한 A, B의 개수는 각각 서로의 산화수에 근을 곱한것과 같다. 만약 산화수의 차가 0인 경우에는 어떻게 되는가? 이때는 단위 시행당 양이온수 변화량이 0이므로 전체 양이온수가 일정하게 유지가 될것이다. 위와 같은 관점으로 약간 다른 유형의 계산도 기출 예시들을 통해 한번 풀어보도록 하자.

[4] 오차 보정과 단위 시행의 연관성

앞에서 다룬 예제 1은 A, B가 서로 반응하는 상황이다. 하지만 이번에는 C에 의해서 A, B가 반응하는 상황을 다루어 보자. 여기에서도 단위시행 개념이 쓰이므로 자세히 다루도록 한다.

예제 2) C^+ 21N을 이용하여 A, B 각각 A^{+2} , B^{+3} 으로 산화 시켰다. 이때 생성된 양이온수가 8N일 때 산화된 A, B의 양은? (반응한 A, B의 개수를 각각 a, b라 놓고 풀 것.)

(풀이)

해설 - A

일단 C^+ 가 얻은 전자의 개수가 21N이며 A, B가 잃은 전자의 개수가 각각 2a, 3b이므로 $2a+3b=21N$ 이다. 또한 생성된 양이온의 개수가 총 8N이므로 $a+b=8N$ 이다. 따라서 $2a+3b=21N$ 에서 $2a+2b=16N$ 을 빼면 $b=5N$, $a=3N$ 이므로 반응한 A, B의 개수는 각각 3N, 5N이다.

위 풀이는 **정확한 풀이**이다. 하지만 위 풀이 과정에서 식만 보고 금속간의 반응이 직관적으로 와닿지 않는다. 따라서 문제를 풀면서 **연립 일차방정식**이 아닌 **화학1의 반응을 떠올릴 수 있도록** 재해석 하도록 차근차근 접근해보도록 하자. 일단 아래와 같이 가정해보도록 하자.

A, B양이온이 총 8개이므로 A 양이온이 8개라 가정하자.
이때, 이동한 전자의 총 개수는 어떻게 되는가?

물론 당연히 A 양이온의 개수가 8개인것은 아니다. 당연히 틀린 답안이며 틀렸다는것을 **알고 가정하는 것이다**. 양이온 A의 개수가 8개일경우 A의 산화수가 2이므로 이동한 전자의 개수는 16이라고 나온다. 하지만 실제로 이동한 전자의 개수는 C^+ 21에 의해(N 생략) 21이므로 모순이다.

모순이 발생한 이유는 **A가 8이 아니기 때문이다**. 즉, 다르게 말하면 **A를 너무 크게 잡아서** 라고 할 수 있다. 따라서 A를 줄여주고 B를 늘려줄텐데 이때 **A는 1씩 줄이고 B는 1씩 늘려보자**.

A 양이온이 7개 생성되고 B 양이온이 1개 생성되면 이동한 전자의 개수는 총 17개가 되며 이는 21과 다르므로 모순이다. 즉, 위 시행을 계속 하다보면 21이 나올때 A, B의 개수를 알게 될것이며 이 과정을 표로 나타내면 아래와 같다.

| 반응한 A의 개수 | 반응한 B의 개수 | 이동한 전자의 개수 |
|-----------|-----------|------------|
| 8 | 0 | 16 |
| 7 | 1 | 17 |
| 6 | 2 | 18 |
| 5 | 3 | 19 |
| 4 | 4 | 20 |
| 3 | 5 | 21 |
| 2 | 6 | 22 |
| 1 | 7 | 23 |
| 0 | 8 | 24 |

실전에서 이렇게 풀면 시간이 오래 걸리는것도 문제지만 위는 상당히 비효율적인 풀이방법이다. 여기서 위 표를 눈여겨 보면 아래와 같은 성질을 추론 할 수 있다.

- * A, B를 1씩 줄이고 늘릴때마다 이동한 전자의 개수는 1씩 증가한다.
- * 그 과정에서 오차가 보정되면서 결국엔 이동한 전자의 개수는 21이 나온다.

| 반응한 A의 개수 | 반응한 B의 개수 | 이동한 전자의 개수 |
|-----------|-----------|------------|
| 8 | 0 | 16 |
| 7 | 1 | 17 |
| 6 | 2 | 18 |
| 5 | 3 | 19 |
| 4 | 4 | 20 |
| 3 | 5 | 21 |
| 2 | 6 | 22 |
| 1 | 7 | 23 |
| 0 | 8 | 24 |

천천히 생각해보도록하자. 왜 이동한 전자의 개수가 1씩 변하는가? 그리고 1씩 늘리고 줄이는 시행을 몇번이나 해야하는가? 이 두 의문을 해결해야 금속반응성에서 반응한 양이온의 개수를 구할것이다.

일단 생성된 A, B의 양이온수를 각각 a, b라 한다면 이동한 전자의 개수는 $2a+3b$ 가 된다. 여기서 a와 b중 어느 하나는 1씩 늘리고 어느 하나는 1씩 줄이면 변화량은 $-2+3$ 또는 $2-3$ 으로 절대값 자체는 1로 같다. 따라서 위 내용을 정리하면 아래와 같다.

반응한 양이온의 개수를 가정 한 뒤 양이온의 수를 1씩 늘리고 줄이는 과정에서 이동한 전자의 개수는 변하며 그 크기는 산화수의 차와 같다.

위 내용을 바탕으로 예제 2를 다시 한번 풀어보도록 하자.

예제 2) C^+ 21N을 이용하여 A, B 각각 A^{+2} , B^{+3} 으로 산화 시켰다. 이때 생성된 양이온수가 8N일 때 산화된 A, B의 양은? (반응한 A, B의 개수를 각각 a, b라 놓고 풀 것.)

(풀이)

해설 - B

이동한 전자의 개수는 21개이며 A, B 양이온의 개수는 총 8개이다.(N생략)
 이때 A의 개수를 최대로 가정하면 (8,0)인데 이때 이동한 전자의 개수는 16이며 5만큼의 오차가 발생한다. 1회 수정당 오차가 1씩 감소하므로 총 5회 수정해야 한다. 따라서 답은 (3,5)이다.

B의 개수를 최대로 가정하면 (0,8)인데 이때 이동한 전자의 개수는 24이며 3만큼의 오차가 발생한다. 1회 수정당 오차가 1씩 감소하므로 총 3회 수정해야 한다. 따라서 답은 (3,5)이다.

예제 2와 비슷한 사례인 한가지 예시 문항을 더 풀어보도록 하자.

예제 3) 비커에 금속 B가 들어있으며 C^+ 이온을 총 15개 넣었다. 그 결과 금속 B는 B^{3+} 로 산화되었다. 그리고 비커속에 들어있는 양이온의 개수가 13개일때 (다)에 존재하는 양이온의 종류와 개수를 각각 구하여라.

(풀이)

해설 - C

넣어준 C 이온의 개수가 15이므로 이동한 전자의 개수는 15개이다. B의 양이온 개수를 13개로 잡으면 (13,0)이며 이동한 전자의 개수는 총 39개이며 24의 오차를 갖는다. 1회 수정당 오차가 2씩 줄어들으므로 1총 12회의 수정을 거쳐야 하며 이에 따른 정답은 (1,12)이다.

또는 C의 양이온 개수를 13으로 잡으면 (0,13)이며 이동한 전자의 개수는 총 13개이며 2만큼의 오차가 발생한다. 따라서 총 1회의 시행을 해주어야 하며 이에 따른 정답은 (1,12)이다.

위 해설에 의문을 가질수가 있다. “C가 모두 반응하지 않았으므로 이동한 전자의 개수는 15개보다 작아야 하지 않는가?” 맞다. 실제로 이동한 전자의 개수는 15개보다 작다. 하지만 위 풀이에서 답이 제대로 나오는 이유는 무엇인가? 바로 계산적으로 볼때 무관하도록 시점을 바꿨기 때문이다.

해설 C의 풀이를 조금 다르게 표현하면 아래와 같다.

1. C⁺ 15개를 넣어주었으며 이는 B를 산화시키고 나서 C를 산화시킨다.
2. 즉, C⁺가 B를 B³⁺로 산화시킨 뒤에 C를 C⁺로 산화시킨다.
(즉, 이 해석에서 산화된 C개수=남아있는 C 양이온 개수)
3. 위 해석을 바탕으로 C이온이 C를 산화시켜 C이온을 만든다고 바라보며 이는 남아있는 C양이온 개수다.

따라서 위와 같은 풀이로 접근해도 답이 제대로 나오는것이다. 또한 위 풀이 과정들을 통해 몇가지 특징을 잡아보면 아래와 같다.

1. 최대값을 갖는 양이온을 A로 잡느냐 B로 잡느냐에 따라 발생하는 오차는 달라진다.
2. 하지만 위 가정에 상관없이 1회 시행당 보정되는 오차의 값은 같다.
3. 따라서 오차가 작을수록 수정 시행의 횟수는 줄어든다.

위 내용을 통해 풀이상에서 방향성을 잡자면 아래와 같다.

1회 시행당 보정되는 오차의 값은 일정하므로 첫 가정때 오차를 최대한 작게 만들자.
그래야 시행해야 하는 횟수가 줄어들어 계산이 편리해지며 실수발생이 줄어든다.

새로운 풀이에서 실수가 적게발생하는 이유는 아래와 같다.

1. 어느 특정 양이온을 최대한로 잡음으로써 새로운 풀이에서의 실수발생을 줄임.

예제 2) C⁺ 21N을 이용하여 A, B 각각 A⁺², B⁺³으로 산화 시켰다. 이때 생성된 양이온수가 8N일 때 산화된 A, B의 양은? (반응한 A, B의 개수를 각각 a, b라 놓고 풀 것.)

만약 예제 2에서 (8,0) 또는 (0,8)이 아닌 (4,4)를 가정했다 해보자. 그럼 이때 오차는 1이므로 1회 시행을 해주어야 할거다. 하지만 이때 (4,4)에서 1회 시행의 결과는 (3,5) 또는 (5,3) 두가지로 나뉘기 때문에 두가지를 확인해야 한다. 하지만 어느 값을 최대한로 잡아 (8,0)이면 5회의 시행을 해주어야 하며 이때 답은 음수가 나오지 않으므로 자연스럽게 (3,5)라는 답이 나온다.

2. 증가 감소에 상관 없이 일정한 풀이를 유도하는것이 가능하다.

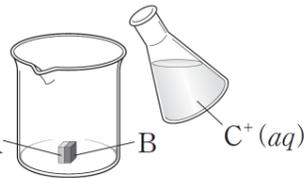
오차 보정 과정에서도 이동 전자량이 증가하는지 감소하는지는 따지지 않는다. 오차 보정의 값을 산화수의 차로 접근하기 때문에 일정한 풀이가 유도되기 때문.

여태까지 배운 내용을 모두 합친 문항을 한번 풀어보도록 하자.

20150620

다음은 금속 A~C의 산화 환원 반응 실험이다.

[실험 과정]
 (가) 두 금속 A와 B가 들어 있는 비커에 $C^+(aq)$ VmL 를 넣어 반응시킨다.
 (나) 과정 (가)의 비커에 $C^+(aq)$ A B $C^+(aq)$ VmL 를 더 넣어 반응시킨다.
 (다) 과정 (나)의 비커에 $C^+(aq)$ VmL 를 더 넣어 반응시킨다.



[실험 결과]
 ○ A가 모두 산화된 후 B가 산화되었다.
 ○ (가) ~ (다)에서 반응 후 용액 속의 양이온 종류와 수

| | (가) | (나) | (다) |
|-------------|------------------|------------------|-----------------------|
| 양이온 종류 | A^{2+}, B^{3+} | A^{2+}, B^{3+} | A^{2+}, B^{3+}, C^+ |
| 양이온 수 (상댓값) | 6 | 11 | 24 |

반응 전 A에 대한 B의 몰수 비($\frac{B의 몰수}{A의 몰수}$)는?

(단, 음이온은 반응하지 않는다.)

- ① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

- (1) (가)에서 (나)로 넘어갈때 생성되는 양이온의 종류는? ()
- (2) (가)에서 (나)로 넘어갈때 이동하는 전자의 개수는? ()
- (3) (가)에서 생성된 양이온의 개수를 (A,B,C)꼴로 적으시오. (, ,)
- (4) (나)로 넘어갈때 새로 생성된 양이온의 개수를 (A,B,C)꼴로 적으시오. (, ,)
- (5) (다)에서 반응하는 금속과 양이온의 종류를 적으시오. ()
- (6) (나)에서 (다)로 넘어갈때 새로 생성된 양이온의 개수를 (A,B,C)꼴로 적으시오. (단, C는 예제 3처럼 남아있는 양이온의 개수를 적을것) (, ,)
- (7) 처음에 들어있던 A, B의 개수를 구하여라.
 A= B=

<해설>

- (1) (가)에서 B 양이온이 생성 되었으므로 A가 모두 반응한것이므로 (나)에서 새로 생성된 양이온은 B^{3+} 이다.
- (2) (나)로 넘어갈때 B^{3+} 가 5개 생성되었으므로 이동한 전자의 개수는 15개이다.
- (3) (가)에서 양이온은 총 6개 생성되었다. (6, 0, 0)으로 가정하면 오차는 3이다. 1회 시행당 오차는 1씩 줄어들기 때문에 3번 시행을 해주면 (3, 3, 0)이다.
- (4) (나)에서는 B만 생성되었으므로 새로 생성된 양이온의 개수는 (0, 5, 0)이다.
- (5) (다)에서는 실질적으로 새로 생성된 양이온은 B 하나지만 예제 3적 해석으로 인해 B, C 양이온이 생성되었다고 해석한다.
- (6) 양이온이 총 13개 생성되었으므로 (0, 13)이라 가정하면 2만큼의 오차가 발생한다. 1회 시행당 오차는 2씩 보정되므로 1회만 시행하면 되므로 생성된 양이온의 개수는 (1, 12)이다.
- (7) 처음에 들어있던 A와 B의 개수를 구하기 위해서는 (가)에서 생성된 양이온과 (나)에서 새로 생성된 양이온의 개수를 합해야 한다.
 (가) = (3, 3, 0), (나) = (0, 5, 0), (다) = (0, 1, 12)
 따라서 A의 개수는 총 9고 B는 3이므로 답은 3이다.

* 해당 문항은 여태까지 배운 내용을 총 집합한 기출 문항이다. 이제 마지막으로 그래프 해석으로 넘어가도록 하자.

[5] 그래프의 작성

금속반응성은 주로 표문제와 그래프 문제가 나온다. 여기서 그래프 문제에 대해서 한번 생각해 보고 넘어가도록 하자. 그래프는 주로 직선으로 나올 것이며 설명 곡선이 나온다 하더라도 **평균 변화량을 이용해서 풀고 이 역시 직선풀이와 차이가 없다.** 즉, 1차함수의 조합으로 그래프가 출제되며 1차함수에서 중요한것을 뽑으라고 하면? 당연히 집중팔구는 **기울기를 뽑을것이다.** 즉, 기울기를 판단하는 순간 **함수값의 변화를 쉽게 잡을것이며** 문제풀이가 수월해질것이다. 따라서 기울기에 대해서 알아볼 필요가 있으며 이때 앞에서 배운 개념들이 사용되어야한다.
 일단 기울기에 대해서 알아보도록 하자.

$$\text{기울기 } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y\text{값요소변화량}}{x\text{값요소변화량}}$$

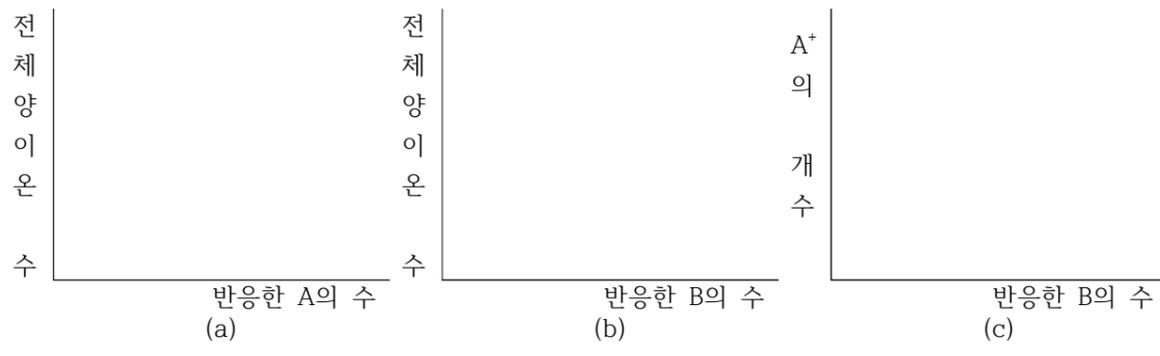
위 정의를 모르는 사람은 거의 없을텐데 막상 문제에서 기울기를 구하라고 하면 못구하는 경우가 다수다. 그럼 여기서 기울기에 대해서 조금만 알아보도록 하자.

직선의 기울기를 구할 때 x의 범위가 (0,1)에서의 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 값을 구하나 (0,k)에서 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 값을 구하나 항상 같은값이 나올것이다. 즉, 어느 범위의 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 를 구하든 **상관없이 기울기는 일정하게 나온다는것을 의미한다.** 따라서 그 범위에 대해서 한가지 기준을 잡을 필요가 있는데 이 기준을 단위시행을 잡도록 한다.

그래프의 기울기를 구할 때의 구간은 단위시행에 의거하여 기울기를 구하도록 한다.

말로는 와닿지가 않으므로 앞에서 다루었던 상황에 대한 그래프를 직접 작성해보도록 하자.

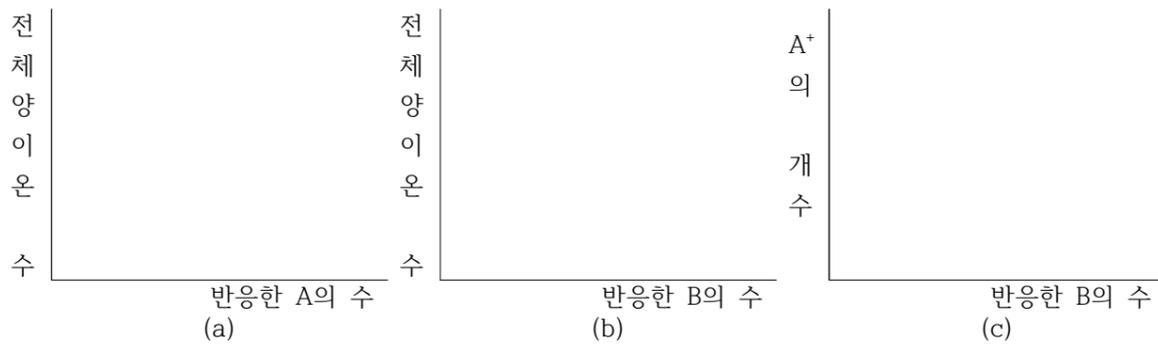
A⁺수용액에 B를 넣어 B³⁺로 산화시킨다. 처음 비커속에 존재하는 A⁺의 양이 12일때 그래프의 개형은 어떻게 되는지 생각해보고 아래 조건에 따라 직접 그려보아라.
 (y절편의 좌표, 각 그래프 직선구간의 기울기, 꺾인점의 좌표를 표시할것)



*위와 같이 그래프를 작성할때는 아래와 같은 방향성을 띄도록 한다.

1. 기울기를 구할 때 각 구간의 $|\frac{\Delta y}{\Delta x}|$ 구하도록 한다.
2. 구하면서 기울기가 산화수 측면에서 어떠한 값을 갖는지 생각하라.
3. 반응 종결 지점이 되기 위한 단위시행의 횟수를 구하여라.
4. 기울기의 **절댓값**을 먼저 구한 뒤에 기울기를 판단하도록 한다.

A⁺수용액에 B를 넣어 B³⁺로 산화시킨다. 처음 비커속에 존재하는 A⁺의 양이 12일때 그래프의 개형은 어떻게 되는지 생각해보고 아래 조건에 따라 직접 그려보아라.
(y절편의 좌표, 각 그래프 직선구간의 기울기, 꺾임점의 좌표를 표시할것)



〈해설〉

| (a) | |
|-----------|---|
| y절편 좌표 | 처음 존재하는 양이온이 A ⁺ 12개이므로 (0,12)이다. |
| 그래프 기울기 | 단위 시행당 전체 양이온수는 2씩 변하며 이때 반응하는 A의 개수는 B의 산화수인 3이므로 기울기의 크기는 2/3이다. 또한 산화수가 더 큰 금속이 들어오므로 전체 양이온수는 감소하므로 기울기는 -2/3이다. |
| 반응 종결점 좌표 | 단위 시행당 A, B는 각각 3, 1씩 반응한다. A가 총 12개이므로 단위시행은 4번 이어야 하므로 이때 반응 개수는 12, 4이다. 단위시행을 4번 했으므로 전체 양이온수는 8만큼 감소해야하므로 y값은 4, 반응한 A의 개수는 12이므로 종결점의 좌표는 (12,4)이다. |

| (b) | |
|-----------|---|
| y절편 좌표 | 처음 존재하는 양이온이 A ⁺ 12개이므로 (0,12)이다. |
| 그래프 기울기 | 단위 시행당 전체 양이온수는 2씩 변하며 이때 반응하는 B의 개수는 A의 산화수인 1이므로 기울기의 크기는 2이며 산화수가 더 큰 금속이 들어오므로 전체 양이온수는 감소하므로 기울기는 -2이다. |
| 반응 종결점 좌표 | 단위 시행당 A, B는 각각 3, 1씩 반응한다. A가 총 12개이므로 단위시행은 4번 이어야 하므로 이때 반응 개수는 12, 4이다. 단위시행을 4번 했으므로 전체 양이온수는 8만큼 감소해야하므로 y값은 4, 반응한 B의 개수는 4이므로 종결점의 좌표는 (4,4)이다. |

| (c) | |
|-----------|--|
| y절편 좌표 | 처음 존재하는 A ⁺ 가 12개이므로 (0,12)이다. |
| 그래프 기울기 | 단위 시행당 반응하는 A와 B의 개수가 각각 3, 1이므로 기울기의 크기는 3이며 이때 A양이온의 개수가 감소하므로 기울기는 -3이다. |
| 반응 종결점 좌표 | 단위 시행당 A, B는 각각 3, 1씩 반응한다. A가 총 12개이므로 단위시행은 4번 이어야 하므로 이때 반응 개수는 12, 4이다. 이때 y좌표는 0, x좌표는 4가 되므로 종결점의 좌표는 (4,0)이다. |

즉 위처럼 기울기를 구할 때는 아래와 같은 단계로 구하도록 한다.

- (1) 단위시행때 반응량을 판단 한 뒤에 $|\frac{\Delta y}{\Delta x}|$ 를 구하도록 한다.
- (2) y값의 증가 감소를 판단 한 다음에 (1)에 부호를 붙여주도록 한다.

항상 절댓값을 먼저 구하고 부호를 그 다음에 판단하도록 하자.

[6] 그래프의 기울기를 통한 상황 추론

위에서 그래프를 작성할때는 문제 상황에서의 기울기를 구하기 위해서는 **단위시행**을 미리 판단하여 x, y축 요소를 판단한 뒤에 기울기의 부호를 판단하였다. 하지만 그래프의 기울기를 보고 단위 시행을 떠올린다면 기울기 만으로도 여러 정보를 알아내는것이 가능하다. 단, 아래의 전제조건을 따른다.

어떤 임의의 금속이 산화되었을때 산화수는 +1, +2, +3중 하나이다.

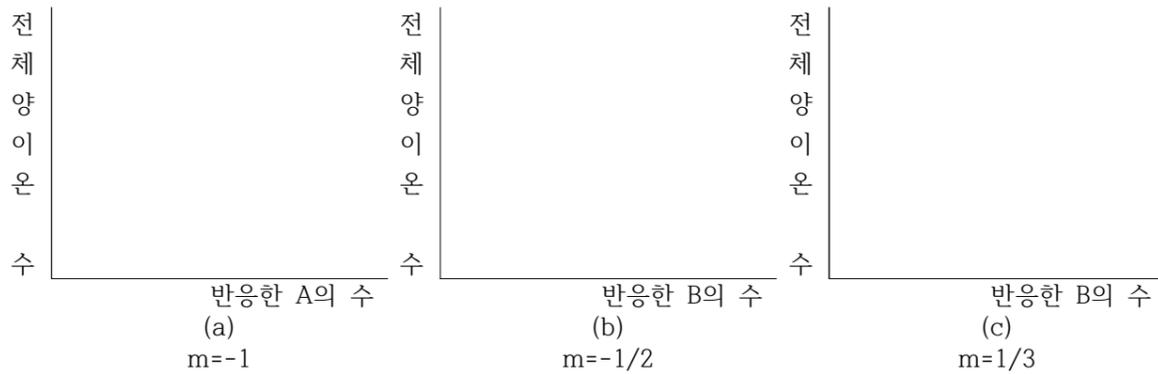
실제로는 +4도 있으나 수능특강에서 주기율표에서 왼쪽상에 속할수록 양이온을 띄려는 성질이 강하며 오른쪽상에 속할수록 음이온을 띄려는 성질이 강하다고 서술되어있다. 또한 금속성에 대해서도 위와 같은 내용을 적어 두었기 때문에 실제로 14족의 이온상태에 대해서는 묻지 않는다.

또한, 4s, 3d오비탈 역전 원인에 대해 설명이 안되어 있으므로 +4가 이온은 나오는것이 불가능하다고 봐도 무방하므로 위 전제 하에 내용을 진행하도록 하겠다.

기본적으로 기울기를 통해 상황을 역추론 하는 과정은 아래와 같다.

1. 그래프의 기울기의 분자를 **단위시행에서 나올 수 있는 Δx 의 값들로 나타내준다.**
2. 분모를 Δx 로 바꾸어 주었을때 **단위시행에서 나올 수 있는 Δy 의 값들로 나타내준다.**
3. 2에서 가능한 경우의 수를 뽑아내며 경우의 수가 두개 이상이면 두개 모두 구한다.
4. 두개 이상일 경우에는 문제 조건과 비교하여 둘중 어느 상황이 **진짜 상황인지 가려내도록 한다.**

위에서 풀었던 간단한 예제를 바탕으로 추론해보자.



위 예제에서 구했던 그래프의 기울기인데 이 기울기를 통해 상황을 역으로 추론해보도록 하자.

(a) 단위시행에 의해 금속 A, B의 산화수가 각각 a, b일 경우 전체 양이온수 변화량은 $|a-b|$ 이고 이때 반응한 A의 수는 b이므로 기울기의 절대값은 $|a-b|/b$ 이다. 또한 여기서 b의 값은 1, 2, 3이 가능하므로 기울기 $m = -1 = -\frac{1}{1} = -\frac{2}{2} = -\frac{3}{3}$ 으로 해석이 가능하다. 또한 여기서 분모는 b이며

분자는 $|a-b|$ 와 같은 크기를 가진다. 따라서 $m = -\frac{1}{1} = -\frac{|2-1|}{1}$ 이라고 해석이 가능하다.

$m = -\frac{2}{2}$ 의 경우에는 분자를 만족하는 경우의 수가 없으며 $m = -\frac{3}{3}$ 의 경우에도 마찬가지다. 따라서

$m = -\frac{1}{1} = -\frac{|2-1|}{1}$ 이다. 그런데 기울기가 음수라는 것은 들어온 금속의 산화수가 더 크다는

의미이므로 (a)의 경우에는 +1가 수용액에 금속을 넣어 +2가로 산화시키는 상황임을 추론할 수 있다.

(b) $m = -\frac{1}{2} = -\frac{|2-1|}{2} = -\frac{|3-2|}{2}$ 이므로 이때는 +1가 수용액에 금속을 넣어 +2로 산화시키거나

+2가 수용액에 금속을 넣어 +3가로 산화시키는 상황 두가지가 가능하다. 이때는 문제 조건과 비교하여 어느 상황인지 판별해야 한다.

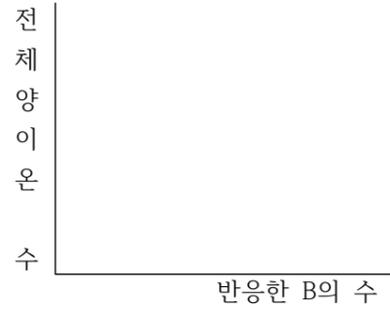
(c) 이때 역시 분모가 1, 2, 3이면서 분자는 0, 1, 2만 가능하므로 $m = 1/3$ 이고 기울기가 양수이므로 이는 +3가 수용액에 금속을 넣어 +1가로 산화시키는 상황임을 추론이 가능하다.

즉, y축이 전체 양이온수일때는 대부분 아래에서 추론이 거의 가능하다.

$$m = \pm \frac{|a-b|}{a \text{ or } b}$$

(분모는 1, 2, 3만이 가능하며 동시에 분자는 0, 1, 2만이 가능하다)

주로 y축에는 특정 금속의 이온수 또는, 전체 양이온수가 자주 나오므로 위 식을 정확히 이해하도록 하자. 설령 전체 양이온수가 아니더라도 기울기의 정의와 공식, 그리고 단위시행을 떠올리면 쉽게 파악이 가능할테니 여러번 연습해두도록 하자.



기울기에 따른 상황을 추론하여 보아라.

(1) $m = 0$

(2) $m = 1/2$

(3) $m = -1/2$

(4) $m = 1$

(5) $m = -1$

(6) $m = 1/3$

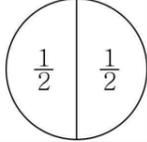
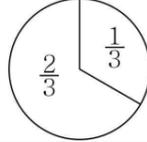
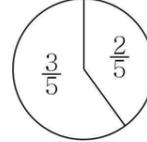
(7) $m = -1/3$

(8) $m = 2/3$

(9) $m = -2/3$

20141020

표는 금속 양이온 A^{3+} 과 B^{+} 이 들어 있는 수용액에 금속 C를 넣었을 때, 반응이 진행됨에 따라 생성되는 C^{2+} 의 몰수와 용액속에 존재하는 양이온 수의 비율을 이온의 종류에 상관없이 나타낸 것이다. 용액 (가)~(다)에는 각각 2가지 양이온만 존재한다.

| 용액 | (가) | (나) | (다) |
|-----------------------|---|---|---|
| 생성되는 C^{2+} 의 몰수(몰) | 0 | 0.03 | 0.06 |
| 양이온 수의 비율 |  |  |  |

이에 대한 옳은 설명만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, A ~ C는 임의의 원소 기호이다.)

| <보기> | |
|------|-------------------------------------|
| ㄱ. | B^{+} 이 A^{3+} 보다 환원되기 쉽다. |
| ㄴ. | (가)에서 A^{3+} 의 몰수는 0.06몰이다. |
| ㄷ. | 전체 양이온 수의 비는 (나) : (다) = 9 : 10 이다. |

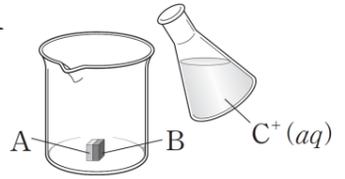
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20150620

다음은 금속 A~C의 산화 환원 반응 실험이다.

[실험 과정]

(가) 두 금속 A와 B가 들어 있는 비커에 $C^{+}(aq)$ VmL를 넣어 반응시킨다.



(나) 과정 (가)의 비커에 $C^{+}(aq)$ VmL를 더 넣어 반응시킨다.

(다) 과정 (나)의 비커에 $C^{+}(aq)$ VmL를 더 넣어 반응시킨다.

[실험 결과]

- A가 모두 산화된 후 B가 산화되었다.
- (가) ~ (다)에서 반응 후 용액 속의 양이온 종류와 수

| | (가) | (나) | (다) |
|-------------|------------------|------------------|-------------------------|
| 양이온 종류 | A^{2+}, B^{3+} | A^{2+}, B^{3+} | A^{2+}, B^{3+}, C^{+} |
| 양이온 수 (상댓값) | 6 | 11 | 24 |

반응 전 A에 대한 B의 몰수 비($\frac{B\text{의 몰수}}{A\text{의 몰수}}$)는?

(단, 음이온은 반응하지 않는다.)

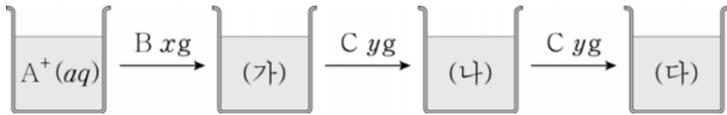
- ① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

20151018

다음은 산화 환원 반응 실험이다. A ~ C는 금속 원소이고, B와 C의 이온은 각각 B^{m+} , C^{n+} 이다.

[실험 과정]

- (1) A^+ 이 들어 있는 수용액에 B xg 을 넣어 반응시킨다.
- (2) 과정 (1)의 비커에 C yg 을 넣어 반응시킨다.
- (3) 과정 (2)의 비커에 C yg 을 넣어 반응시킨다.



[실험 결과]

- 수용액 (가) ~ (다)에 들어 있는 양이온의 가짓수와 전체 양이온 수

| | (가) | (나) | (다) |
|----------|-----|-----|-----|
| 양이온의 가짓수 | 1 | 2 | 1 |
| 전체 양이온 수 | 9N | 7N | 6N |

이에 대한 옳은 설명만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, A~C는 임의의 원소 기호이고, B와 C는 물과 반응하지 않으며, 음이온은 반응에 참여하지 않는다.)

<보기>

- ㄱ. C^{n+} 이 A^+ 보다 환원되기 쉽다.
- ㄴ. (나)에서 $\frac{C^{n+}의 수}{B^{m+}의 수} = \frac{4}{3}$ 이다.
- ㄷ. (다)에서 반응하지 않고 남은 C의 질량은 $\frac{1}{3}yg$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

20151119

다음은 금속 A와 B가 들어 있는 비커에 $C^{2+}(aq)$ 의 부피를 달리하여 넣은 실험 1~3에 대한 자료이다.

- 실험 1~3 각각에서 비커에 넣어 준 금속의 질량은 A w_1g , B w_2g 이다.
- A가 모두 산화된 후 B가 산화되었다.
- A^{m+} 의 m은 3이하이다.
- 실험 3에서 반응 후 B^+ 수는 C^{2+} 수의 5배이다.

| 실험 | $C^{2+}(aq)$ 의 부피(L) | 반응 후 용액 속의 금속 양이온 | |
|----|----------------------|-----------------------------|-----|
| | | 종류 | 수 |
| 1 | 1 | A^{m+} , B^+ | 6N |
| 2 | 1.5 | A^{m+} , B^+ | 12N |
| 3 | 2.5 | A^{m+} , B^+ , C^{2+} | xN |

$\frac{x}{m}$ 는? (단, 음이온은 반응하지 않는다.)

- ① 6 ② 7 ③ 7.5 ④ 9 ⑤ 10.5