

수학 영역 (가형)

제 2 교시

5지선다형

1. ${}_5P_3 + {}_5C_2$ 의 값은? [2점]
 ① 50 ② 55 ③ 60 ④ 65 ⑤ 70

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{e^{2x}-1}$ 의 값은? [2점]
 ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

3. 두 벡터 $\vec{a}=(1, -1)$, $\vec{b}=(1, 3)$ 에 대하여 $|\vec{a}+\vec{b}|$ 의 값은? [2점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) d\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(A \cap B^C) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

6. $\sin\theta - \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 일 때, $\tan\theta + \cot\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{16}{7}$ ③ $\frac{24}{7}$ ④ 4 ⑤ 5

7. 주머니에는 흰 공 4개, 검은 공 3개가 들어 있다.

이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 흰 공을 적어도 1개 이상 꺼낼 확률은? [3점]

- ① $\frac{20}{21}$ ② $\frac{6}{7}$ ③ $\frac{13}{21}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

8. 두 초점의 좌표가 $F(4,0), F'(-4,0)$ 이고 주축의 길이가 6인 쌍곡선의 점근선 중에서 기울기가 양수인 점근선을 l 이라 하자. 점 F 와 직선 l 사이의 거리는? [3점]

- ① $\sqrt{11}$ ② $\sqrt{10}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{7}$

9. 두 평면벡터 \vec{a}, \vec{b} 가

$$|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2, |2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{5}$$

를 만족시킬 때, 두 평면벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 이루는 각을 θ 라 하자. $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

10. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{e^x}{e^2-1}$ 의 역함수를

$g(x)$ 라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} g'\left(\frac{e^n}{e^2-1}\right)$ 의 값을 구하면? [3점]

- ① e^2 ② $e+1$ ③ $e-1$
 ④ e^2-2 ⑤ e^2-1

11. 곡선 $x^3 + ay^2 - 2xy + b = 0$ 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선의 기울기가 -1 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $2a + 4b$ 의 값은?

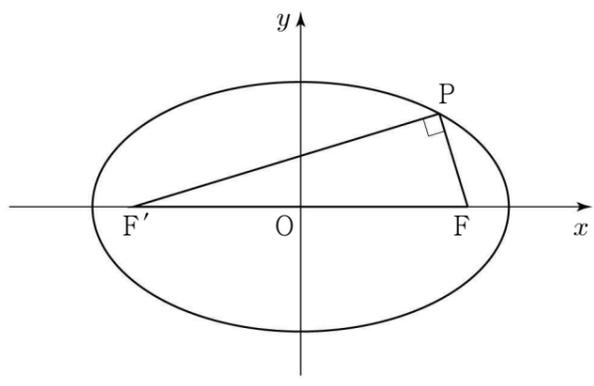
[3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

12. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 중복 사용하여 만들 수 있는 네 자리 이하의 자연수의 개수는? [3점]

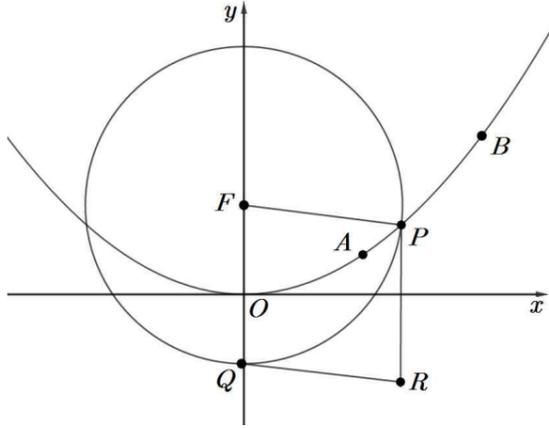
- ① 256 ② 340 ③ 420 ④ 484 ⑤ 512

13. 타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ 의 두 초점을 F, F'라 하자. 타원 위의 점 P가 $\angle FPF' = \frac{\pi}{2}$ 를 만족시킬 때, 삼각형 FPF'의 넓이는? [3점]
- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26



14. 함수 $f(x) = \frac{1}{x^2+x}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{3k}{n}\right)$ 의 값은? [4점]
- ① $\ln \frac{9}{8}$ ② $\ln \frac{5}{4}$ ③ $\ln \frac{8}{5}$ ④ $\ln \frac{3}{2}$ ⑤ $\ln \frac{13}{8}$

15. 그림과 같이 초점이 F 인 포물선 $x^2=9y$ 위에 두 점 $A(3, 1)$, B 가 있다. 포물선 $x^2=9y$ 위의 제1사분면의 점 P 에 대하여 중심이 F 이고 반지름의 길이가 \overline{PF} 인 원이 y 축과 만나는 점 중 y 좌표가 음수인 점을 Q 라 할 때, 점 R 이 다음 조건을 만족시킨다.



(가) 사각형 $FPRQ$ 는 평행사변형이다.
 (나) 점 P 가 점 A 에서 점 B 까지 x 좌표가 증가하는 방향으로만 움직일 때, 점 R 이 나타내는 도형의 길이는 3이다.

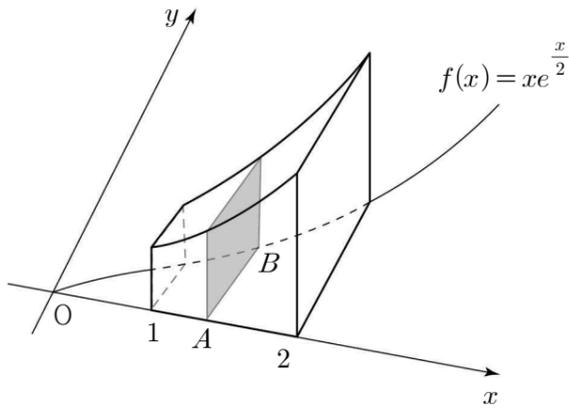
이때, 조건을 만족하는 점 B 의 좌표를 (a, b) 라 할 때 $a \times b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{28}{3}$ ② 8 ③ $\frac{35}{3}$ ④ 16 ⑤ 24

16. 매개변수 θ ($\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{2}{3}\pi$)로 나타낸 곡선 $x=2-\cos\theta$, $y=\theta+\sin\theta$ 위의 점에서의 접선의 기울기의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때 $M \times m$ 의 값은? [4점]

- ① -6 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

17. 그림과 같이 함수 $f(x) = xe^{\frac{x}{2}}$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $A(x, 0)$, $B(x, f(x))$ 를 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 x 축에 수직인 평면 위에 그린다. 점 A 의 x 좌표가 $x=1$ 에서 $x=2$ 까지 변할 때, 이 정사각형이 만드는 입체도형의 부피는? [4점]



- ① $2e^2 - e$ ② e^2 ③ $2e^2$ ④ $4e^2 - e$ ⑤ $8e^2 - 1$

18. 다음은 $\left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}\right)^4$ 의 전개식에서 상수항을 구하는 과정이다.

$$\left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}\right)^4$$

$$= \text{[가]} (x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)^4 \text{이다.}$$

$(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)^4$ 에서 [나]의 계수를 구한 뒤 [가]을 곱하면 상수항이 된다.

$(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)^4$ 의 전개식에서 [나]의 계수는

$$x^4 \times x^4 \times 16 \times 16 = 2^8 \times \text{[나]}$$

$$x^4 \times 2x^3 \times 8x \times 16 = 2^8 \times \text{[나]}$$

$$x^4 \times 4x^2 \times 4x^2 \times 16 = 2^8 \times \text{[나]}$$

$$2x^3 \times 4x^2 \times 4x^2 \times 8x = 2^8 \times \text{[나]}$$

...

등의 합이므로 $A \times 2^8 \times \text{[나]}$ 으로 표현된다.

따라서 $(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)^4$ 의 전개식에서 [나]의 계수가 A 이므로

$$= \underbrace{(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)}_{4\text{개}} \times () \times () \times ()$$

$$= (\dots + x^{a_1} + \dots)(\dots + x^{a_2} + \dots) \dots (\dots + x^{a_4} + \dots)$$

$$= \dots + Ax^{a_1 + a_2 + a_3 + a_4} + \dots$$

에서 A 는 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \text{[다]}$ ($0 \leq a_1, a_2, a_3, a_4 \leq 4$)의 정수해의 개수와 같다.

따라서 $A = {}_4H_{\text{[다]}} - \text{[라]}$ 이다.

그러므로 $\left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}\right)^4$ 의 전개식에서 상수항은 \square 이다.

(가), (나)에 들어가 식을 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하고 (다), (라)에 들어갈 수를 각각 p , q 라 할 때, $q - f(2) \times g(4) \times p$ 의 값은? [4점]

- ① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 84

19. $x \neq 1$ 인 모든 실수에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $1 < x < 3$ 일 때 $f(x) = 2^{x-1} + 1$
 (나) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2, f(1) = 1$

함수 $g(x)$ 를 $g(x) = \frac{x-1}{f(x)}$ 라 할 때, $g'(1) - g'(2)$ 은? [4점]

- ① $\frac{1}{6} + \frac{2}{9} \ln 2$ ② $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} \ln 2$ ③ $\frac{1}{2} + \frac{2}{9} \ln 2$
 ④ $\frac{2}{3} + \frac{2}{9} \ln 2$ ⑤ $\frac{5}{6} + \frac{2}{9} \ln 2$

20. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \frac{f(x)}{x^2 - 2x + 2}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(2) = 1$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여
 $\int_0^{x+1} g(t) dt + \int_0^{x-1} g(-t) dt = 0$ 이다.

다음 보기 중 옳은 것은?

[4점]

— | 보 기 | —

- ㄱ. $g(0) = -g(2)$
 ㄴ. $\int_{-2}^2 f(x) dx = -6$
 ㄷ. 함수 $g(x)$ 의 치역은 $\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. $(0, 0)$ 을 지나는 함수 $f(x)$ 는 실수 전체 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

<p>(가) $x \neq 0$인 모든 실수 x에 대하여 $\int_1^x f(e^t) dt = \frac{f(x)}{x} + 2x$이다.</p> <p>(나) $\int_0^1 \frac{f(x)}{x} dx + \frac{1}{2} \int_1^{e^2} \frac{f(\sqrt{x})}{x} dx = 11$</p>
--

$g(x) = \int_1^{e^{2x}} \frac{f(\sqrt{t})}{t} dt$ 일 때, $\int_0^1 g(x) dx$ 의 값을 구하면? [4점]

- ① 6
- ② 12
- ③ 18
- ④ 24
- ⑤ 30

단답형

22. $\log_2({}_5C_0 + {}_5C_1 + {}_5C_2 + {}_5C_3 + {}_5C_4 + {}_5C_5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 3 \sec x$ 에 대하여 $f'(\frac{\pi}{6})$ 의 값을 구하시오. [3점]

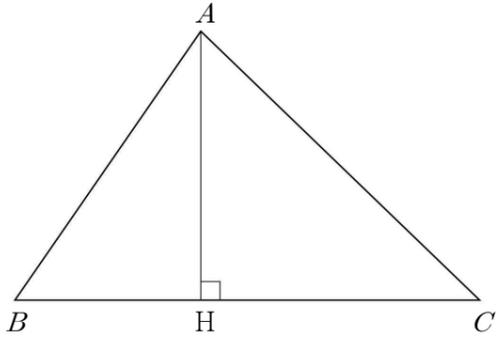
24. 집합의 분할의 수 $S(5, 4)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

26. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖고 $f(0)=1, f(1)=4$ 를 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^1 \sqrt{1+\{f'(x)\}^2} dx$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오. [4점]

25. 당첨 제비를 포함한 10개의 제비가 들어 있는 상자에서 사랑이와 화랑이가 이 순서대로 임의로 하나씩 제비를 뽑을 때, 두 사람이 뽑은 제비가 모두 당첨 제비일 확률이 $\frac{2}{9}$ 이었다. 이 상자에 들어 있는 당첨 제비의 개수를 구하시오. (단, 꺼낸 제비는 상자 안에 다시 넣지 않는다.) [3점]

27. 그림과 같이 삼각형 ABC 에 대하여 꼭짓점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 삼각형 ABC 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\vec{AB} \cdot \vec{AH}$ 의 값을 구하시오. [4점]

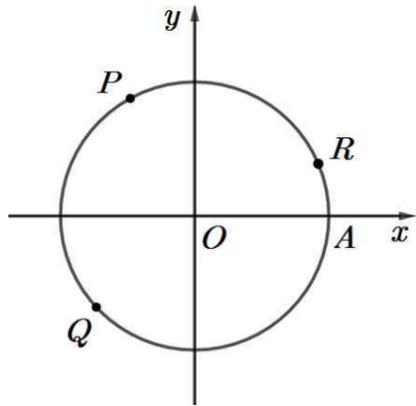


- (가) 점 H 가 선분 BC 를 3:4으로 내분한다.
- (나) $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 84$
- (다) 삼각형 ABC 의 넓이는 42이다.

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 X 로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $f(1) < f(2)$
- (나) $f(3) > f(4) > f(5)$

29. 그림과 같이 좌표평면 위에 원점 O 가 중심이고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 점 P 는 점 $A(1, 0)$ 을 출발하여 원 위를 시계 반대방향으로 매초 1만큼의 거리를 움직이고, 점 Q 는 점 P 보다 $\frac{\pi}{4}$ 초 후에 점 A 를 출발하여 원 위를 시계 방향으로 매초 2만큼의 거리를 움직인다. 또, 점 R 는 점 P 보다 $\frac{\pi}{2}$ 초 후에 점 A 를 출발하여 원 위를 시계 반대 방향으로 매초 1만큼의 거리를 움직인다. 점 P 가 점 A 를 출발하여 $\frac{\pi}{2}$ 초 경과한 후부터 선분 PQ 의 중점을 M , 선분 PR 의 중점을 N 이라 할 때, 점 P 가 점 A 를 출발한 지 $\frac{4}{3}\pi$ 초 후의 선분 MN 의 중점의 속력을 k 라 할 때, $k^2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 모든 실수에서 연속인 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) = \begin{cases} x^2 e^{1-x} & (0 \leq x < 1) \\ (ax+b)^2 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$ 이고 $f(x) = f(x+2)$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $g'(x) \geq 0$ 이고 $g(x) + g\left(\frac{2}{3}-x\right) = 2$ 이다.

함수 $h(x) = f(x) \times \int_c^x g(t)dt$ 가 열린 구간 $(-3, 3)$ 에서 미분가능하다.

$g(1) = 4$ 일 때, $\int_1^{\frac{5}{3}} h(x)dx = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c 는 상수이고 p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

랑데뷰 매주 모의고사 파트너십을 모집합니다.

저작권에 구매 받지 않는 모의고사가 필요한 학원장님, 교습소장님, 선생님들!!> 랑데뷰 모의고사가 있습니다.[가형 월4회, 나형 월2회]

모의고사 워드, 그림 등의 외면상 퀄리티는 다소 떨어질 수 있습니다.
그러나 문제의 퀄리티는 어떤 모의고사와 비교해도 자신 있습니다.
랑데뷰와 파트너십을 체결해 주시면 감사하겠습니다.

모의고사 카페 > cafe.daum.net/baekipsi

1. 일반 연간 패스 (10만)

2019년 제작되는 모든 랑데뷰 모의고사 수학 가형(28~30회), 수학 나형(12~16회)을 모두 다운 받을 수 있습니다.

2. 파트너십 연간 패스 (20만)

2019년 제작되는 모든 랑데뷰 모의고사 수학 가형(28~30회), 수학 나형(12~16회)을 모의고사 제목에 랑데뷰-○○○ 모의고사로 수정하여 보내드립니다.

3. 프리미엄 연간 패스 (60만)

① 2019년 제작되는 모든 랑데뷰 모의고사 수학 가형(28~30회), 수학 나형(12~16회)을 모의고사 제목에 랑데뷰-○○○ 모의고사로 수정하여 보내드립니다.

② 2019년 제작되는 EBS 주요문항 변형 문제 한글 파일을 완성되는 대로 보내 드립니다.

③ 2019년 실시되는 주요 모의고사 킬러문항 변형문제를 제공받습니다.

랑데뷰 수학 모의고사 카페 > cafe.daum.net/baekipsi