

제 2 교시

수 학 영 역 (가 형)

1

5지 선 다 형

1. 두 벡터  $\vec{a} = (1, -2)$ ,  $\vec{b} = (-2, 5)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{\ln(1+2x)}$ 의 값은? [2점]
- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

3. 좌표공간의 두 점  $A(2, 2a, -2)$ ,  $B(7, -4, 1)$ 에 대하여 선분 AB를 2:1로 내분하는 점이  $x$ 축 위에 있을 때,  $a$ 의 값은? [2점]
- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

4. 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $A$ 와  $B^C$ 은 서로 배반사건이고  $P(A) = \frac{2}{3}$ ,  $P(A^C \cap B) = \frac{1}{6}$ 일 때,  $P(B)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]
- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{5}{12}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{7}{12}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

5. 초점이 F인 포물선  $y^2 = 16x$  위의 점 P에 대하여  $\overline{PF} = 8$  일 때, 점 P의  $x$ 좌표는? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

6. 한 개의 주사위를 90번 던질 때, 3의 배수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자.  $V(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 8      ② 12      ③ 16      ④ 20      ⑤ 24

7. 곡선  $2e^x + xe^y = y$  위의 점  $(0, 2)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ①  $2+e^2$       ②  $2-e^2$       ③  $1+e$       ④  $1-e$       ⑤  $2+\frac{1}{e^2}$

8. 함수  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g'(f(1))$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{(1+e)^2}$       ②  $\frac{e}{1+e}$       ③  $\left(\frac{1+e}{e}\right)^2$   
 ④  $\frac{(1+e)^2}{e}$       ⑤  $\frac{(1+e)^2}{2e}$

9.  $\int_0^\pi x \cos x \, dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $-4$       ②  $-\pi$       ③  $-2$       ④  $2$       ⑤  $\pi$

10. 주머니 속에 3부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 구슬 7개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬에 적힌 두 자연수가 서로소일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{2}{5}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{4}{7}$       ④  $\frac{5}{7}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

11.  $0 \leq \theta < 2\pi$  일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식

$$x^2 + (2\cos\theta)x + \sin\theta + 1 = 0$$

이 실근을 갖지 않도록 하는 모든  $\theta$ 의 값의 범위는  $\alpha < \theta < \beta$ 이다.  $\beta - \alpha$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{\pi}{3}$       ②  $\frac{\pi}{2}$       ③  $\frac{2}{3}\pi$       ④  $\pi$       ⑤  $\frac{4}{3}\pi$

12. 다섯 명의 학생 A, B, C, D, E에게 같은 종류의 사탕 10개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?

[3점]

- (가) 각 학생은 적어도 1개의 사탕을 받는다.  
(나) 학생 A는 학생 B보다 더 많은 사탕을 받는다.

- ① 42      ② 44      ③ 46      ④ 48      ⑤ 50

13 좌표공간에서 점  $(-2, 1, 5)$ 를 지나고 직선

$$x - 1 = 2 - y = \frac{z+1}{2}$$
을 포함하는 평면이  $y$ 축과 만나는 점의

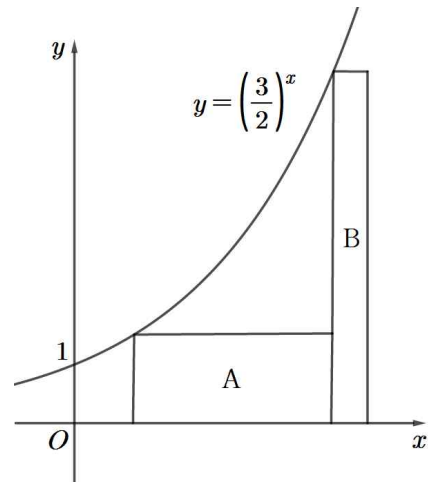
$y$ 좌표는?

[3점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

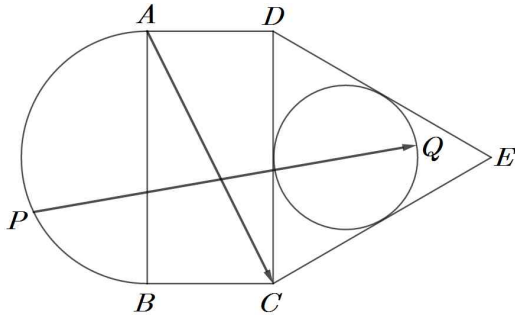
14 그림과 같이 함수  $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ 의 그래프 위의 두 점을 각각 한

꼭짓점으로 하는 두 직사각형 A, B가 있다. 직사각형 A의  
가로의 길이가 4일 때, 직사각형 A의 넓이가 직사각형 B의  
넓이의 4배가 된다고 한다. 이때, 직사각형 B의 가로  
의 길이는? (단, 두 직사각형의 한 변은  $x$ 축 위에 놓여 있고,  
한 꼭짓점을 공유한다.) [4점]



- ①  $\frac{4}{9}$       ②  $\frac{4}{27}$       ③  $\frac{8}{27}$       ④  $\frac{8}{81}$       ⑤  $\frac{16}{81}$

15. 그림과 같이 한 평면 위에 직사각형 ABCD와 정삼각형 CDE 그리고 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다.  $\overline{AB}=2$ ,  $\overline{BC}=1$ 일 때, 호 AB위의 점 P와 정삼각형 CDE에 내접하는 원 위의 점 Q에 대하여 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



| 보 기 |

- ㄱ. 선분 AB의 중점을 M이라 하고 정삼각형 CDE에 내접하는 원의 중심을 R이라 하면  $|\overrightarrow{MR}|=1+\frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.  
 ㄴ.  $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DE} = -\sqrt{15}$   
 ㄷ.  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{PQ}$ 의 최댓값은  $(1+\sqrt{5})\left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 심화 문제로 구성된 랭데뷰수학 문제집이 있다. 화랑이는 이 문제집에서 50%의 문항은 정답을 알고 있고, 나머지 50%의 문항은 정답을 모르거나 확실치 않다. 화랑이가 이 문제집에서 임의의 10개의 문항을 택하여 시험을 치른다. 화랑이가 정답을 모르거나 확실하지 않은 문항을 맞출 확률은 10%라고 한다. 화랑이가 이 시험에서 9개 이상 맞출 확률은? [4점]

- ①  $\left(\frac{11}{20}\right)^9 \left(\frac{81}{20}\right)$     ②  $\left(\frac{11}{20}\right)^9 \left(\frac{91}{20}\right)$     ③  $\left(\frac{11}{20}\right)^9 \left(\frac{101}{20}\right)$   
 ④  $\left(\frac{11}{20}\right)^9 \left(\frac{111}{20}\right)$     ⑤  $\left(\frac{11}{20}\right)^9 \left(\frac{121}{20}\right)$

17. 닫힌 구간  $[e, e^3]$ 을 정의역으로 하는 함수  $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$ 은

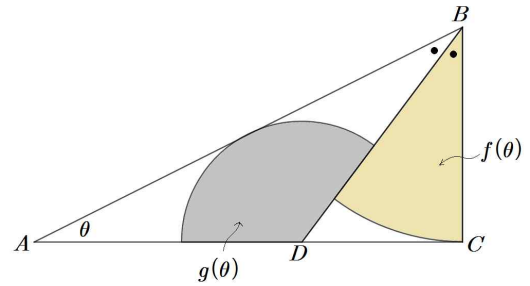
역함수  $f^{-1}(x)$ 을 갖는다.  $\int_{\frac{1}{3e^3}}^{\frac{1}{e}} f^{-1}(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{3} + \ln 2$    ②  $\frac{2}{3} + \ln 2$    ③  $\frac{1}{3} + \ln 3$    ④  $\frac{2}{3} + \ln 3$    ⑤  $\frac{2}{3} + 2\ln 2$

18. 그림과 같이  $\angle C = \frac{\pi}{2}$ 인 직각 삼각형 ABC에서  $\overline{AC} = 1$ ,

$\angle BAC = \theta$ 이고  $\angle ABC$ 의 이등분선과 선분 AC와의 교점을 점 D라 하자. 점 B를 중심으로 하고 직선 AC에 접하는 원의 삼각형 BCD 내부에 포함된 부분의 넓이를  $f(\theta)$ , 점 D를 중심으로 하고 직선 AB에 접하는 원의 삼각형 ABD 내부에 포함된 부분의 넓이를  $g(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값은?

[4점]



- ①  $\frac{1}{3}$    ②  $\frac{1}{2}$    ③  $\frac{2}{3}$    ④  $\frac{3}{4}$    ⑤ 1

19. 다음은 100보다 작은 두 자리 자연수 중 임의로 서로 다른 두 자연수를 동시에 선택할 때, 선택된 두 자연수의 합이 100보다 작을 확률을 구하는 과정이다.

100보다 작은 두 자리 자연수 중 임의로 서로 다른 두 자연수를 동시에 선택하는 경우의 수는  $\frac{(가)}{(77)}C_2$ 이다.

이때 합이 100보다 작도록 선택된 두 자연수를  $a, b$  ( $a < b$ )라 하자.

$$a + b \leq 99 \text{ 이므로 } a + 1 \leq b \leq 99 - a$$

이때  $a$ 가 정해지면  $b$ 를 선택하는 경우의 수를  $a$ 에 관한 식으로 나타내면  $\frac{(나)}{(나)}$ 이다.

$a$ 가 가질 수 있는 최댓값이  $\frac{(다)}{(다)}$ 이므로 선택된 두 자연

$$\sum_{a=1}^{(다)} \frac{(나)}{(나)} \text{ 이다.}$$

수의 합이 100보다 작을 확률은  $\frac{\sum_{a=1}^{(다)} \frac{(나)}{(나)}}{(가)}C_2$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수 또는 식을  $p, f(a), q$ 라 할 때,  $p + f(40) + q$ 의 값은? [4점]

- ① 150      ② 154      ③ 158      ④ 162      ⑤ 166

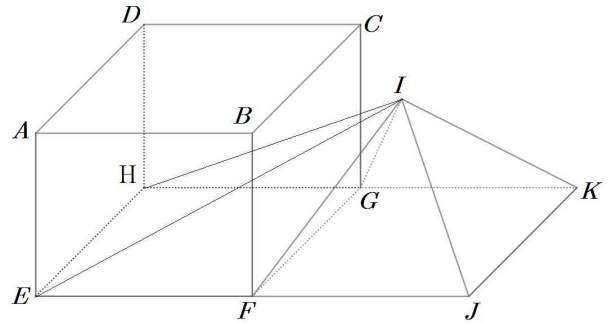
20. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체

$ABCD-EFGH$ 와 모든 모서리의 길이가 2인 정사각뿔

$I-FJKG$ 는 한 모서리  $FG$ 가 일치하고, 사각형  $EFGH$ 와 사각형

$FJKG$ 가 한 평면 위에 있다. 두 평면  $HEI$ 와  $IJK$ 가 이루는

각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\sin^2 \theta$ 의 값은? (단,  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



- ①  $\frac{28}{33}$       ②  $\frac{29}{33}$       ③  $\frac{10}{11}$       ④  $\frac{31}{33}$       ⑤  $\frac{32}{33}$



21.  $t < 0$ 인 실수  $t$ 에 대하여 직선  $y = e^t$ 와

함수  $f(x) = \cos x \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$ 의 그래프가 만나는 점을 P라 할 때, 곡선  $y = f(x)$  위의 점 P에서 그은 접선의  $x$ 절편을  $g(t)$ 라 하자.  $g'(-1)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{(e^2-1)\sqrt{e^2-1}}$     ②  $\frac{2}{(e^2-1)\sqrt{e^2-1}}$     ③  $\frac{e}{(e^2-1)\sqrt{e^2-1}}$   
 ④  $\frac{e-2}{(e^2-1)\sqrt{e^2-1}}$     ⑤  $\frac{e-3}{(e^2-1)\sqrt{e^2-1}}$

단 답 형

22.  ${}_5P_2 - {}_4C_2$ 의 값을 구하시오.

[3점]

23.  $\tan \theta = 6$ 일 때,  $\sec^2 \theta$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 좌표평면 위의 점  $(-4, 2)$ 을 지나고 벡터  $\vec{n}=(2, 1)$ 에 수직인 직선이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점의 좌표를 각각  $(a, 0)$ ,  $(0, b)$ 라 하자.  $a^2+b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 확률변수  $X$ 가 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

| $z$  | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|------|----------------------|
| 1.25 | 0.3944               |
| 1.50 | 0.4332               |
| 1.75 | 0.4599               |
| 2.00 | 0.4772               |

- (가)  $P(X \geq 30) = P(X \leq 38)$   
 (나)  $P(X \leq 28) = 0.0668$

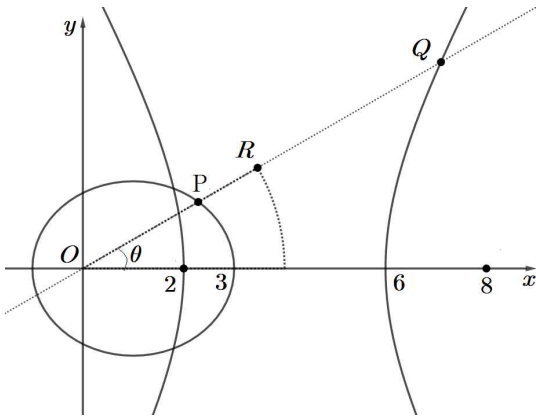
$P(X \geq 42) = a$ 일 때  $10000a$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (단,  $\sigma > 0$ ) [4점]

25. 좌표평면 위를 움직이는 점  $P$ 의 시간  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = 1 - \cos 2t, \quad y = \frac{1}{2} \sin 2t$$

이다. 점  $P$ 의 속력이 최대일 때, 점  $P$ 의 가속도의 크기를 구하시오. [3점]

27. 다음 그림과 같이 타원  $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 와 쌍곡선  $\frac{(x-4)^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 가 있다. 직선  $y = \tan \theta x$  ( $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ )와 타원과의 교점을 P, 쌍곡선과의 교점을 Q라 하자. 두 점 A(2, 0), B(8, 0)와 선분 PQ 위의 점 R에 대하여  $\overline{AP} : \overline{BQ} = \overline{PR} : \overline{RQ}$ 이 성립할 때, 점 R이 그리는 곡선의 길이는  $k\pi$ 이다.  $100k$ 의 값을 구하시오. (단,  $k$ 는 유리수이다.) [4점]



28. 한 자리 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 임의로 택할 때, 그 세 수 중 어느 두 수도 연속하지 않을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 사면체 OABC에 대하여  $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$  라 하고 임의의 단위벡터  $\vec{e}$ 에 대하여 네 벡터  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{e}$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=|\vec{e}|$   
 (나)  $(\vec{a} \cdot \vec{e})^2 + (\vec{b} \cdot \vec{e})^2 + (\vec{c} \cdot \vec{e})^2 = 1$

중심이 D이고 사면체 OABC에 외접하는 구 위의 임의의 점 X에 대하여  $\overrightarrow{OX} \cdot (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자.  $10(M-m)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \frac{1}{2}x + \ln f(x)$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $|g(x) - 3\ln 2|$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.  
 (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g'(x) - g'(2) \leq 0$ 이 성립한다.

$\frac{f(-4)}{e}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.