SIREN MATH

- TEAM SIREN -

"22 POINT"로 완.벽.히 끝내는,

싱타쾌 수학

(2007~2011)

- 수학Ⅰ -

[STEP 1] 대표 기출

김 태 윤 (Siren) 邸

[수록 내용]

- 22 POINT
- 수능 5개년 분석
- Siren's Note
- 대표유형(수능·평가원기출)
- 평가원 3개년 분석

실화래 수학

(2007~2011)

수능 5개년 유형 분석표 4

Ⅰ. 행렬과 그래프 10

POINT 01. 연립일차방정식과 행렬

POINT 02. 역행렬

POINT 03. 행렬 규칙성 찾기

POINT 04. 행렬 단일유형

Ⅱ. 지수와 로그 28

POINT 05. 수와 식

POINT 06. 상용로그 문장제

POINT 07. 지표와 가수

Ⅲ. 지수함수와 로그함수 41

POINT 08. 함수의 이동

POINT 09. 방정식/부등식

POINT 10. 함수의 관계

POINT 11. 일차 함수

POINT 12. 교점

Ⅳ. 수열 58
POINT 13. 등차/등비 식 세우기
POINT 14. 수열 규칙성 찾기
POINT 15. 수열 식 세우기
POINT 16. 수열의 귀납적 정의

Ⅴ. 수열의 극한 75
POINT 17. 수열의 극한 수렴조건
POINT 18. $\sum a_n$ 수렴시, $\lim a_n=0$
POINT 19. 수열의 극한 규칙성 찾기
POINT 20. 수열의 극한 식 세우기
POINT 21. 무한등비수열
POINT 22. 무한등비급수 도형 문제

(부록) 평가원 3개년 유형 분석표 96

S I R E N 邸
(김 태 윤)

NateON id4114@lycos.co.kr
E-Mail siren1227@gmail.com
Cyworld www.cyworld.com/_sometimes

Siren Math

수능 5개년 유형분석표

2007년 수능 분석

문항번호	단원	주제	배점
1	지수와 로그	단순 계산문제	2
2	행렬	단순 계산문제	2
3	수열의 극한	단순 계산문제	2
4	지수함수와 로그함수	[POINT 09] 방정식/부등식	3
5	확률	·	3
6	수열	[POINT 13] 등차/등비 식세우기	3
7	경우의 수	·	3
8	지수와 로그	단순 계산문제	3
9	통계	·	3
10	통계	·	3
11	지수와 로그	[POINT 06] 상용로그 문장제	3
12	행렬	[POINT 04] 행렬 단일유형	3
13	지수함수와 로그함수	[POINT 09] 방정식/부등식	4
14	경우의 수	·	4
15	경우의 수	·	4
16	수열	[POINT 15] 수열 식 세우기	4
17	수열의 극한	[POINT 22] 무한등비급수 도형 문제	4
18	수열	[POINT 13] 등차/등비 식 세우기	3
19	지수함수와 로그함수	[POINT 09] 방정식/부등식	3
20	수열의 극한	[POINT 17] 수열의 극한 수렴조건	3
21	행렬	[POINT 02] 역행렬	3
22	수열	[POINT 14] 수열 규칙성 찾기	4
23	경우의 수	·	4
24	통계	·	4
25	지수함수와 로그함수	[POINT 12] 교점	4
26	수열	[POINT 15] 수열 식 세우기	3
27	지수와 로그	[POINT 09] 방정식/부등식	4
28	확률	·	4
29	확률	·	4
30	행렬	[POINT 04] 행렬 단일유형	4

	지수와 로그	행렬	수열	수열의 극한	지수 · 로그함수	경우의 수	확률	통계
문항 갯수	4	4	5	3	4	4	3	3
총점	12	12	17	9	14	15	11	10

	1등급	2등급	3등급	4등급
원점수	96	84	73	53

Ⅰ. 행렬과 그래프

[POINT 01] 연립일차방정식과 행렬

[POINT 02] 역행렬

[POINT 03] 행렬 규칙성 찾기

[POINT 04] 행렬 단일유형

출제년도	문항번호	주제	배점	당해 총배점
2007	2	단순계산	2점	12점
	12	단일유형 POINT 04	3점	
	21	역행렬 POINT 02	3점	
	30	단일유형 POINT 04	4점	
2008	2	단순계산	2점	12점
	5	역행렬 POINT 02	3점	
	15	단일유형 POINT 04	4점	
	20	규칙성 찾기 POINT 03	3점	
2009	2	단순계산	2점	13점
	12	역행렬 POINT 02	4점	
	24	단일유형 POINT 04	4점	
	28	역행렬 POINT 02	3점	
2010	2	단순계산·	2점	13점
	11	연립일차방정식과 행렬 POINT 01	3점	
	13	단일유형 POINT 04	4점	
	28	역행렬 POINT 02	4점	
2011	2	단순계산	2점	14점
	12	단일유형 POINT 04	4점	
	28	단일유형 POINT 04	4점	
	29	규칙성 찾기 POINT 03	4점	

[POINT 01] 연립일차방정식과 행렬 (★☆☆☆☆)

[Siren's Note]

최근 5개년(2007~2011) 동안, 딱 한번 출제(2010년)되었다. 중요도는 많이 떨어진다. 깊은 사고력을 요하지 않는 계산유형이다. **'무조건' 공식**이니, 문제에 맞는 공식을 빠르게 대입해서 풀자. ★무조건 **4가지 유형**으로 풀린다. 암기하자!

1. $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ 에서,

i) 오직 하나의 해를 갖는다 ⇒ ad−bc≠0 이다.

ii) 해가 무수히 많다. ⇒ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q}$ (ad−bc=0)

iii) 해가 없다 ⇒ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \neq \frac{p}{q}$ (ad−bc=0) **꼭 0으로 맞춰야 할 것!**

2. $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 에서,

iv) x=0, y=0 이외의 해를 갖는다. ⇒ ad−bc=0 이다.

[대표 기출]

<2010 수능 기출문제>

1

x, y에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 5-\log_2 a & 2 \\ 3 & \log_2 a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0$, $y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 a값의 합은?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

상당히 쉬운 2010학년도 기출문제다. 공식만 대입하면 깔끔하게 풀린다.

(Siren's Note iv번식 이죠?)

문제를 편하게 풀기 위해, '$\log_2 a$'를 t로 치환하자.

(5−t)t=6

⇔ $t^2-5t+6 = 0$

⇔ (t−2)(t−3) = 0 ∴ t = 2, 3 ⇒ $\log_2 a$ = 2, 3

$\log_2 a$가 2 일때의 a값은 4 이며,

$\log_2 a$가 3 일때의 a값은 8 이다. 따라서, 정답은 4와 8의 합인 12 !

[POINT 08] 지표와 가수 (★★★★☆)

[Siren's Note]

지수로그 단원 중, 가장 최고난이도를 자랑하는 '지표와 가수' 문제. 5년간 4번이 출제된 빈출유형이다. 해를 거듭할수록, 점점 어렵게 나오는 유형이니 부족하지 않게 (깊게) 공부할 것!

· 지표는 항상 정수
· 가수는 항상 범위에 유의 (0 ≤ 가수 < 1)

· 지표 ⇒ 자리수를 나타냄
· 가수 ⇒ 숫자배열을 나타냄
· 자리수 = 지표 + 1
(쉬운 암기법! '3=2+1' 공식!
자.리.수는 3 글자, 지.표 는 2 글자. 2글자에 1을 더하면, 세 글자.)
· log A = n + a 일 때, (n은 지표, a는 가수)
⇔ [log A] = n
⇔ n ≤ log A < n + 1

<음수에 유의>
· log A = n + a 일 때, -log A = - n - a / 지표는 (-n-1), 가수는 (1-a)
⇒ 항상 참은 아니다. 만약 가수 a 가 0 이라면? - log A = - n / 지표는 -n

[대표 기출]

<2008 수능 기출문제>

1

'자리수'로 지표 추론!
두 자리의 자연수 N에 대하여 $\log N$의 가수가 a일 때,

$$\frac{1}{2}+\log N=a+\log_4\frac{N}{8}$$

만족시키는 N의 값을 구하시오.

'3=2+1' 공식을 기억하자! (3=2+1 공식 ⇒ 자리수=지표+1)
두 자리 자연수 N 이라 하니, logN의 지표가 1 임을 알 수 있다.
문제에서 logN의 가수를- 미지수 'a'라고 줬으니, logN = 1+a 라 쓸 수 있다.
따라서, 식을 정리 해 보면-

$1/2 + (1+a) = a + \log_4(N/8)$

라는 식이 나온다, 식을 정리 해 보면, $3/2 = \log_4(N/8)$ 이 되며,
로그식을 지수식으로 바꿔주면, $(4)^{3/2} = N/8$ 와 같이, 식이 간단히 정리된다.
양 변을 깔끔하게 정리해 주면, 답이 쉽게 도출된다.

<2007. 6月 기출문제>

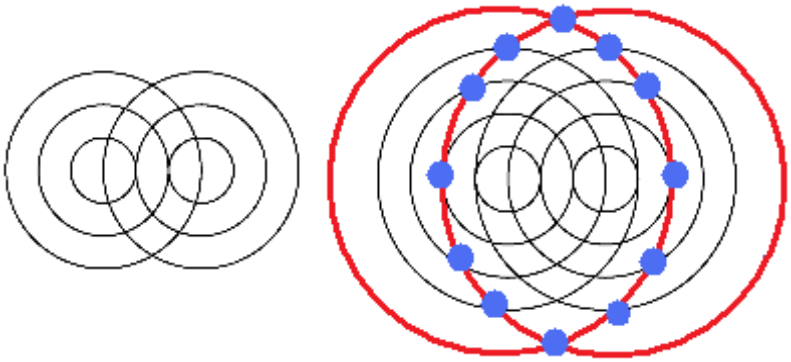
3

거리가 3인 두 점 O, O′이 있다. 점 O를 중심으로 반지름의 길이가 각각 1, 2, ⋯, n인 n개의 원과 점 O′을 중심으로 반지름의 길이가 각각 1, 2, ⋯, n인 n개의 원이 있다.

이 $2n$개 원의 모든 교점의 개수를 a_n이라 하자.

예를 들어, 그림에서와 같이 $a_3 = 14$, $a_4 = 26$이다.

a_{20}의 값은?



① 214 ② 218 ③ 222 ④ 226 ⑤ 230

문제에서 a_3의 값과 a_4의 값을 줬다.

a_4의 그림에, 원을 하나 더 그려, a_5의 그림을 만들었다.

추가된 교점은 딱 12개. 마찬가지로 a_6의 그림을 그려도, 추가되는 교점은 12개다.

첫 번째 항과, 두 번째 항은 규칙이 제외되고,

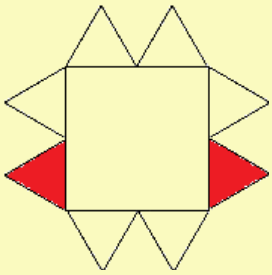
a_3항부터는 공차가 12인 등차수열 임을 알 수 있다.

<2007년 수능 기출문제>

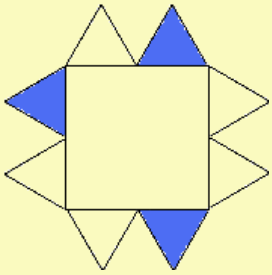
4

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 = 2$이고 $a_{n+1} = 2a_n + 2$일 때, a_{10}의 값은?

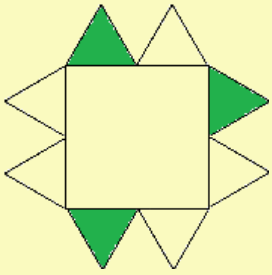
① 1022 ② 1024 ③ 2021
④ 2046 ⑤ 2082



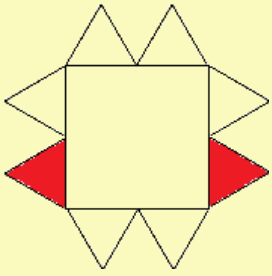
a_1의 그림을 그려 보니, a_1이 2 임을 알 수 있다.



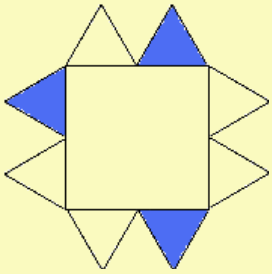
이어서, a_2를 그려보니, 3이 추가됨을 알 수 있다.



이어서, a_3을 그려보니, 3이 추가됨을 알 수 있다.



이어서, a_4을 그려보니, 2이 추가됨을 알 수 있다.



이어서, a_5를 그려보니, 3이 추가됨을 알 수 있다.

…… 따라서, a_n은 첫 항이 2 이고, 이후부터 3, 3, 2 순서로 계속해서 더해가는 수열임을 알 수 있다. 3개 단위로 묶으면 공차가 8인 등차수열임을 알 수 있다.

문제에서 주어진 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{3n-2}}{n}$ 식이, $\lim_{n\to\infty}\frac{2+(n-1)8}{n}$ 으로 간단히 정리 되니, 정답이 8 임을 손쉽게 구할 수 있다.

[POINT 20] 수열의 극한 식 세우기 (★★★☆☆)

[Siren's Note]

- 문제에서 주어진 **문장을 식으로 바꿀 줄 아는** 능력이 필요하다.
- **식으로만 나와있는 유형은 문제에서 요구한 방향대로** 수식을 고쳐나갈 줄 아는 능력이 필요하다.

최근에 빈출되고 있는 유형으로써, 부족하지 않게 공부하자.

[대표 기출]

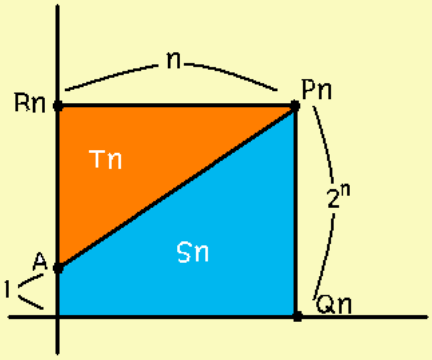
<2008. 6月 기출문제>

1 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 $P_n(n,\ 2^n)$에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 Q_n, R_n이라 하자. 원점 O와 점 A(0, 1)에 대하여 사각형 AOQ_nP_n의 넓이를 S_n, 삼각형 AP_nR_n의 넓이를 T_n이라 할 때,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{T_n}{S_n}\text{의 값은?}$$

① 1 ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 0

전형적인 식 세우기 유형이다. 편의상 그래프를 그려보자.



문제에서 주어진 모든 값을 표기하였다. **이제 '식'만 세워보자.**

$$Tn = \frac{(2^n-1)n}{2}$$

$$Sn = \frac{(1+2^n)n}{2}$$

*** 사다리꼴 넓이 구하는 공식 =** $\frac{\text{높이}(\text{밑변}+\text{윗변})}{2}$

식은 다 세웠다. 세워놓은 식에 lim를 붙여 간단히 나눠주면 정답이 쉽게 나온다.