

수학 영역(나형)

제 2 교시

1

1. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{5, 6, 7\}$ 에 대하여 집합 $A - B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $(3^6)^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

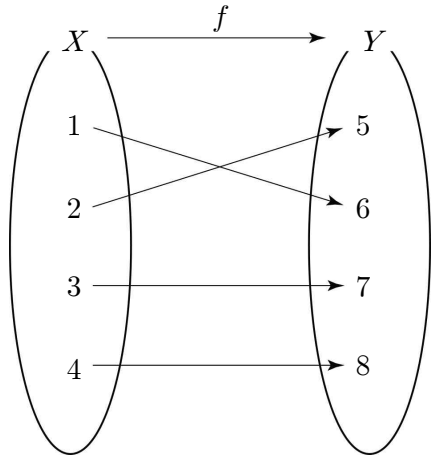
3. ${}_{10}C_2$ 의 값은? [2점]

- ① 45 ② 50 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

4. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{10} a_n = 10$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} (2a_n - 1)$ 의 값은?

- ① 2 ② 6 ③ 10 ④ 20 ⑤ 38 [3점]

5. 그림은 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$f(1) + f^{-1}(8)$ 의 값은?

[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 숫자 0, 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는? [3점]

- ① 80 ② 96 ③ 192 ④ 205 ⑤ 210

7. $-1 \leq x \leq 7$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \sqrt{a-x} + 1$ 의 최댓값이 4일 때, 최솟값은? (단, a 는 $a \geq 7$ 인 상수이다.) [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

8. 전체집합 U 의 원소의 개수는 50이다. $n(A)=25$, $n(B)=36$ 인 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [3점]

- ① 10
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13
- ⑤ 14

10. $\sum_{k=1}^{60} \frac{1}{\sqrt{2k+1} + \sqrt{2k-1}}$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

9. 유리함수 $f(x)=\frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x)=\frac{2+x}{1-x}$ 일 때, a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 $b-ac \neq 0$ 인 상수이다.) [3점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

11. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_8 = 51$ 일 때, a_3 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{20}$

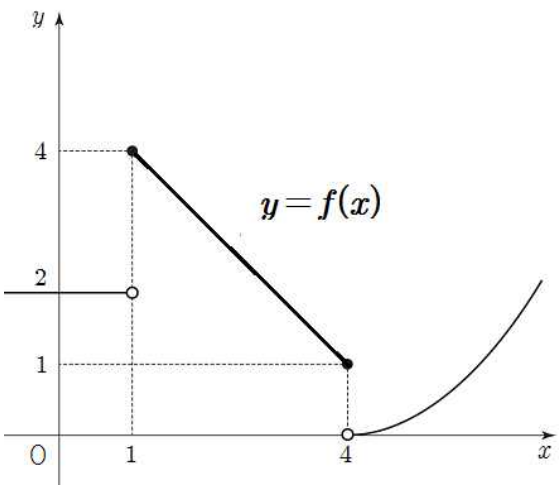
12. 실수 x 에 대하여 $3^{\frac{x}{2}} = 2$ 일 때, $2^{\frac{4}{x}}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 9 ④ 16 ⑤ 27

13. 두 조건 $p: k-1 \leq x \leq 2k+1$, $q: -3 \leq x \leq 7$ 에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 정수 k 의 최댓값과 최솟값의 합은?
(단, $k \geq -2$) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(f(x)) + \lim_{x \rightarrow 4^-} f(f(x))$ 의 값은? [4점]
(단, $1 \leq x \leq 4$ 일 때 $f(x) = -x + 5$ 이다.)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

15. 4의 네제곱근 중 양의 실수인 것을 a , k 의 여섯 제곱근 중 양의 실수인 것을 b , 7의 세제곱근 중 실수인 것을 c 라 하자. $a < b < c$ 가 성립하도록 하는 자연수 k 의 개수는? [4점]

- ① 35
- ② 40
- ③ 45
- ④ 50
- ⑤ 55

16. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여
 $x < 0$ 일 때, $f(x) + g(x) = x^2 + x + 1$
 $x > 0$ 일 때, $f(x) - 2g(x) = x^2 - 2x + 9$ 이다.
함수 $f(x)$ 가 $x = 0$ 에서 연속이고 $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -4$ 일 때,
 $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① -3
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 3

17. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 은 $a_1 = 1$, $b_1 = k$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{a_n + 3}{3a_n - 1}, \quad b_{n+1} = a_n - b_n + n$$

을 만족시킨다. $b_{19} = 36$ 일 때, b_{100} 의 값은?

[4점]

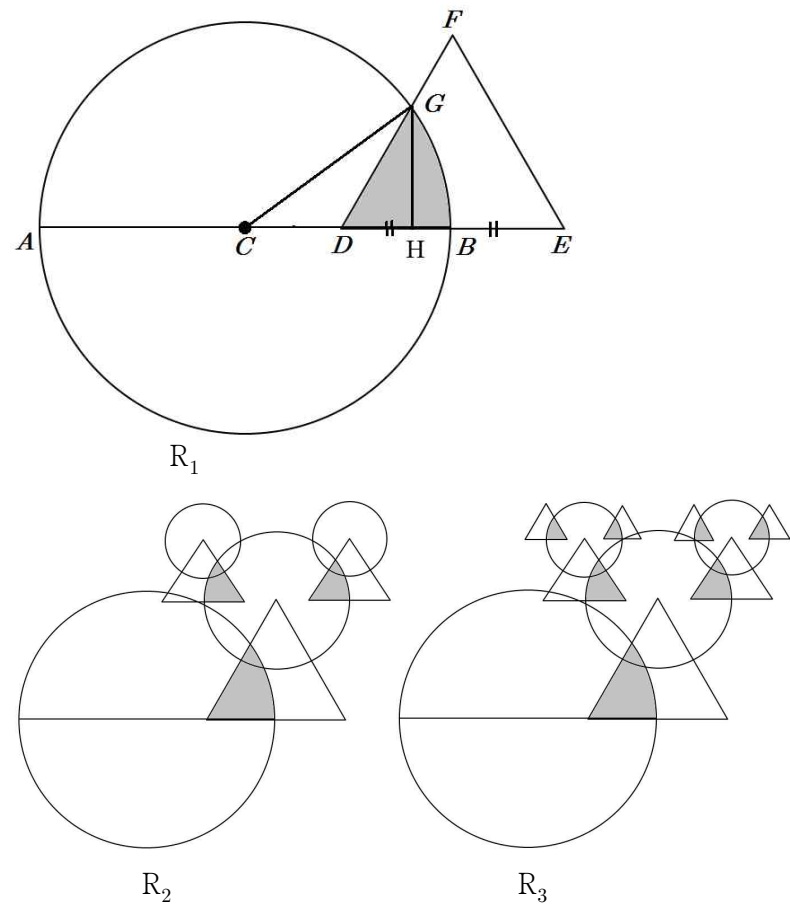
- ① 2 ② 3 ③ 20 ④ 36 ⑤ 100

18. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O 가 있다.

원의 중심을 C 라 하고, $\angle GCB = 30^\circ$ 인 원 위의 점을 점 G 라 하자. 점 G 와 선분 CB 위의 점 D 에 대하여 $\angle GDB = 60^\circ$ 이고 선분 DB의 연장선 위에 $\overline{DB} = \overline{BE}$ 인 점을 점 E 에 대하여 $\overline{DE}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 FDE가 있다. 원 O 와 정삼각형 FDE의 공통 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 점 F 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{DE}$ 인 원 O_1 을 그린다. 원 O_1 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 도형과 직선 $\overline{FB}$ 에 대칭인 도형이 있다. 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi - \sqrt{3}}{4\sqrt{3} - 5}$ ② $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$ ③ $\frac{2\pi - \sqrt{3}}{4\sqrt{3} - 3}$
 ④ $\frac{\pi - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$ ⑤ $\frac{2\pi - \sqrt{3}}{7 - 4\sqrt{3}}$



19. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{x+1} & (x \neq -1) \\ 2 & (x = -1) \end{cases}$, $g(x) = f(x-a) + b$ 에 대하여 보기

에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 실수이다.) [4점]

| 보기 |

ㄱ. $a = 2, b = -\frac{5}{2}$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)g(x) = \frac{1}{4}$ 이다.

ㄴ. $a = 1$ 일 때, b 의 값에 관계없이 함수 $f(x) + g(x)$ 는 $x = 0$ 에서 불연속이다.

ㄷ. $a \neq 0, b = \frac{-2a-1}{a}$ 이면 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)g(x)$ 의 값은 존재한다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 두 함수 f 와 g 는 임의의 두 실수 x, y 에 대하여 다음 조건을 만족한다.

(가) $f(0) = 1$

(나) $f(x+g(y)) = (x+y^2-10)^2$

$f(4)+g(4)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4점]

① 14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)f'(x)}{f(x)-1} = 3$
(나) $f(a) = 1, f'(a) = -1$

$f(-1)$ 의 값은? (단, $a \neq -2$ 인 상수이다.) [4점]

- ① -2 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

단답형

22. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n + 2b_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{(n+2)(n+3)}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 양수 a, b 에 대하여 세 수 $a^2, 15, b^2$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a \times b$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 같은 종류의 공 10개를 같은 종류의 상자 6개에 빈 상자가 없도록 나누어 담는 방법의 수를 구하시오. [3점]

26. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 후, x 축에 대하여 대칭이동 하였더니 함수 $y = \frac{5}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

27. $(\sqrt{\sqrt[3]{2}\sqrt[4]{8}})^n$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오. [4점]

28. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 원소 a, b 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12 \times (2a)^n + 12 \times (6b)^n}{(2a)^{n+1} + (6b)^{n+1}}$$

의 값이 자연수가 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

12

수학 영역[나형]

29. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 집합 A_n 을
$$A_n = \{k \mid a_k = a_{n-1}, k \leq n-1\}$$
이라 할 때 수열 $\{a_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_1 = 1$
(나) $a_n = n(A_n)$

$\sum_{n=1}^{50} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 음의 실수 k 와 함수 $f(x)=ax(x+b)$ (a, b 는 자연수)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ kf(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(3)=6$
(나) 방정식 $|g(x)|=b$ 의 서로 다른 실근의 개수는 5이다.

음의 실수 m 에 대하여 직선 $y=mx+9$ 이 함수 $y=|g(x)|$ 의 그래프와 세 점에서 만날 때 m 의 값을 큰 수부터 크기순으로 나열하면 $m_1, m_2, m_3, \cdots$ 이다.

$m_1+m_2=p-q\sqrt{6}-r\sqrt{2}$ 이다. $p+q+r$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q, r 은 자연수이다.) [4점]

- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.