

제 2 교시

수 학 영 역 ( 나 형 )

5지 선 다 형

1. 제 3항이 7이고, 제 8항이 -3인 등차수열의 제 10항을 구하면? [2점]

① -9    ② -7    ③ -5    ④ 7    ⑤ 9

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(3n+1)}{3n^2+1}$  의 값은? [2점]

① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

3.  ${}_4H_2 - {}_2H_4$  의 값은? [2점]

① 19    ② 17    ③ 15    ④ 13    ⑤ 11

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고  $P(A) = \frac{1}{4}$ ,  $P(A^c \cap B) = \frac{3}{7}$  일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

①  $\frac{4}{7}$     ②  $\frac{17}{28}$     ③  $\frac{19}{28}$     ④  $\frac{5}{7}$     ⑤  $\frac{3}{4}$

5.  $x^2 + ax - 12 \neq 0$ 이  $x - 3 \neq 0$ 이기 위한 충분조건일 때, 실수  $a$ 의 값을 구하면? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{2k}{n}\right)^3 \frac{1}{n}$ 의 값을 구하면? [3점]

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

7. 두 등차수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여  $a_1 + b_1 = 10$ ,  $a_{10} + b_{10} = 20$  일 때,  $\sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하면? [3점]

- ① 100      ② 125      ③ 150      ④ 175      ⑤ 200

8. 방정식  $x+y+z+w=9$ 을 만족시키는 자연수  $x, y, z, w$ 의 순서쌍  $(x, y, z, w)$  중에서  $x$ 가 3의 배수인 순서쌍의 개수는? [3점]

- ① 9      ② 11      ③ 13      ④ 15      ⑤ 17

9. 함수  $f(x)=(x-1)^2(x-4)+a$ 의 극댓값이 10일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하면? [3점]

- ① -10      ② -6      ③ 0      ④ 10      ⑤ 12

10. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던지는 시행에서 나온 두 눈의 수의 합이 7보다 작을 때, 이 두 눈의 수의 곱은 6보다 작지 않을 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{15}$       ②  $\frac{2}{15}$       ③  $\frac{1}{5}$       ④  $\frac{4}{15}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

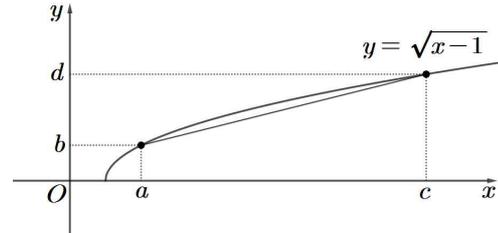
11. 일차함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(1)=7$ ,  $f^{-1}(10)=4$ 일 때,  
 $f(4)+f^{-1}(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 4                      ② 6                      ③ 8  
 ④ 10                     ⑤ 12

12. 다음 그림과 같이 함수  $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프 위의 두 점  
 $P(a, b), Q(c, d)$ 에 대하여  $b+d=6$ 일 때, 직선 PQ의  
 기울기는? (단,  $0 < a < c$ )

[3점]



- ①  $\frac{1}{18}$                       ②  $\frac{1}{12}$                       ③  $\frac{1}{6}$   
 ④  $\frac{1}{4}$                         ⑤  $\frac{1}{2}$

13. 두 자연수  $a, b$ 에 대하여 세 수  $2, a, b$ 가 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수  $4, 2a, a+2b$ 가 이 순서로 등비수열을 이룰 때,  $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 24      ② 20      ③ 16      ④ 12      ⑤ 8

14. 함수  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1}}{x^{2n}+2}$ 와 연속함수  $y = g(x)$ 에 대하여 합성함수  $y = g(f(x))$ 가 모든 실수에 대하여 연속이 될 때,  $g\left(\frac{1}{3}\right) + g(-1)$ 의 값은? (단,  $g(0) = 0$ ) [4점]

- ① -1                      ② 0                      ③ 1  
 ④ 2                      ⑤ 3

15. 매주 실시 되는 수학영역 랭테뷰 모의고사는 전체 평균이  $m$ , 표준편차가  $\sigma$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 모의고사를 치른 수험생 중 임의추출한  $n$ 명의 점수의 표본평균을  $\bar{X}$ 라 할 때,  $|\bar{X} - m| \leq 0.049\sigma$ 일 확률이 0.8584 이상이 되도록 하는  $n$ 의 최솟값을 오른쪽 표준정규분포를 이용하여 구한 것은?

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.49	0.1879
0.98	0.3365
1.47	0.4292
1.96	0.4750

[4점]

- ① 900                      ② 1600                      ③ 2500  
 ④ 3600                      ⑤ 4900

16. 두 유리함수  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 의 그래프를 각각  $x$ 축 방향으로 평행이동 시키면 모두  $y=\frac{1}{x}$ 의 그래프와 일치하고, 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 와 각각의 역함수  $f^{-1}(x)$ ,  $g^{-1}(x)$ 는 다음을 만족시킨다.

$$\frac{1}{f(x)} - \frac{1}{g(x)} = -1, \quad 2f^{-1}(x) + \frac{1}{x} = 3g^{-1}(x)$$

함수  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 의 그래프의  $y$ 축에 평행인 점근선의 방정식을 각각  $x=a$ ,  $x=b$ 라 할 때, 상수  $a$ ,  $b$ 의 합  $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 5                      ②  $\frac{16}{3}$                       ③  $\frac{17}{3}$                       ④ 6                      ⑤  $\frac{19}{3}$

17. 최고차항의 계수가  $a$ 인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

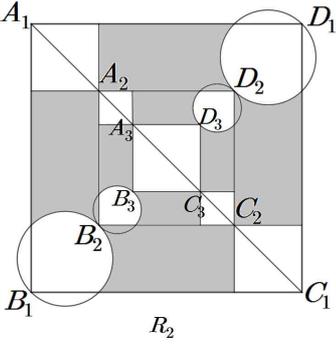
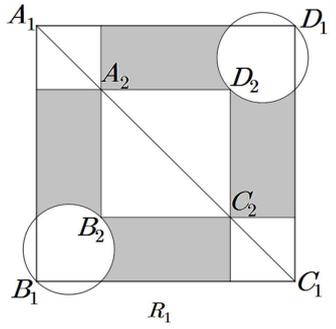
- (가) 방정식  $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 음의 실근과 양의 실근 한 개를 갖는다.  
 (나) 방정식  $f'(x)=0$ 은 두 실근  $-3, 2$ 를 갖는다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- ㄱ.  $f(0)f(2)>0$   
 ㄴ.  $f(-3)f(0)>0$   
 ㄷ.  $a \times f(1) \times f'(1)>0$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 의 대각선  $A_1C_1$ 을 1:3, 3:1로 내분하는 점을 각각  $A_2, C_2$ 라 하고, 선분  $A_2C_2$ 를 대각선으로 하는 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 만든다. 선분  $A_1A_2$ , 선분  $C_1C_2$ 을 각각 대각선으로 하는 두 정사각형과 선분  $B_1B_2$ , 선분  $D_1D_2$ 을 각각 지름으로 하는 원을 만들어 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 과 세 정사각형과 두 원 사이를 색칠한 도형을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 같은 방법으로 대각선  $A_2C_2$ 를 1:3, 3:1로 내분하는 점을 각각  $A_3, C_3$ 이라 하고, 정사각형  $A_3B_3C_3D_3$ 을 만든다. 선분  $A_2A_3$ , 선분  $C_2C_3$ 를 각각 대각선으로 하는 두 정사각형과 선분  $B_2B_3$ , 선분  $D_2D_3$ 을 각각 지름으로 하는 원을 만들어 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 와 세 정사각형과 두 원 사이를 색칠한 도형을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 반복하여  $n$ 번째 얻은 그림을  $R_n$ 이라 하고,  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $8 - \frac{2}{3}\pi$               ②  $10 - \frac{1}{3}\pi$               ③  $10 - \frac{2}{3}\pi$   
 ④  $12 - \frac{1}{3}\pi$               ⑤  $12 - \frac{2}{3}\pi$

19. 1, 2, 3의 번호가 하나씩 적혀 있는 세 상자에 각각  $n$ 개의 공이 들어 있다. 각 상자에는 상자에 적혀 있는 번호만큼 흰 공이 들어 있고, 나머지는 검은 공이 들어 있다. 1번 상자에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 꺼낸 공을 각각 2번 상자와 3번 상자에 임의로 한 개씩 넣는다. 이때, 1번 상자에서 꺼낸 2개의 공에 흰 공이 포함되어 있으면 2번 상자에서 임의로 한 개의 공을 꺼내고, 1번 상자에서 꺼낸 2개의 공이 모두 검은 공이면 3번 상자에서 임의로 한 개의 공을 꺼내기로 한다. 마지막에 꺼낸 공이 흰 공이었을 때, 1번 상자에서 꺼낸 공에 흰 공이 포함되어 있었을 확률은  $p$ 를 구하는 과정이다.

1번 상자에는 흰 공 1개, 검은 공  $n-1$ 개가 들어 있고, 2번 상자에는 흰 공 2개, 검은 공  $n-2$ 개가 들어 있고, 3번 상자에는 흰 공 3개, 검은 공  $n-3$ 개가 들어 있다.

(i) 1번 상자에서 흰 공 1개, 검은 공 1개를 꺼내는 경우 이때의 확률은  $\frac{2}{n}$ 이다.

1번 상자에서 꺼낸 2개의 공을 임의로 2번 상자와 3번 상자에 각각 하나씩 넣는 경우는 다음과 같다.

㉠ 2번 상자에 흰 공, 3번 상자에 검은 공을 넣는 경우 이때의 확률은  $\frac{1}{2}$ 이고,

2번 상자에는 흰 공 3개, 검은 공  $n-2$ 개가 들어 있고 3번 상자에도 흰 공 3개, 검은 공  $n-2$ 개가 들어 있다. 이제, 2번 상자에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 흰 공을 꺼낼 확률은  $\square$ 이다.

㉡ 2번 상자에 검은 공, 3번 상자에 흰 공을 넣는 경우 이때의 확률은  $\frac{1}{2}$ 이고,

2번 상자에는 흰 공 2개, 검은 공  $n-1$ 개가 들어 있고 3번 상자에는 흰 공 4개, 검은 공  $n-3$ 개가 들어 있다. 이제, 2번 상자에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 흰 공을 꺼낼 확률은  $\square$ 이다.

따라서 마지막에 꺼낸 공이 흰 공일 확률은  $\square$ (가)

(ii) 1번 상자에서 검은 공 2개를 꺼내는 경우 이때의 확률은  $\frac{n-2}{n}$ 이다.

1번 상자에서 꺼낸 2개의 공을 임의로 2번 상자와 3번 상자에 각각 하나씩 넣으면 2번 상자에는 흰 공 2개, 검은 공  $n-1$ 개 들어 있고 3번 상자에는 흰 공 3개, 검은 공  $n-2$ 개 들어 있다. 이제, 3번 상자에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 흰 공을 꺼낼 확률은  $\square$ 이다.

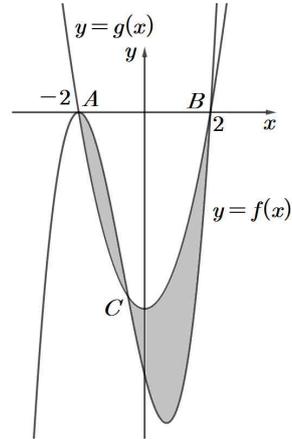
따라서 마지막에 꺼낸 공이 흰 공일 확률은  $\square$ (나)

(i), (ii)에서 마지막에 꺼낸 공이 흰 공이었을 때, 1번 상자에서 꺼낸 공에 흰 공이 포함되어 있을 확률  $p = \square$ (다)이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ ,  $h(n)$ 이라 할 때,  $f(4) \times g(5) \times h(7)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{160}$     ②  $\frac{1}{80}$     ③  $\frac{3}{160}$     ④  $\frac{1}{40}$     ⑤  $\frac{1}{32}$

20. 그림과 같이 함수  $f(x) = (x+2)^2(x-2)$ 와 최고차항의 계수가 양수인 이차함수  $g(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$ 와 곡선  $y=g(x)$ 는  $x$ 축 위의 점  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, 0)$ 와 점  $C(t, g(t))(-1 \leq t \leq 1)$ 에서 만난다. 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합이 최대가 되도록 하는 함수  $g(x)$ 를  $g_1(x)$ 라 하고 최소가 되도록 하는 함수  $g(x)$ 를  $g_2(x)$ 라 할 때,  $g_1(1) + g_2(1)$ 의 최솟값은? [4점]



- ① -18    ② -15    ③ -12    ④ -9    ⑤ -6

21. 함수  $f(x)=|x-1|$ 와 실수  $t$ 에 대하여 함수  $g(x)=f(x)-tx$  ( $-1 \leq x \leq 2$ )의 최댓값과 최솟값의 차를  $h(t)$ 라 할 때, 함수  $h(t)$ 가 미분가능하지 않은 점을 선분으로 연결한 도형의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{2}{3}$       ②  $\frac{4}{3}$       ③ 2      ④  $\frac{8}{3}$       ⑤  $\frac{10}{3}$

단답형

22. 5명의 학생을 원탁에 둘러앉히는 경우의 수를 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x)=\frac{5}{3}(x-2)$ 에 대하여  $f(-1)+f(14)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 세 문자  $a, b, c$  중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자  $a$ 가 두 번 이상 나오는 경우의 수를 구하시오. [3점]

26. 확률변수  $X$ 는 이항분포  $B(20, p)$ 를 따르고  $\sum_{r=0}^{20} P(X \geq r) = 17$ 이다.  $15V(X)$ 을 구하시오. [4점]

25. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 공집합이 아닌 집합  $B$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (가)  $x \in B$ 이면  $x \in A$   
 (나)  $x \in B$ 이면  $7 - x \in B$

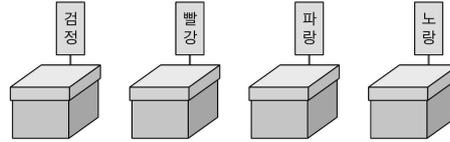
- 이때 집합  $B$ 의 개수를 구하시오. [3점]

27. 양의 실수  $x, y$ 에 대하여  $\frac{3x^2 + 18xy + 15y^2}{x^2 + 4xy + 4y^2}$ 의 최댓값을 구하시오.

[4점]

28. 검정, 빨강, 파랑, 노랑 구슬이 각각 하나씩 있다. 이들을 다음 그림과 같이 검정, 빨강, 파랑, 노랑의 뜻말이 있는 상자에 임의로 하나씩 넣는다. 구슬의 색과 상자의 뜻말이 나타내는 색이 일치하는 상자의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자.  $E(X) + V(X)$ 의 값을 구하시오.

[4점]



29. 다항함수  $f(x)$ 가 임의의 두 실수  $a, b$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\frac{2}{b-a} \int_a^b f(x)dx = f(a) + f(b)$
- (나) 방정식  $f(x) - 2x = 0$ 의 해는 존재하지 않는다.
- (다)  $\int_0^1 f(x)dx = 2$

$f(3)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

30. 모든 실수에서 연속인 두 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(x) = \begin{cases} x^2 & (0 \leq x < 1) \\ (ax+b)^2 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$ 이고  $f(x) = f(x+2)$ 이다.
- (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g'(x) \geq 0$ 이고  $g(x) + g\left(\frac{2}{3} - x\right) = 2$ 이다.

함수  $h(x) = f(x) \times \int_c^x g(t)dt$ 가 열린 구간  $(-3, 3)$ 에서 미분가능하다.

$g(1) = 4$ 일 때,  $\int_1^{\frac{5}{3}} h(x)dx = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a, b, c$ 는 상수이고  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.