처음 만나는 개념
둘. 미적분 1

뜻이 있는 곳에 길이 있다.

'뜻'은 다른 말로 하면 '명분과 가치'이다.
20대를 살아가는, 살아갈 너희들은 이 말을 믿어야 한다.
'선택의 순간' 가장 중요한 판단 기준이 바로 '나의 뜻'이다.
어떤 일에 '뜻'을 가지면 반드시 사람이 모이고 길이 생긴다.

믿음은 바라는 것들의 실상이다.

이 말은 성경 구절이지만 세상을 살아가는데 반드시 필요한 '신념'이다.
모든 바라는 것들은 '강하게 믿으면 실상'이 된다.

믿으면 된다.

미천한 수학자

믿으면 된다.

미천한 수학자

‘수학은 암기가 아니다.’

이것은 올바른 주장입니다.

수학은 ‘암기’만으로는 절대 해결되지 않는

‘그 무엇’인가가 존재하기 때문입니다.

하지만 이 주장이 ‘암기는 필요 없다.’

를 의미하는 것은 아닙니다.

우리는 ‘정확한 수학 개념’을 인지해야 하고,

그것들은 나중에 찾아볼 수 있도록

잘 ‘정리’되어 있어야 합니다.

.

.

.

‘공부는 때론 무의미해 보이는 과정의 반복이다.’

기억되지도 않은 지식이

논리로 사용될 수는 없는 것입니다.

강제로, 억지로라도 외울 것은 외워야 합니다.

믿으면 된다.

미친한 수학자

책의 구성과 학습법

1. 구조도 그리기

- 구조도가 그려져 있지 않으면 배운 내용을 바탕으로 그려본다.
- 병렬적 방식이 아닌 유기적 흐름으로서 수학을 인지하는 것이 꾸준한 학습에 도움을 준다.

: 구조도를 그리는 것은 <u>생각을 정리하는 것</u>은 다음 지식을 받아들이고, 이해하고, 기억된 지식을 사용하는 등 모든 학습에 중요하고 또한 유효하다.

: 생각 정리의 목적이지 암기의 목적이 아니다.

2. 필기

- 최대한 필기할 것이 없도록 하긴 했으나 일부 필기할 것도 있다. (단, 암기노트에는 모든 내용, 구조도까지 들어가 있을 것)

3. 예제

- 모든 개념은 예제와 유기적으로 연동되어 기억되어야 하므로, 개념복습에서 예제의 모든 과정을 하나하나 밟아 보는 것은 필수이다.

4. 복습법

- 1회 차 복습은 책으로 한다. 책을 정독하고 필기한 내용을 정리하며 '구조도'를 그려본다. 당장은 문제를 푸는 것이 도움이 되지 않는다고 느낄 수 있으나 앞으로 방대한 양의 지식을 흡수하는 데에 반드시 필요한 과정이다.
- 2회 ~ 마지막 회차 복습에는 '암기노트가 제공' 될 것이므로 암기노트의 내용을 읽고, 암기 테스트의 빈칸을 채우고 예제를 풀어보는 행위 자체가 '복습'에 엄청난 도움을 줄 것이다.

목차

목차

목차

목차

저자의 말...!

기반논리를 안했다면 하고 오셔야 합니다.

자만하지 마세요. 6월이 되면 기반논리와

개념복습이 힘을 느끼게 될겁니다.

기반논리는 분명히 모든 문제에 '부분적인 논리'로 들어감에도 불구하고,

그리고 꽤 많은 부분에서

그 논리가 문제를 푸는 핵심적인 역할을 함에도 불구하고,

학생들은 이것을 경시합니다.

부디,

기반논리를 꼭 하고 오셨으면 좋겠습니다.

후에 처음만난 개념의 모든 책을 복습할 수 있는

암기노트를 제공했을 때,

단, 하루면 처음 만난 개념 전체를 복습할 수 있어야 합니다.

우리가 버려야 하는 것은 조급함이고,

우리가 가져야 하는 것은 믿음이다.

3개월 만에 성적 수직상승..

이런 말은 거르셔야 합니다.

어떤 사람은 키가 190으로 태어났고,

몸에 근육도 충분하고, 탄성도 좋고, 체력도 좋다고 합시다.

이런 사람이 만약 농구공을 한 번도 잡아본 적이 없다고 하죠.

이런 사람들은... 당연히 금방 농구를 잘 할 수 있게 되죠.

이런 사람들은 사람들 입에 굉장히 많이 회자가 되긴 하지만

그래서 저런 사람들이 엄청 많이 있다고 생각되기도 하지만

사실 굉장히 드물죠.

대부분은 키 170정도에 운동을 하지 않으면 체력이 떨어집니다.

약간의 차이가 있을 수 있지만 충분히 극복이 가능한 정도입니다.

결국 **미적분 내용은 농구하는 방법을 의미**하지만 이미 그전에

'미적분'을 받아들일 수 있는 지적인 능력을

결정하는 것은 기반논리입니다.

그래서 본인이 식도 잘 다루지 못하고, 식과 그래프와 개연성도 능숙하지 못하며,

상황과 상황의 동치도 능숙하게 다루지 못한다면

기초 체력부터 훈련하는 게 맞습니다.

목표가 최소 상위권 대학이라면

이 정도의 훈련을 하는 게 맞습니다.

이 훈련을 다 끝내고 견뎌보면

같은 미적분을 보더라도 시야가 달라질 것입니다.

수학의 논리란 상황과 상황의 동치를

이해하는 것이다.

각 상황을 정확히 이해해야 하고

이해한 상황들끼리 논리적으로 연결되어 있음을 느껴야 한다.

방정식의 상황을 함수의 상황으로 바꾸어 생각하고,

함수의 상황에서 관계식을 세우는 것.

이런 것이 바로 상황과 상황의 동치, 그리고 상황과 동치가 되는 관계식이다.

이런 예측은 불필요한 수식적 연산을 생략하게 하며,

논리적 확신을 갖게 한다.

밑 빠진 독에

물을 붓지 않으려면

반드시 기반논리에

시간을 투자하셔야 합니다.

믿으면 된다.

미천한 수학자

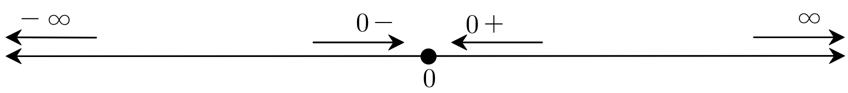
#1. 극한의 직관적 이해

#1-1. 무한대의 이해

1) 무한대는 상태 : 연산하는 것이 아니라 상태만 관찰
2) 무한대는 부호가 있다. : 부호는 방향을 의미

#1-2. 무한소의 이해

1) 무한소는 상태 : 연산하는 것이 아니라 상태만 관찰
2) 무한소는 부호가 있다. : 부호는 방향을 의미



영과 무한소는 구분되어야 한다.

#1-3. 과정과 결과의 차이

1) $0.\dot{9} < 1$ ($\times$), $0.\dot{9} = 1$ ($\bigcirc$)

2) $\boxed{\lim_{\to}\boxed{\text{과정}}} = \text{결과}$

$\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\right)} = 0$ → 명백하게 0, $\left(\frac{1}{n}\right)$ → $0+$

$\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{1}{n}\right)} = 0$ → 명백하게 0, $\left(-\frac{1}{n}\right)$ → $0-$

#1-4. 극한의 상태 관찰 (직관적 연습)

: 극한은 꼴+값!! (수렴한다면 과정이 아닌 결과로)

∞와 상수	① $\infty \pm 3 = \infty$ ② $3 \times \infty = \infty$ ③ $-3 \times \infty = -\infty$ ④ $\dfrac{3}{\pm\infty} = 0$ ⑤ $\dfrac{\infty}{3} = \infty$ ⑥ $\dfrac{\infty}{-3} = -\infty$
∞와 ∞	① $\infty + \infty = \infty$ ② $\infty - \infty =$ 부정형 ③ $\infty \times \infty = \infty$ ④ $-\infty \times \infty = -\infty$ ⑤ $-\infty \times -\infty = \infty$ ⑥ $\dfrac{\infty}{\infty} =$ 부정형
∞와 $0\pm$	① $\dfrac{0\pm}{\infty} = 0$ ② $\dfrac{\infty}{0+} = \infty$ ③ $\dfrac{\infty}{0-} = -\infty$ ④ $(0\pm) \times \infty =$ 부정형
∞와 0	① $\dfrac{0}{\infty} = 0$ ② $\dfrac{\infty}{0} =$ 정의하지 않음 ③ $0 \times \infty = 0$
$0\pm$와 $0\pm$	① $(0\pm)+(0\pm) = 0$ ② $(0\pm)-(0\pm) = 0$ ③ $(0\pm)\times(0\pm) = 0$ ④ $\dfrac{0\pm}{0\pm} =$ 부정형
$0\pm$와 상수	① $\pm 0 \times$ 상수 $= 0$ ② $\dfrac{0\pm}{\text{상수}} = 0$ ③ $\dfrac{2}{0+} = \infty$ ④ $\dfrac{2}{0-} = -\infty$
$0\pm$와 0	① $\dfrac{0}{0\pm} = 0$ ① $\dfrac{0\pm}{0} =$ 정의하지 않음
진동하는 경우	수열 $\{a_n\}$이 $\begin{cases} a_{2n} = f(n) \\ a_{2n-1} = g(n) \end{cases}$와 같이 정의된 경우 $\lim\limits_{n\to\infty} a_{2n}$과 $\lim\limits_{n\to\infty} a_{2n-1}$을 각각 따로 관찰하여 같은지 확인한다.
8 부정형	(공통) : ① $\dfrac{\infty}{\infty}$ ② $\infty - \infty$ ③ $\dfrac{0}{0}$꼴 ④ $\infty \times 0$꼴 ⑤ ∞^0꼴 ⑥ 0^0꼴 (이과) : ① 약분 안 되는 $\dfrac{0}{0}$꼴 ② 1^∞꼴

극한의 두 가지 명언

1) 극한은 꼴값

2) 부정형에 영향을 주지 않는 항 또는 인수는 상수로 처리한다.

#2. 수렴과 발산 : $n\to\infty$에 따른 a_n의 결과를 관찰

#2-1. 수열 $\{a_n\}$이 수렴

: a_n이 하나의 값에 도달

#2-2. 수열 $\{a_n\}$이 발산

: 수렴^C (수렴이 아닌 모든 경우)

NOTE1. **극한의 분할적 사고**

$\lim\limits_{n\to\infty} a_n$이 나올 수 있는 모든 경우 : $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \begin{cases} \pm\infty\,(\text{발산}) \\ \text{진동}\,(\text{해서 발산}) \\ 0 \ \text{ or } \ k\,(\text{수렴}) \end{cases}$

NOTE2. 동네세 스킬 

: 수열이 규칙성이 보이지 않는다면 아래와 같이 <홀수 번째 항끼리, 짝수 번째 항끼리> 혹은 <3개의 항을 기준으로 같은 위치의 항>끼리 규칙을 비교해보는 것이 좋다.

- 동네세 스킬 : 동그라미, 네모, 세모를 표시하여 내부수열을 관찰하는 방법

⇨ $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}\ \cdots$

- 진동하는 수열 $\{a_n\}$의 수렴과 발산 ⇨ $\lim\limits_{n\to\infty} a_{2n-1} = \lim\limits_{n\to\infty} a_{2n}$: 수열 $\{a_n\}$은 수렴

⇨ $\lim\limits_{n\to\infty} a_{2n-1} \neq \lim\limits_{n\to\infty} a_{2n}$: 수열 $\{a_n\}$은 발산

#3. 극한의 성질 (수렴하는 수열의 극한값을 결정하는 교과서 논리)

#3-1. 극한의 성질 1 (등식)

: 수렴해야 극한을 분배할 수 있다. (고등 극한의 성질은 증명하지 않는다.)

(조건) $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n = \beta$인 경우 (- 수렴조건, 항이 유한개)
① $\lim_{n\to\infty} ka_n = k\lim_{n\to\infty} a_n = k\alpha$ ② $\lim_{n\to\infty}\{a_n \pm b_n\} = \lim_{n\to\infty} a_n \pm \lim_{n\to\infty} b_n = \alpha \pm \beta$ ③ $\lim_{n\to\infty}\{a_n \times b_n\} = \lim_{n\to\infty} a_n \times \lim_{n\to\infty} b_n = \alpha \times \beta$ ④ $\lim_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n} = \frac{\lim_{n\to\infty} b_n}{\lim_{n\to\infty} a_n} = \frac{\beta}{\alpha}$ (단, $\alpha \neq 0$)

#3-2. 극한의 성질 2 (부등식)

: 극한을 취하면 등호가 생긴다.

수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 각각 수렴할 때,
① 등호 생긴다. : 극한을 취하면 등호가 생긴다. i) $a_n \le b_n$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n \le \lim_{n\to\infty} b_n$ ii) $a_n < b_n$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n \le \lim_{n\to\infty} b_n$이다. ② 수렴값 판정 : 이것을 샌드위치 정리라고 한다. i) $a_n \le b_n \le c_n$이고 $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} c_n = \alpha$이면 $\lim_{n\to\infty} b_n = \alpha$이다. ii) $a_n < b_n < c_n$이고 $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} c_n = \alpha$이면 $\lim_{n\to\infty} b_n = \alpha$이다.

#3-3. 수렴하는 수열조건

수열 $\{a_n\}$이 수렴하는 경우 $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} a_{n+1} = \cdots = \alpha$이다.

#3-4. 발산성과 수렴성

수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 각각 수렴할 때,

① 발산성 판단

⇨ $a_n \le b_n$이고 $\lim_{n\to\infty} a_n \to \infty$이면 $\lim_{n\to\infty} b_n$도 발산한다.

② 수렴성 판단 **(- 교과과정이 아니다.)**

⇨ $a_n \le b_n \le c_n$이고 $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$, $\lim_{n\to\infty} c_n = \beta$ $(\alpha \ne \beta)$이면

$\lim_{n\to\infty} b_n$은 α와 β의 사이의 어떤 값으로 수렴한다. (거짓)

반례) $a_n = -2 + \frac{1}{n}$, $b_n = (-1)^n$, $c_n = 3 + \frac{1}{n}$

- 수렴성을 담보하려면 <단조증가, 단조감소>수열이라는 조건이 있어야 하며 논술 주제이다.

#4. 무한등비수열의 극한

1) $\lim_{n\to\infty} r^n$의 극한

$$\lim_{n\to\infty} r^n = \begin{cases} 0 & (|r| < 1) \\ 1 & (r = 1) \\ \text{발산 (진동)} & (r = -1) \\ \text{발산} & (|r| > 1) \end{cases}$$

2) 무한등비수열의 극한의 수렴조건과 동치인 관계식

$-1 <$ 공비 ≤ 1 or 초항$=1$

수열의 극한($\to\infty$) 계산 알고리즘

1) 직관적으로 상태를 관찰한다. (꼴 확인)

: 그래프도 좋고, 숫자의 느낌도 좋다. 예를 들어 $\infty\pm3$의 결과가 ∞라는 것이나 $\frac{3}{\infty}$의 결과가 0라는 것은 누구나 '귀납적'으로 이해할 수 있다.

2) '부정형'에 대해서 인지한다. (꼴 확인)

: 극한을 처음 배우는 학생들 중 꽤 많은 학생들은 $\frac{0+}{0+}$에 대해 쉽게 0이라는 결론을 낸다.

즉, **<u>'부정형'은 위와 다르게 '귀납적인 방법'을 통해 이해할 수 있는 직관적인 상황이 아니다.</u>**

그래서 여러 번의 설명과 구체적인 식을 경험함으로서 우리는 몇 가지 부정형을 인지해야 한다.

(이과 8부정형 – 문과 6부정형)

<table>
<tr><td colspan="3">(공통) : ① $\frac{\infty}{\infty}$ ② $\infty-\infty$ ③ $\frac{0}{0}$꼴 ④ $\infty\times0$꼴 ⑤ ∞^0꼴 ⑥ 0^0꼴
(이과) : ① 약분 안 되는 $\frac{0}{0}$꼴 ② 1^∞꼴</td></tr>
<tr><td colspan="3">(전제) 극한 내부의 식의 연산은 자유롭다. (부정형은 '학습'되어야 한다.)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">① $\frac{\infty}{\infty}$</td><td>(0으로 수렴하는 예)</td><td>$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$</td></tr>
<tr><td>(0아닌 값으로 수렴하는 예)</td><td>$\lim_{n\to\infty}\frac{2n}{n}=\lim_{n\to\infty}2=2$</td></tr>
<tr><td>(발산하는 예)</td><td>$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{n}=\lim_{n\to\infty}n=\infty$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">② $\infty-\infty$</td><td>(0으로 수렴하는 예)</td><td>$\lim_{n\to\infty}(n-n)=\lim_{n\to\infty}0=0$</td></tr>
<tr><td>(0아닌 값으로 수렴하는 예)</td><td>$\lim_{n\to\infty}\{(n+2)-n\}=\lim_{n\to\infty}2=2$</td></tr>
<tr><td>(발산하는 예)</td><td>$\lim_{n\to\infty}(2n-n)=\lim_{n\to\infty}n=\infty$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">③ $\frac{0}{0}$꼴</td><td>(0으로 수렴하는 예)</td><td>$\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{1}{n^2}\right)}{\left(\frac{1}{n}\right)}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$</td></tr>
<tr><td>(0아닌 값으로 수렴하는 예)</td><td>$\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{1}{n}\right)}{\left(\frac{1}{n}\right)}=\lim_{n\to\infty}1=1$</td></tr>
<tr><td>(발산하는 예)</td><td>$\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{1}{n}\right)}{\left(\frac{1}{n^2}\right)}=\lim_{n\to\infty}n=\infty$</td></tr>
</table>

수열의 극한(→∞) 계산 알고리즘

④ $\infty\times0$꼴	(0으로 수렴하는 예)	$\lim_{n\to\infty} n\times\frac{1}{n^2} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n} = 0$
	(0아닌 값으로 수렴하는 예)	$\lim_{n\to\infty} n\times\frac{2}{n} = \lim_{n\to\infty} 2 = 2$
	(발산하는 예)	$\lim_{n\to\infty} n^2\times\frac{1}{n} = \lim_{n\to\infty} n = \infty$
⑤ ∞^0꼴	(1로 수렴하는 예)	$\lim_{n\to\infty}(2^n)^{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n\to\infty} 2^{\frac{1}{n}} = 2^0 = 1$
	(1 아닌 값으로 수렴하는 예)	$\lim_{n\to\infty}(2^n)^{\frac{2}{n}} = \lim_{n\to\infty} 2^2 = 4$
	(발산하는 예)	$\lim_{n\to\infty}\left(2^{n^2}\right)^{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} 2^n = \infty$
⑥ 0^0꼴	(1로 수렴하는 예)	$\lim_{n\to\infty}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)^{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$
	(0으로 수렴하는 예)	$\lim_{n\to\infty}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{n^2}\right)^{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$
	(다른 값으로 수렴하는 예)	$\lim_{n\to\infty}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)^{\frac{2}{n}} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
위와 같이 가장 간단한 예를 든 것은 위의 상황이 ‘부정형’이라는 것은 인지하기 위해서 이다.		

1)과 2)의 내용을 통해서 우리는 다음의 결론을 낼 수 있다.

부정형에 영향을 주지 않는 항 또는 인수는 상수로 처리한다.

꼴을 확인하는 과정에서 이런 알고리즘을 작동시킨다면 극한의 상황은 훨씬 간결해보일 것이고. 식의 연산도 훨씬 간단해 질 것이다.

수열의 극한($\to\infty$) 계산 알고리즘

3) '부정형'에 따른 식 변형 과정을 익힌다.

① $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ 이 $\dfrac{\infty}{\infty}$ 꼴인 경우

분모와 분자를 각각 **<u>분모의 최고차항으로 나누면</u>**
- '직관적으로 수렴과 발산을 판단'할 수 있게 되거나
- **<u>'극한의 성질'을 이용해서 '극한을 분배'할 수 있는 상황</u>**으로 바뀐다.

② $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ 이 $\infty-\infty$ 꼴인 경우

각 항 중 **<u>차수가 가장 높은 항이나 |공비|이 가장 큰 항으로 묶으면</u>**
- 수렴과 발산 혹은 부정형의 일차적 판단이 가능하다.

이런 시도 후에 만약 **<u>식의 구조가 $\infty\times 0$의 꼴로 바뀐다면 분모와 분자에 '합·차 공식'을 적용</u>**
- 이런 식 변형을 하면 대부분의 문제는 $\dfrac{\infty}{\infty}$ 꼴로 바뀐다.

③ $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ 이 $\infty\times 0$꼴인 경우

- 일단 메인 주제가 아니다.
  통분 등 기본 식 변형을 하면 보통 $\dfrac{\infty}{\infty}$ 또는 $\infty-\infty$로 바뀐다.

④ $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ 이 $\dfrac{0}{0}$꼴, ∞^0, 0^0꼴

- 역시 메인 주제가 아니며 나오더라도 주도 '등비수열의 극한'의 형태로 나온다.
  이 경우 |공비|이 가장 큰 항으로 묶어보면
  <u>'극한의 성질'을 이용해서 '극한을 분배'할 수 있는 상황</u>으로 바뀐다.
- $\dfrac{0}{0}$꼴은 후에 배우는 함수의 극한 $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)$에서는 메인 주제가 된다.

4) 논리적 계산스킬

: 수학적인 원리에 의해 증명된 스킬이며,
  논리를 완전히 이해하여 헷갈리지 않는 순간부터는 자연스럽게 적용할 수 있다.

<u>처음부터 스킬로 접근하면 밑 빠진 독에 물 붓기이다.</u>

극한값을 계산하는 논리적 계산 스킬 - 논계스

1) 논계스1 $\frac{\infty}{\infty}$꼴 : 다항식과 $\sqrt{다항식}$에서 쓸 수 있다.

꼴(상태)	① $\lim_{n\to\infty}\frac{저차}{고차}$ ⇨ 0 ② $\lim_{n\to\infty}\frac{고차}{저차}$ ⇨ 발산 ③ $\lim_{n\to\infty}\frac{동차}{동차}$ ⇨ 수렴
값	$\lim_{n\to\infty}\frac{동차}{동차}$의 극한값 ⇨ 최고차항의 계수 비

2) 논계스2 $\infty-\infty$꼴 : $\sqrt{n^2+an+b}$ $(a\neq 0)$에서 쓸 수 있다.

꼴(상태)	'차수'가 다르거나 '최고차항의 계수'가 다르면 발산한다. 예컨대, - $\lim_{n\to\infty}(n^2-n)=\lim_{n\to\infty}n^2\left(1-\frac{1}{n}\right)=\infty\times 1=\infty$ - $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{2n}-\sqrt{n+1})=\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}\left(\sqrt{2}-\sqrt{1+\frac{1}{n}}\right)=\infty\times(\sqrt{2}-1)=\infty$
값	$\sqrt{n^2+an+b}\fallingdotseq\sqrt{n^2+an+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(n+\frac{a}{2}\right)^2}=n+\frac{a}{2}$라고 생각

단, $\sqrt{n^2+an+b}$을 $n+\frac{a}{2}$라고 생각했을 때, 계산의 결과가 $\frac{0}{0}$이 나온다면 '합·차 공식'을 통해서 식 변형 후 계산한다. (이 때 0은 실제로는 '무한소'이기 때문에)

3) 논계스3 극한 + 부등식

'부등호를 두 개 준 극한의 계산'에서 극한값을 구하는 문제는 어차피 샌드위치 정리가 사용될 수밖에 없다. 그것이 **그 상황에서 유일한 교과서 논리**이기 때문이다.

즉, 부등식을 등식이라고 두고 풀어도 상관없다.

4) 논계스4 결과만 나온 극한

조건에서 극한의 결과만 나온 경우 **그 결과를 만족하는 적당한 예를 들어 극한을 계산**해도 된다. 문제의 의도에서 조건을 만족하는 모든 수열에 대해서 같은 결과가 나온다는 사실을 내포하기 때문이다.

조심) 판단성 문제 ⇨ **치환과 식의 동치변형**을 통해 우리가 익숙한 모양으로 끌어낸다.

5) 논계스5 등비수열의 극한 : 모든 부정형에서 |공비|이 가장 큰 항만 남긴다.

$\frac{\infty}{\infty}$꼴, $\infty-\infty$꼴, $\infty\times 0$꼴, $\frac{0}{0}$꼴, ∞^0꼴, 0^0꼴

⇨ 교과서 방식으로 연산해보면 항상 |공비|이 가장 큰 항만 극한의 결과에 영향을 줄 수 있음을 알 수 있다.

문제를 푸는 이유와 목적 : 미천한 수학자

직관적, 귀납적인 상태 확인 연습 + 부정형 암기

촌철살인 다음 극한값이 존재하는 경우 **극한값을 표시**하고, **알 수 없는 경우에는** ?, 발산하는 경우에는 $\pm\infty$로 표시하시오. (0과 무한소를 구분하여 직관적으로 판단하시오.)

∞와 상수	① $\infty\pm3=\square$ ② $3\times\infty=\square$ ③ $-3\times\infty=\square$ ④ $\dfrac{3}{\pm\infty}=\square$ ⑤ $\dfrac{\infty}{3}=\square$ ⑥ $\dfrac{\infty}{-3}=\square$
∞와 ∞	① $\infty+\infty=\square$ ② $\infty-\infty=\square$ ③ $\infty\times\infty=\square$ ④ $-\infty\times\infty=\square$ ⑤ $-\infty\times-\infty=\square$ ⑥ $\dfrac{\infty}{\infty}=\square$
∞와 $0\pm$	① $\dfrac{0\pm}{\infty}=\square$ ② $\dfrac{\infty}{0+}=\square$ ③ $\dfrac{\infty}{0-}=\square$ ④ $(0\pm)\times\infty=\square$
∞와 0	① $\dfrac{0}{\infty}=\square$ ② $\dfrac{\infty}{0}=\square$ ③ $0\times\infty=\square$
$0\pm$와 $0\pm$	① $(0\pm)+(0\pm)=\square$ ② $(0\pm)-(0\pm)=\square$ ③ $(0\pm)\times(0\pm)=\square$ ④ $\dfrac{0\pm}{0\pm}=\square$
$0\pm$와 상수	① $(0\pm)\times$상수 $=\square$ ② $\dfrac{0\pm}{\text{상수}}=\square$ ③ $\dfrac{2}{0+}=\square$ ④ $\dfrac{2}{0-}=\square$
$0\pm$와 0	① $\dfrac{0}{0\pm}=\square$ ① $\dfrac{0\pm}{0}=\square$
진동하는 경우	수열 $\{a_n\}$이 $\begin{cases}a_{2n}=f(n)\\a_{2n-1}=g(n)\end{cases}$와 같이 정의된 경우 $\lim\limits_{n\to\infty}a_{2n}$과 $\lim\limits_{n\to\infty}a_{2n-1}$을 각각 따로 관찰하여 같은지 확인한다.

처음 만나는 개념
둘. 미적분1

믿으면 된다.

미천한
수학자