

5지선다형

1. $\sin \frac{17}{6}\pi$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. ${}_{7}C_4$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 25 ⑤ 35

3. 함수 $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $\int_1^{e^3} \frac{(\ln x)^2}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $2\ln 2$ ② 4 ③ $6\ln 2$ ④ 9 ⑤ $10\ln 2$

5. 좌표평면에서 곡선 $y = \log_a x$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 곡선이 점 $(2, 3)$ 을 지날 때, 양수 a 의 값은?

[3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② $\log_2 3$ ③ $\sqrt[3]{3}$
 ④ $\sqrt[3]{2}$ ⑤ $\log_3 2$

6. $0 \leq x \leq \pi$ 에서 함수 $f(x) = \sin^2 x - 2\cos x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

[3점]

- ① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -3 ④ $-\frac{10}{3}$ ⑤ $-\frac{15}{4}$

7. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 + 2x \log_2 a + 4 \log_2 a > 0$ 이 성립하도록 하는 자연수 a 의 개수는? [3점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

8. $\sin \theta + \cos \theta = 1$ 일 때, $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ 의 값은? [3점]

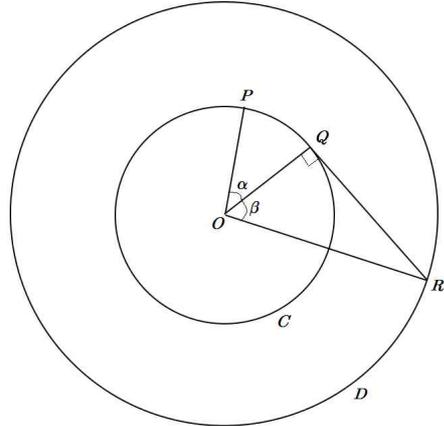
- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ -1 ⑤ 2

9. 곡선 $y = \sqrt{x} - 3$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 9 ② 8 ③ 5 ④ 4 ⑤ 1

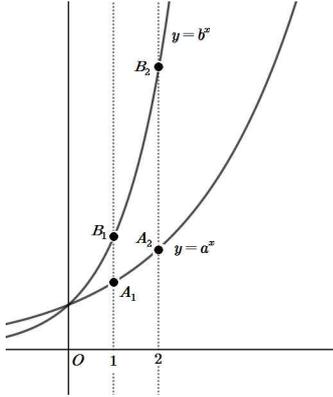
10. 그림과 같이 점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 1, 2인 두 원 C, D 가 있다. 원 C 위의 두 점 P, Q 와 원 D 위의 점 R 에 대하여 $\angle QOP = \alpha$, $\angle ROQ = \beta$ 라 하자. $\overline{OQ} \perp \overline{QR}$ 이고 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 일 때, $\sin(\alpha + \beta)$ 의 값은?

(단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$) [3점]



- ① $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{42}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{42}}{8}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$
 ④ $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{42}}{8}$

11. 그림과 같이 두 곡선 $y = a^x$, $y = b^x$ ($1 < a < b$)와 직선 $x = 1$ 이 만나는 점을 A_1 , B_1 이라 하고, 직선 $x = 2$ 가 만나는 점을 A_2 , B_2 라 하자. 선분 A_1B_1 의 중점의 좌표는 $(1, 2)$ 이고 $\overline{A_1B_1} = 1$ 일 때, $\overline{A_2B_2}$ 의 값은? [3점]



- ① 4 ② $3\sqrt{2}$ ③ 5 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 6

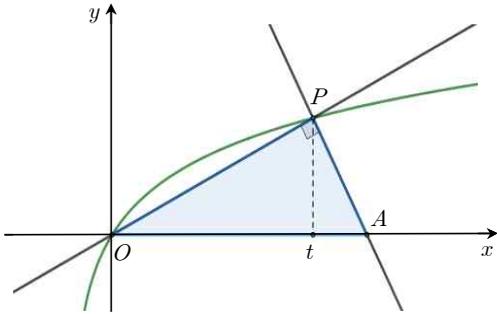
12. $\sum_{k=0}^{50} \left({}_{50}C_k \cdot \frac{51}{k+1} \right)$ 의 값은? [3점]

- ① $2^{50} - 1$ ② 2^{50} ③ $2^{51} - 1$
 ④ 2^{51} ⑤ $2^{52} - 1$

13. 그림과 같이 $y = \log_2(x+1)$ 위의 점 $P(t, \log_2(t+1))$ 을 지나고 직선 OP 에 수직인 직선을 l 이라 하자. 직선 l 의 x 절편을 A 라 할 때 $\triangle OPA$ 넓이를 $S(t)$ 라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{S(t)}{t^2}$ 의 값을 구하면?

[3점]



- ① $\frac{1}{(\ln 2)^3} + \frac{1}{2\ln 2}$ ② $\frac{1}{2(\ln 2)^3} + \frac{1}{\ln 2}$ ③ $\frac{1}{2(\ln 2)^2} + \frac{1}{2\ln 2}$
 ④ $\frac{1}{2(\ln 2)^3} + \frac{1}{2\ln 2}$ ⑤ $\frac{1}{2(\ln 2)^3} + \frac{1}{4\ln 2}$

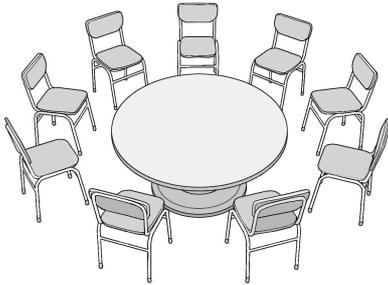
14. 실수 전체에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) - f(x) = e^x \{\sin x - \cos x + 2\}$

함수 $g(x) \times e^x = f(x)$ 에 대하여 $g'(\frac{\pi}{4})$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ $2e^{\frac{\pi}{4}}$ ④ $\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}}$ ⑤ 3π

15. 남자 5명과 A, B를 포함한 여자 4명이 그림과 같이 9개의 의자가 있는 원형의 탁자에 둘러앉을 때, 여자 4명은 이웃하여 앉게 한다. 이때 A와 B는 서로 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수가 $n^2 \times 10$ 일 때, 자연수 n 의 값은? (단, 회전하여 일치하는 것들은 같은 것으로 본다.) [4점]

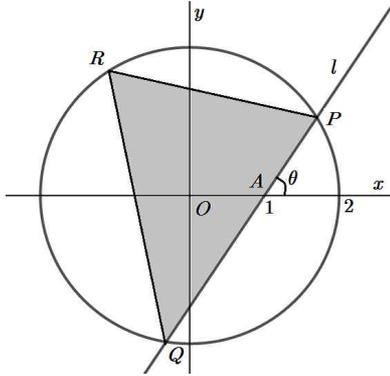


- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

16. 자연수 n 에 대하여 $a_n = \sum_{k=1}^n \int_0^1 x^{2n+k-1} dx$ 이다. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ 1 ④ $\ln \frac{3}{2}$ ⑤ $\ln \frac{2}{3}$

17. 그림과 같이 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 2인 원이 있다. $A(1, 0)$ 을 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 θ 인 직선을 l 이라 한다. 직선 l 과 원이 만나는 점을 P, Q 라 하고 직선 l 로 나누어진 원이 두 부분 중 큰 쪽의 호 위에 점 R 이 있다. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 삼각형 PQR 의 넓이가 최대일 때의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $S'(\frac{\pi}{6})$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{7\sqrt{5}}{10}$ ④ $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

18. $x=0$ 에서 극댓값을 갖는 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

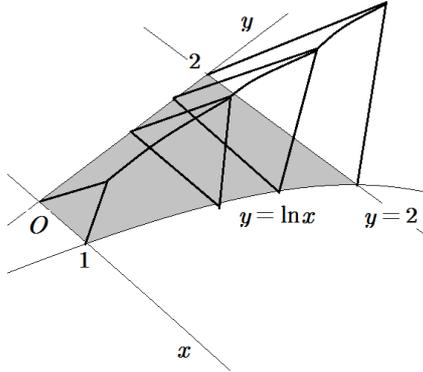
(가) $0 \leq x < 2$ 일 때 $f(x) = (x^2 - 2x + a)e^x$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다

함수 $f(x)$ 가 구간 $[0, 2)$ 에서 극솟값을 갖도록 하는 a 의 값의 범위는 $p < a \leq q$ 이다. $q-p$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

19. 그림과 같이 곡선 $y = \ln x$ 과 x 축 및 y 축과 직선 $y=2$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 y 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{8}(e^2-1)$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}e^4$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{8}e^4$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}(e^4-1)$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{8}(e^4-1)$

20. A, B, C, D 네 학생이 영화를 보러 영화관에 갔다. 이 영화관에서는 총 6편의 영화를 상영하고 있다. 이 때, 4명의 학생은 다음 조건을 만족시키며 영화를 관람한다.

- (가) 각 학생은 3편씩 영화를 관람한다.
- (나) 한 편의 영화마다 2명씩 관람한다.
- (다) A, B 두 학생이 관람한 영화 중 함께 관람한 영화가 적어도 1개 이상 있다.

다음은 A, B, C, D 네 학생이 조건을 만족시키며 영화를 관람하는 경우의 수를 구하는 과정이다.

우선 학생 A 가 관람하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$ 이다.
 (i) 학생 B 가 A 와 함께 관람하는 영화의 수가 1개일 때 B 가 관람하는 경우의 수는 $\boxed{\text{㉠}}$ 이다.
 그럼 C 가 관람하는 경우의 수는 ${}_pC_q$ 이다.
 그럼 D 가 관람하는 경우의 수는 1이다.
 그러므로 $20 \times \boxed{\text{㉠}} \times {}_pC_q \times 1$
 (ii) 학생 B 가 A 와 함께 관람하는 영화의 수가 2개일 때 B 가 관람하는 경우의 수는 $\boxed{\text{㉡}}$ 이다.
 그럼 C 가 관람하는 경우의 수는 ${}_rC_s$ 이다.
 그럼 D 가 관람하는 경우의 수는 1이다.
 그러므로 $20 \times \boxed{\text{㉡}} \times {}_rC_s \times 1$
 (iii) 학생 B 가 A 와 함께 관람하는 영화의 수가 3개일 때 B 가 관람하는 경우의 수는 1이다.
 그럼 C 가 관람하는 경우의 수는 1이다.
 그럼 D 가 관람하는 경우의 수는 1이다.
 그러므로 $20 \times 1 \times 1 \times 1 = 20$
 따라서 (i), (ii), (iii)에서 총 경우의 수는 $\boxed{\text{㉢}}$ 이다.

㉠, ㉢에 알맞은 수를 각각 a, b 라 할 때

$\frac{b}{a+1} + p+q+r+s$ 의 값을 구하면? [4점]

- ① 153 ② 155 ③ 157 ④ 159 ⑤ 161

21. 최고차항의 계수가 양수 a 이고 $f(0)=0$, $f'(x) \geq 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_x^{f(x)} f(t) dt$$

라 하자.

$g(x)$ 는 $x=2$ 에서 극값 0을 갖고, $0 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)-x$ 의 극값 값을 $M(a)$ 라 할 때, 다음 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— 보기 —

ㄱ. 실수 a 에 대하여 $M(a)$ 의 최댓값은 $\frac{8}{9}$ 이다.

ㄴ. 함수 $g(x)$ 는 2개의 극값을 갖는다.

ㄷ. $M(a)$ 가 최댓값을 가질 때, 방정식 $g(x) = \frac{4}{3}$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 부등식 $3^{x-5} \leq \frac{1}{27}$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 값의 합을 구하시오. [3점]

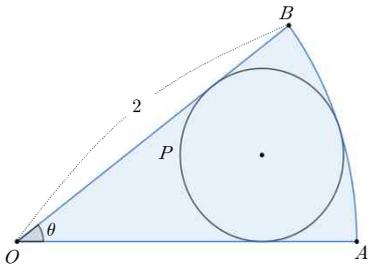
23. 함수 $f(x) = \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{x}\right)^k$ 에 대하여 $f''(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 구간 $(-2, \infty)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = (x+1)e^x + e$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\frac{100g'(e)}{e}$ 의 값을 구하시오.

[3점]

25. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 부채꼴 OAB 에서 선분 \overline{OA} , \overline{OB} 와 호 \widehat{AB} 에 모두 접하는 원 P 가 있다. $\angle AOB = \theta$ 라 하고, 원 P 의 둘레의 길이를 l_1 , 호 AB 의 길이를 l_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\pi \times l_2}{l_1}$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]



26. 다음 조건을 만족시키는 네 자연수 a, b, c, d 로 이루어진 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

- | |
|--|
| (가) $a+b+c+d=8$
(나) $a \times b \times c \times d$ 는 4의 배수이다. |
|--|

27. 함수 $f(x) = \sqrt{3} \sin x$ ($0 < x < 2\pi$)에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점 A 에서의 접선을 l_1 이라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 B 에서의 접선 l_2 와 점 A 를 지나는 직선 m 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 m 의 기울기는 0이 아니다.
- (나) 세 직선 l_1, l_2, m 으로 둘러싸인 도형은 정삼각형이다.

세 직선 l_1, l_2, m 으로 둘러싸인 정삼각형의 넓이가 S 일 때, S^2 의 값을 구하시오. [4점]

28. 좌표평면의 점을 원소로 갖는 두 집합

$$A = \{(x, y) \mid 2^{x-5} \leq y \leq \log_3 x + 7, x, y \text{는 자연수}\}$$

$$B = \{(x, y) \mid 2^{3x-21} \leq y \leq \log_2 x + 5, x, y \text{는 자연수}\}$$

에 대하여 $n\{(A \cup B) - (A \cap B)\}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 커피음료 아인슈페너의 가격은 5500원인데 현금으로 결제할 때 500원을 할인하여 5000원을 받는 비엔나 커피하우스 대구 오페라 삼정점에 13명의 손님이 커피를 테이크아웃 하려고 줄을 서고자 한다. 이들은 모두 현금으로 결제하려고 하며 이들 가운데 5명은 10000원짜리 지폐를 한 장씩 갖고 있고, 나머지 8명은 5000원짜리 지폐를 한 장씩 갖고 있다. 맨 처음 커피를 판매할 때 커피 하우스에는 잔돈이 없기 때문에 잔돈을 내어 줄 수 없고 아인슈페너는 한 사람이 한 잔만 살 수 있다고 한다. 모든 손님이 순조롭게 커피를 사고 커피 직원은 잔돈을 내주지 못해 어려움을 겪지 않도록 줄을 서는 방법의 수를 구하시오. [4점]

(단, 같은 돈을 들고 있는 사람끼리 자리를 바꾸는 것은 동일한 경우로 본다.)

30. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 와 집합 $X = \{x \mid x \text{는 } 0, 1 \text{이 아닌 실수}\}$ 에서 정의된 함수 $g(x) = \ln\{xf(x)\}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^3}{f(x)}$ 이 존재한다.
- (나) 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근은 0과 1뿐이고 허근은 존재하지 않는다.
- (다) 함수 $|xg'(x)|$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 에서 연속이고 미분가능하지 않다.

함수 $g(x)$ 의 극대점이 (α, k) 라 할 때, $\alpha \times e^{-k}$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.