

제 2 교시

수 학 영 역 (가 형)

5지 선 다 형

1. 두 벡터  $\vec{a}=(3, -1)$ ,  $\vec{b}=(1, -2)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a}+\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{e^{2x}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

3. 좌표공간의 두 점  $A(1, 6, 4)$ ,  $B(a, 2, -4)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 1:3으로 외분하는 점의 좌표가  $(5, 8, 8)$ 이다.  $a$ 의 값은? [2점]

- ① -3      ② -4      ③ -5      ④ -6      ⑤ -7

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고  $P(A)=\frac{1}{3}$ ,  $P(A \cup B)=\frac{5}{6}$ 일 때,  $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③  $\frac{3}{8}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{5}{8}$

5. 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1$  의 두 꼭짓점은 타원  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  의 두 초점이다.  $a^2 + b^2$  의 값은? [3점]
- ① 16      ② 25      ③ 36      ④ 49      ⑤ 64

6. 방정식  $x + y + z + w = 4$  를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 순서쌍  $(x, y, z, w)$  의 개수를 구하면? [3점]
- ① 35      ② 36      ③ 37      ④ 38      ⑤ 39

7. 확률변수  $X$  의 확률분포가 다음 표와 같다.

$X$	0	2	3	합계
$P(X=x)$	$a$	$\frac{1}{4}$	$b$	1

- $E(X) = \frac{1}{2}$  일 때,  $40a$  의 값을 구하면? [3점]

- ① 20      ② 30      ③ 40      ④ 50      ⑤ 60

8.  $0 \leq x \leq \pi$  일 때, 방정식  $(\sin x + \cos x)^2 = \sqrt{2} \cos x + 1$  의 모든 실근의 합은? [3점]

- ①  $\frac{3}{2}\pi$     ②  $2\pi$     ③  $\frac{5}{2}\pi$     ④  $3\pi$     ⑤  $\frac{7}{2}\pi$

9. 한 개의 주사위를 6번 던질 때, 홀수의 눈이 4번 나올 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{8}$     ②  $\frac{1}{16}$     ③  $\frac{5}{32}$     ④  $\frac{3}{32}$     ⑤  $\frac{15}{64}$

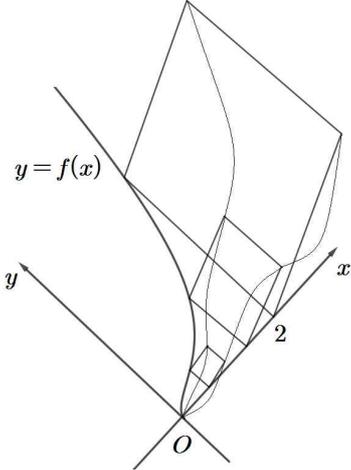
10. 함수  $f(x) = x \ln x$  ( $x > 1$ ) 의 역함수를  $g(x)$  라 할 때, 곡선  $y = g(x)$  위의 점  $(3e^3, e^3)$  에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① 1    ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{1}{5}$

11. 함수  $f(x) = \sqrt{x}e^{\frac{1}{2}x^2}$  에 대하여 곡선  $y=f(x)$  의 그래프와 직선  $x=2$  및  $x$  축으로 둘러싸인 도형이 밑면이고  $x$  축에 수직인 평면으로 자른 단면이 정사각형인 입체도형의 부피는?

[3점]

- ①  $\frac{1}{3}(e^4-1)$       ②  $\frac{1}{2}e^4$       ③  $\frac{1}{2}(e^4-1)$   
 ④  $\frac{1}{2}e^2$       ⑤  $\frac{1}{3}(e^2-1)$



12. 두 초점이  $x$  축 위에 있고 중심이 원점인 쌍곡선  $C$ 가 있다.

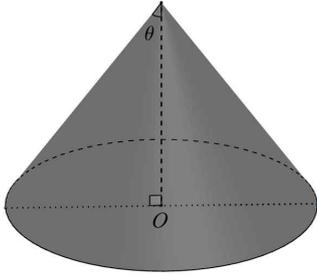
쌍곡선  $C$ 의 점근선은  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = -1$ 의 점근선과 같고 쌍곡선

$C$  위의 점  $P(2, 3)$ 에서의 접선이 쌍곡선  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = -1$ 와 만나는 두 점을  $A, B$ 라 하자. 두 점  $A, B$ 의  $x$ 좌표의 곱을 구하면?

[3점]

- ① 4      ② -4      ③ 8      ④ -8      ⑤ 16

13. 그림과 같은 직원뿔의 옆넓이가 밑넓이의 3배일 때,  $\sin\theta$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

14. 다음은 어느 신문에 실린 기사를 인용한 것이다.

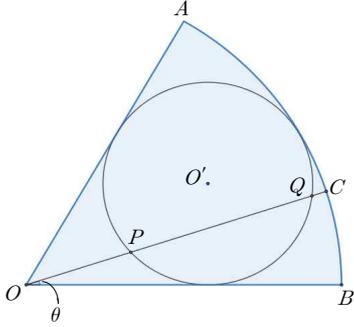
유권자중  $n$ 명을 임의추출하여 실시한 설문조사에서 대통령의 국정 수행에 대해 '잘한다.'고 평가한 응답자의 비율은 64%로 집계됐다.

이 기사의 결과를 이용하여 대한민국 유권자 중에서 대통령의 국정 수행에 대해 '잘한다.'고 생각하는 유권자의 비율  $p$ 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하면  $0.62452 \leq p \leq 0.65548$ 이다.  $n$ 의 값은? [4점]

(단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.)

- ① 1600      ② 2500      ③ 3600      ④ 4900      ⑤ 6400

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 3이고  $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴 AOB에 내접하는 원을  $O'$ 이라 하자. 호 AB 위의 한 점 C에 대하여  $\angle COB = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ )일 때, 원  $O'$ 과  $\overline{OC}$ 가 만나는 두 점을 P, Q라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{PQ^2}{\theta}$ 의 값을 구하면? [4점]



- ① 8                      ②  $8\sqrt{2}$                       ③  $8\sqrt{3}$
- ④  $16\sqrt{2}$                       ⑤  $16\sqrt{3}$

16. 좌표공간에 두 직육면체 A, B가 있다. 세 직선

$$l_1: x=6, y=-2, l_2: y=6, z=7, l_3: z=4, x=-2$$

은 직육면체 A의 모서리 중 3개를 연장한 직선의 방정식이다.

세 직선

$$l_4: x=4, z=5, l_5: x=8, y=4, l_6: z=-2, y=6$$

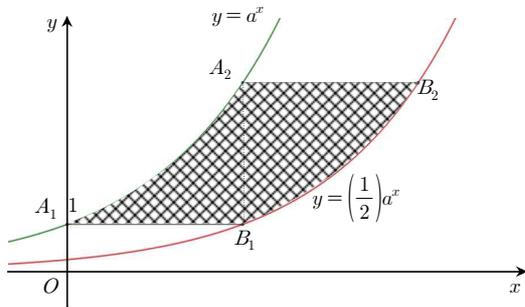
은 직육면체 B의 모서리 중 3개를 연장한 직선의 방정식이다.

이때, 두 직육면체 A, B의 겹치는 부분의 부피를 구하면?

[4점]

- ①  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$                       ② 2                      ③  $\frac{3\sqrt{3}}{3}$
- ④  $\sqrt{15}$                       ⑤ 4

17. 그림과 같이 곡선  $y = a^x$  위의 점  $A_1(0, 1)$ 을 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = \left(\frac{1}{2}\right) \times a^x$  과 만나는 점을  $B_1$ , 점  $B_1$ 을 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = a^x$ 과 만나는 점을  $A_2$ , 점  $A_2$ 을 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = \left(\frac{1}{2}\right) \times a^x$ 과 만나는 점을  $B_2$ 라 하자. 두 선분  $\overline{A_1B_1}$ ,  $\overline{A_2B_2}$  및 두 곡선  $y = a^x$ ,  $y = \left(\frac{1}{2}\right) \times a^x$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이가 10일 때  $a^{10}$ 의 값을 구하면? (단,  $a > 1$ ) [4점]

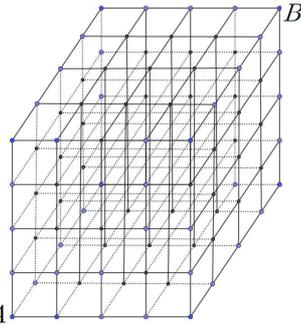


- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1
- ④ 2                              ⑤ 4

18. 두 종류의 카드  $\boxed{A}$ ,  $\boxed{B}$ 가 8장씩 있다. 이 16장의 카드 중에서 8장의 카드를 택하여 일렬로 나열할 때,  $\boxed{A}\boxed{B}$ 가 이 순서대로 연속하여 놓인 것이 한 번만 나타나도록 나열하는 경우의 수를 구하면? (단, 같은 종류의 카드는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

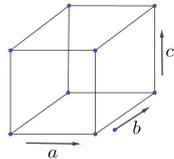
- ① 84                      ② 88                      ③ 92                      ④ 96                      ⑤ 100

19. 한 모서리의 길이가 1인  $n \times n \times n$ 개의 동일한 정육면체를 붙여 한 모서리의 길이가  $n$ 인 정육면체를 만들었다. 예를 들어  $n=4$ 인 경우는 오른쪽 그림과 같다.



한 모서리의 길이가  $n$ 인 정육면체의 꼭짓점  $A$ 에서 출발하여 길이가 1인 정육면체들의 모서리를 따라  $B$ 지점까지 최단 거리로 가는 방법 중 출발 후 이동 방향을 4번 바꾸는 방법의 수를  $a_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값을 구하는 과정이다. (내부의 모서리 및 점을 모두 지나갈 수 있으며, 방향을 두 번 바꾸는 최단 거리의 경로의 수는 6이다.)

가로방향  $\rightarrow$ 으로 이동을  $a$   
 세로방향  $\nearrow$ 으로 이동을  $b$   
 높이방향  $\uparrow$ 으로 이동을  $c$  라 하자.  
 $A$ 에서 출발해서  $B$ 에 도착하려면  $a, b, c$ 가 적어도 한 번씩은 나타나야 한다.



(i) 한 문자가 3번 나오는 경우  
 예를 들어  $abaca$ 이면 방향 전환이 4번 나타난다.  
 더 이상의 방향 전환이 일어나면 안 되므로 남은  $n-1$ 개의  $b, c$ 는 모두 한 곳에 들어가야 하고 남은  $n-3$ 개의  $a$ 는 들어갈 수 있는 곳이 3곳 이므로 경우의 수는  $\square$ (가)이다.

따라서  
 3번 나타나는 한 문자 선택하는 경우의 수는 3가지  
 $b, c$ 의 위치 선택하는 경우의 수는 2가지이므로  
 $3 \times 2 \times \square$ (가)

(ii) 두 문자가 2번씩 나오는 경우  
 예를 들어  $ababc$ 이면 방향 전환이 4번 나타난다.  
 더 이상의 방향 전환이 일어나면 안 되므로 남은  $n-1$ 개의  $c$ 는 모두 한 곳에 들어가야 하고 남은  $n-2$ 개의  $a, b$ 는 들어갈 수 있는 곳이 2곳 이므로 각각  $\square$ (나)이다.

따라서  
 2번 나타나는 문자 선택  ${}_3C_2=3$ ,  
 문자 배열 경우의 수  $\square$ (다)  
 그리고  $\square$ (나)  $\times$   $\square$ (나) 이므로  
 $3 \times \square$ (다)  $\times$   $\{\square$ (나) $\}^2$

(i), (ii)에서  $\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2} = \square$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(n), (다)$ 에 들어갈 수를  $k$ 이라 할 때,  $f(5) \times g(6) \times k$ 의 값은? [4점]

- ① 280    ② 320    ③ 360    ④ 400    ⑤ 440

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^{f(x)} - 1}{x} & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}$$

으로 정의한다. 함수  $g(x)$ 가  $x=0$ 에서 연속일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

- ㄱ.  $f(3)=12$   
 ㄴ.  $x \neq 0$ 일 때,  $g'(x) > 0$   
 ㄷ.  $0 < x < 2$ 일 때,  $\int_0^2 |e^{f(t)} - 1 - g(x)t| dt$ 의 값은  $x = \sqrt{2}$ 일 때 최소이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 양수  $c$  ( $c > 1$ )에 대하여 함수  $f(x)$ 가  $f(x) = \ln(x^2 + 1) - 2\ln c$ 일 때

$$\int_0^c f(x) dx = A, \int_0^c |f(x)| dx = B$$

를 만족시킨다. 함수  $F(x)$ 가

$$F(x) = \int_0^x |f(t)| dt \quad (0 \leq x \leq c)$$

일 때,  $\int_0^c f(x)F(x) dx$ 의 값은  $pA^2 + \frac{1}{2}AB + qB^2$ 이다.

$q - p$ 의 값은? [4점]

(단,  $B > 0 > A$ 이고  $p, q$ 는 유리수이다.)

- ①  $-\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $-\frac{3}{2}$   
 ④  $\frac{3}{2}$                       ⑤ 2

단 답 형

22. 좌표평면 위의 세 점  $A(1, 1), B(3, 2), C(3, -2)$ 에 대하여 내적  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x)$ 는  $x=1$ 에서 미분가능하며  $f(1)=3, f'(1)=15$

일 때,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x^2 f(1)}{\ln x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

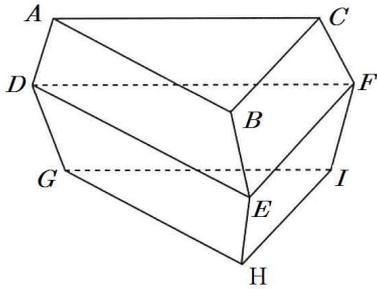
24.  $S(5, 4) = S(4, 3) + k$ 가 성립한다고 할 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수  $f(x) = \int_{\frac{\pi}{2}}^x \left( \frac{\cos t}{t} \right) dx$ 에 대하여,  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ 의 값을  $k$ 라 할 때,  $100k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 사건  $A$ 가 일어날 확률이  $p$ 로 일정한 독립시행을  $n$ 번 반복할 때, 사건  $A$ 가 일어나는 횟수를 확률변수  $X$ 라 한다. 평균이  $\frac{24}{25}$ , 분산이  $\left(\frac{24}{25}\right)^2$ 일 때, 시행 횟수  $n$ 을 구하시오. [3점]

27. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 합동인 두 정삼각형  $ABC$ ,  $GHI$ 와 합동인 등변사다리꼴 6개로 이루어진 팔면체가 있다.  $\overline{AD}=1$ ,  $\overline{DE}=3$ 일 때,  $\overline{AI} \cdot \overline{AH}$ 의 값을  $k$ 라 할 때,  $k = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



28. 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수  $g(x)$  ( $-1 \leq X \leq 1$ )와 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 관계식

$$P(-1 \leq X \leq x) = \int_{-1}^x g(t) dt = \frac{3f(x)}{1+2f(x)}$$

(단,  $-1 \leq X \leq 1$ )

이 성립할 때  $P\left(-1 \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$ 의 값이  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이며  $y=f(x)$ 는  $x$ 축에 접한다.)

[4점]

29. 좌표공간에 한 직선 위에 있지 않은 세 점 A, B, C가 있다. 다음 조건을 만족시키는 평면  $\alpha$ 에 대하여 각 점 A, B, C와 평면  $\alpha$  사이의 거리 중에서 가장 작은 값을  $d(\alpha)$ 라 하자.

- (가) 평면  $\alpha$ 는 선분 AB와 만나고, 선분 BC와도 만난다.
- (나) 평면  $\alpha$ 는 선분 AC와 만나지 않는다.

위의 조건을 만족시키는 평면  $\alpha$  중에서  $d(\alpha)$ 가 최대가 되는 평면을  $\beta$ 라 하자.  
 세 점이 A(1, 1, 0), B(1, 4, -4), C(-1, -1, -1)일 때, 점 C에서 평면  $\beta$ 까지의 거리를  $d$ 라 하자.  $10d$ 의 값을 구하시오.  
 [4점]

30. 점  $A\left(t, \frac{1}{2}t+a\right)$ 에서 최고차항의 계수가 -1이고 이차항의 계수가 0인 아닌 사차함수  $f(x)$ 에 그은 접선의 개수를  $g(t)$ 라 하고, 모든 실수  $t$ 에 대하여  $g(t)$ 의 불연속인 점의 개수를  $h(a)$ 라 하자.  $f(x)$ 는 모든 실수  $a$ 에서  $h(a)$ 의 불연속 점의 개수를 최소로 하는 사차함수들 중 하나일 때,  $g(t)$ 와  $h(a)$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가)  $h(a)$ 는  $a=a_1, a=a_2$ 일 때 최솟값을 갖는다. ( $a_1 > a_2$ )
- (나)  $a=4$ 일 때,  $g(t)$ 는 홀수인 함수값 중 최솟값을 갖고 불연속인 모든  $t$ 값들의 합이 0이다.

$a_1=-8$ 일 때,  $f(2)-a_2$ 의 값을 구하시오. [4점]  
 (단,  $f(x)$ 가 변곡점이 두 개일 때, 점 A는 사차함수  $f(x)$ 의 두 변곡점을 동시에 지나는 직선 위에 있지 않다.)

- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.