

2020학년도 랑데뷰 실전 모의고사 문제지-시즌6 제1회

제 2 교시

수 학 영 역 (가 형)

5지 선 다 형

- 2020학년도 9월 모의 평가 가형과 싱크로율 99%
- 2020학년도 수학영역 대비 랑데뷰 실전 모의고사 가형-시즌1~시즌6, 나형-시즌1~시즌2 (각 시즌 4회분) 오르비 전자책에서 구매가능
- 오타, 오류 수정 파일은 랑데뷰 수학 카페 자료실에서 무료 다운로드 가능 (cafe.daum.net/baekipsi)

1. 두 벡터 $\vec{a}=(5, 3)$, $\vec{b}=(2, 1)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a}-\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}$ 의 값은? [2점]
 ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3. 좌표공간의 두 점 A(2, 2a, -2), B(7, -4, 1)에 대하여 선분 AB를 2:1로 내분하는 점이 x축 위에 있을 때, a의 값은? [2점]
 ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4. 다음 조건을 만족시키는 두 자리의 자연수의 개수는? [3점]

(가) 홀수이다.
 (나) 십의 자리의 수는 8의 약수이다.

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

5. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{5}$,

$P(A \cup B) = \frac{9}{10}$ 일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

6. 곡선 $2e^x + xe^y = y$ 위의 점 $(0, 2)$ 에서의 접선의 기울기는?

[3점]

- ① $2+e^2$ ② $2-e^2$ ③ $1+e$ ④ $1-e$ ⑤ $2+\frac{1}{e^2}$

7. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8 \left(y + \frac{1}{y}\right)^4$ 의 전개식에서 $x^4 y^2$ 의 계수는? [3점]

- ① 14 ② 28 ③ 56 ④ 112 ⑤ 228

8. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 \ln x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-2h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

9. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cot \theta = -\frac{3}{4}$ 일 때, $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{3}{5}$

10. 주머니 속에 3부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 구슬 7개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬에 적힌 두 자연수가 서로소일 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

11. 함수 $f(x) = \frac{x}{e^x}$ 는 $x = \alpha$ 에서 극값을 갖고, 변곡점의 x 좌표는 β 이다. 이때, $f(\alpha + \beta)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt[3]{e}}{3}$ ② $\frac{3}{e^3}$ ③ $\frac{\sqrt{e}}{2}$ ④ $\frac{2}{e^2}$ ⑤ $-\frac{1}{e}$

12. 모평균이 10, 모표준편차가 3인

정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하여 구한

표본평균을 \bar{X} 라 할 때,

$$P(\bar{X} \geq k) = 0.0668$$

을 만족시키는 상수 k 의 값을 오른쪽

표준정규분포표를 이용하여

구하면?

[3점]

- ① 10.3 ② 10.6 ③ 10.9 ④ 11.2 ⑤ 11.5

표준정규분포표

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.2	0.3849
1.4	0.4192
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

13. 양수 k 에 대하여 두 곡선 $y=2\ln x$, $y=kx^2$ 이 서로 접할 때, k 의 값은? [3점]

- ① $2e$ ② e ③ 1 ④ $\frac{1}{e}$ ⑤ $\frac{1}{2e}$

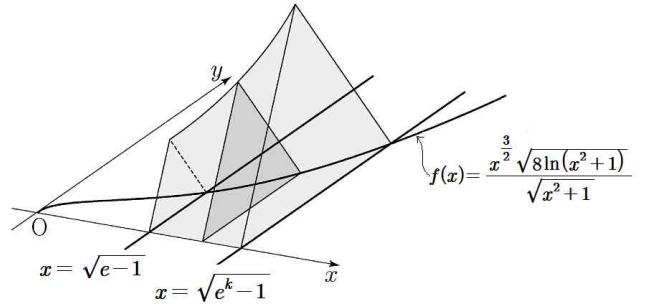
14. 그림과 같이 유리수 k ($k > 1$)에 대하여 함수

$$f(x) = \frac{x^{\frac{3}{2}} \sqrt{8\ln(x^2+1)}}{\sqrt{x^2+1}}$$

의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x = \sqrt{e-1}$,

$x = \sqrt{e^k-1}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형인 입체도형의 부피가

$\sqrt{3}\left(e^2 - \frac{3}{2}\right)$ 일 때, k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

15. 함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프 위의 x 좌표가 양수인 점 A와 함수 $y = -\sqrt{x-1}$ 의 그래프 위의 점 B가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{OA} = 4\overline{OB}$
 (나) $\angle AOB = 90^\circ$

직선 OA의 기울기는? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

16. 좌표공간에 네 점 A(2, 0, 0), B(0, 3, 0), C(0, 0, -1), D(0, -1, 1)가 있다. 선분 CD를 2:1로 외분하는 점을 E라 할 때, 선분 AE의 평면 ABC 위로의 정사영의 길이는? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ② 1 ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

17. 두 함수 $f(x), g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x) = \cos\pi x + 1$ 이다.
 (나) $\int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 g'(x) dx = -\frac{4}{\pi}$

$\int_{-1}^1 f(x)\sin\pi x dx$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ $\frac{1}{\pi^2}$ ④ $\frac{2}{\pi^2}$ ⑤ π

18. 빨간색 공 5개, 파란색 공 4개, 노란색 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다. (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

- 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 2점, C는 1점을 얻는다.
- 파란색 공이 나오면 A는 1점, B는 3점, C는 2점을 얻는다.
- 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 1점, C는 4점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 20점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 다음은 얻은 점수의 합이 20점 이상인 사람이 A뿐일 확률을 구하는 과정이다.

꺼낸 빨간색 공의 개수를 x , 파란색 공의 개수를 y , 노란색 공의 개수를 z 라 할 때, 얻은 점수의 합이 20점 이상인 사람이 A뿐이기 위해서는 x, y, z 가 다음 조건을 만족시켜야 한다.

$$x = 5, 0 \leq y < 4, 2 \leq z \leq 3$$

이 조건을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 는 $(5, 0, 3), (5, 1, 2), (5, 2, 2)$ 이다.

(i) $(x, y, z) = (5, 0, 3)$ 인 경우의 확률은 $\boxed{\text{가}}$ 이다.
 (ii) $(x, y, z) = (5, 1, 2)$ 인 경우의 확률은 $\boxed{\text{나}}$ 이다.
 (iii) $(x, y, z) = (5, 2, 2)$ 인 경우의 확률은 $\boxed{\text{다}}$ 이다.

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은 $\boxed{\text{가}} + \boxed{\text{나}} + \boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $495p + 165q + 110r$ 의 값은? [4점]

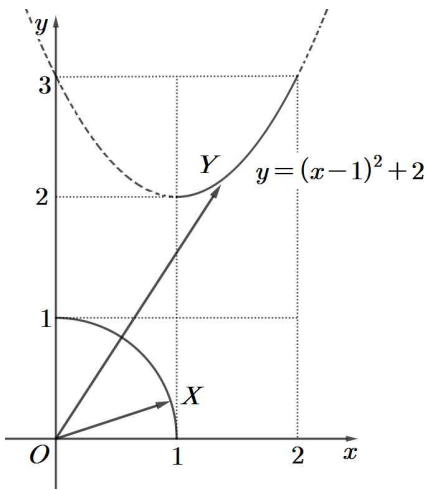
- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

19. 좌표평면 위에 두 점 A(1, 0), B(0, 1)이 있다. 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB의 호 AB위를 움직이는 점 X와 함수 $y = (x-1)^2 + 2$ ($1 \leq x \leq 2$)의 그래프 위를 움직이는 점 Y에 대하여

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OY} - \overrightarrow{OX}$$

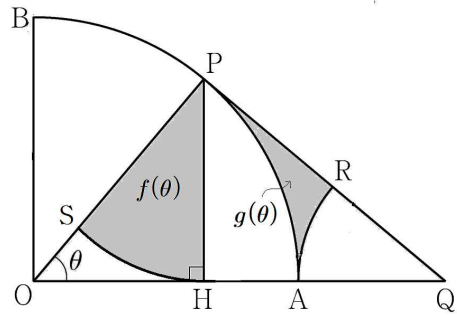
를 만족시키는 점 P가 나타내는 영역을 R라 하자. 영역 R에 포함되는 점 (x, y) 에 대하여 $x+2y$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $8 - \sqrt{5}$ ② $10 - \sqrt{5}$ ③ $12 - \sqrt{5}$
- ④ $12 + \sqrt{5}$ ⑤ $12 + 2\sqrt{5}$



20. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 점 P에서 호 AB에 접하는 직선과 직선 OA의 교점을 Q라 하자. 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 \overline{PH} 인 원과 선분 PO의 교점을 S라 하고 점 Q를 중심으로 하고 반지름의 길이가 \overline{QA} 인 원과 선분 PQ의 교점을 R라 하자. $\angle POA = \theta$ 일 때, 부채꼴 PSH의 넓이를 $f(\theta)$, 선분 PR과 호 PA, 호 RA로 둘러싸인 도형의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\tan\theta - \theta - 2g(\theta)}}{f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}}$ ④ $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\pi}}$

21. 좌표평면에서 두 점 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ 에 대하여 두 직사각형 S , T 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직사각형 S 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값은 점 P 의 좌표가 $(0, 2)$ 일 때 최소이고 $(-2, 3)$ 일 때 최대이다.
- (나) 직사각형 T 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $\overline{QA} + \overline{QB}$ 의 값은 점 Q 의 좌표가 $(4, 0)$ 일 때 최소이고 $(6, -4)$ 일 때 최대이다.

두 직사각형 S , T 의 넓이의 최댓값을 각각 α , β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

단 답 형

22. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여 $V(4X-1)=45$ 일 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ 의 위치는 $x = \sqrt{2}e^t \cos t$, $y = \sqrt{2}e^t \sin t$ 이다. 점 P 의 속력이 $2e^3$ 일 때의 시각을 구하시오. [3점]

24. 열린 구간 $(0, 1)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 와 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 는 미분가능한 함수이다. $0 < t < \frac{\pi}{2}$ 인 실수 t 에 대하여 $f(\sin t) = \tan t$ 일 때, $80 \times \{g'(1)\}^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 어느 도시의 시민 중에서 400명을 임의추출하여 조사한 결과, 최근 1년 이내에 봉사활동을 한 시민이 100명이었다. 이 결과를 이용하여, 이 지역 전체 시민 중 최근 1년 이내에 봉사활동을 한 시민의 비율 p 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하면

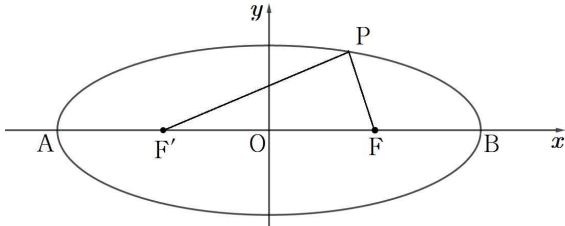
$$0.25 - 2.58 \times \frac{\sqrt{a}}{20} \leq p \leq 0.25 + 2.58 \times \frac{\sqrt{a}}{20}$$

이다. 상수 a 에 대하여 $2000a$ 의 값을 구하시오. [3점]
(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 2.58) = 0.495$ 로 계산한다.)

26. 함수 $f(x) = \frac{kx}{x^2+1} + 2x^3$ 의 그래프가 오직 하나의 변곡점을 가지도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 위에 두 점

$A(-a, 0)$, $B(a, 0)$ 가 있다. 타원의 두 초점 F , F' 사이의 거리가 6이고 $\overline{AF'}$, $\overline{FF'}$, \overline{AB} 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다. 타원 위의 임의의 점 P 에 대하여, $\overline{PF} \times \overline{PF'}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



28. 연필 8자루와 볼펜 5자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 4명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.
- (나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.
- (다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

29. 좌표공간에서 원점 O와 점 A(0, 0, 3)에 대하여 평면 $x - 2y + 2z = 0$ 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $|\overrightarrow{OP}|$ 는 10이하의 자연수이다.
- (나) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AP} = 9$

$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{f'(x)}{2\{f(x)\}^3} = \frac{f'(2x-1)}{\{f(2x-1)\}^3} + \frac{1}{2\{f(2)\}^2} \pi \sin \pi x + \frac{1}{2\{f(3)\}^2} x$$

을 만족시킨다.

$f(5) = \frac{\sqrt{3}}{9}$ 일 때, $\left\{ \frac{f(3)}{f(9)} \right\}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

랑데뷰 수학 수학영역 카페

⇒ cafe.daum.net/baekipsi

⇒랑데뷰 상위권 수학 시리즈

⇒랑데뷰 킬러 지침서 시리즈

⇒랑데뷰 모의고사

⇒랑데뷰 세미나[고수들의 필독서]

제본책/pdf 파일/한글 파일/판매

출제

랑데뷰 수학 황보 백 선생

카톡 : hbb100

010-5673-8601

1	2	3	4	5
⑤	③	①	②	③
6	7	8	9	10
①	④	①	⑤	④
11	12	13	14	15
②	③	④	③	⑤
16	17	18	19	20
②	④	②	③	②
21	22	23	24	25
③	15	3	10	375
26	27	28	29	30
2	25	144	145	33

모의고사 검토 및 출제에 도움주신 선생님

김은수 선생님[대구] 010.5687.5722

2020학년도 랑데뷰 실전 모의고사 문제지-시즌6 제2회

제 2 교시

수 학 영 역 (가 형)

5 지 선 다 형

- 2020학년도 6월 모의 평가 가형과 싱크로율 99%
- 2020학년도 수학영역 대비 랑데뷰 실전 모의고사 가형-시즌1~시즌6, 나형-시즌1~시즌2 (각 시즌 4회분) 오르비 전자책에서 구매가능
- 오타, 오류 수정 파일은 랑데뷰 수학 카페 자료실에서 무료 다운로드 가능 (cafe.daum.net/baekipsi)

1. ${}_3H_2$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x + \sin x$ 에 대하여 $f'(\frac{\pi}{3})$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} + e^{3x} - 2}{\sin 2x}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(A \cap B^c) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

5. $\int_1^5 \frac{1}{x^2+x} dx$ 의 값은?

[3점]

- ① $\ln 3$ ② $\ln \frac{13}{6}$ ③ $\ln 2$ ④ $\ln \frac{5}{3}$ ⑤ $\ln \frac{4}{3}$

6. 곡선 $y^2+2xy+8=0$ 위의 점 $(-3, 4)$ 에서의 접선의 기울기는?

[3점]

- ① -8 ② $-\frac{19}{3}$ ③ $-\frac{17}{3}$ ④ -4 ⑤ -3

7. 같은 종류의 연필 10자루를 같은 종류의 필통 3개에 남김없이 나누어 넣을 때, 빈 필통이 없도록 나누어 넣으려고 한다. 각 필통에 넣은 연필의 개수가 모두 다르게 되도록 넣는 경우의 수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{17} = 1$ 의 두 초점을 $F(9, 0)$, $F'(-9, 0)$ 이라 하자. 쌍곡선 위의 점 P 에 대하여 $|\overline{PF} - \overline{PF'}|$ 의 값은?
(단, $a > 0$) [3점]
- ① 16 ② 15 ③ 14 ④ 13 ⑤ 12

9. $x \geq -1$ 에서 정의된 함수 $f(x) = xe^x$ 의 그래프가 점 $(1, e)$ 를 지난다. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때,
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(e+h) - g(e-h)}{h}$ 의 값은? [3점]
- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{2}{e}$ ③ $\frac{1}{2e}$ ④ e ⑤ $2e$

10. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec x dx$ 의 값은? [3점]
- ① $\ln(\sqrt{2}+5)$ ② $\ln(\sqrt{2}+4)$ ③ $\ln(\sqrt{2}+3)$
④ $\ln(\sqrt{2}+2)$ ⑤ $\ln(\sqrt{2}+1)$

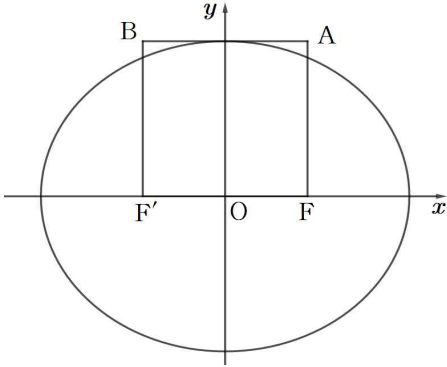
11. 곡선 $f(x) = \ln(x^2+1)^2$ 의 두 변곡점 사이의 거리를 구하면? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 함수 $f(x) = 3\cos(x-\alpha) + 2\sin(x-\alpha) + 2x$ 에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$ 일 때, $\tan\alpha$ 의 값은? (단, α 는 상수이다.) [3점]

- ① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

13. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)이 있다. 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 $y=b$ 와 만나는 점을 A , 점 F' 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 $y=b$ 와 만나는 점을 B 라 하자. 사각형 $ABF'F$ 가 정사각형일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ④ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ⑤ $\frac{2}{\sqrt{6}}$

14. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a , b , c 라 할 때, $a \leq b$ 또는 $a \leq c$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{55}{216}$ ② $\frac{85}{216}$ ③ $\frac{121}{216}$ ④ $\frac{151}{216}$ ⑤ $\frac{161}{216}$

15. 좌표평면에서 움직이는 점 P의 시간 t ($t > 0$)에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \cos t - 1, \quad y = 3 \sin t + 2t$$

이다. 점 P의 속력의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

16. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

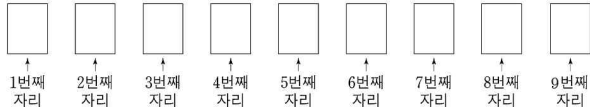
$$g(x) = \frac{f(x)\cos x}{x^2 + 1}$$

하자. $g'(\pi) = \frac{g(\pi)}{\pi^2 + 1}$ 일 때, $\frac{f'(\pi)}{f(\pi)}$ 의 값은?

(단, $f(\pi) \neq 0$) [4점]

- ① $\frac{2\pi+1}{\pi^2+1}$ ② $\frac{2\pi}{\pi^2+1}$ ③ $\frac{\pi+1}{\pi^2+1}$ ④ $\frac{\pi}{\pi^2+1}$ ⑤ $\frac{2}{\pi^2+1}$

17. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 9개의 자리에 각각 한 장씩 임의로 놓을 때, 9이하의 자연수 k 에 대하여 k 번째 자리에 놓은 카드에 적힌 수가 k 이상인 사건을 A_k 라 하자.



다음은 두 자연수 $m, n (1 \leq n < m \leq 9)$ 에 대하여 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하는 과정이다.

A_k 는 k 번째 자리에 k 이상의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, k 번째 자리를 제외한 8개의 자리에 나머지 8장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_k) = \frac{[가]}{9}$$

이다.

$A_m \cap A_n (m > n)$ 은 m 번째 자리에 m 이상의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, n 번째 자리에 n 이상의 자연수 중 m 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 아닌 자연수가 적힌 카드가 놓여 있고, m 번째와 n 번째 자리를 제외한 7개의 자리에 나머지 7장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_m \cap A_n) = \frac{[나]}{9}$$

이다.

한편, 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이기 위해서는

$$P(A_m \cap A_n) = P(A_m)P(A_n)$$

를 만족시켜야 한다.

따라서 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는 $[다]$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식에 $k=7$ 를 대입한 값을 p , (나)에 알맞은 식에 $m=5, n=3$ 를 대입한 값을 q , (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $p \times q \times r$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{9}$ ② 1 ③ $\frac{10}{9}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{11}{8}$

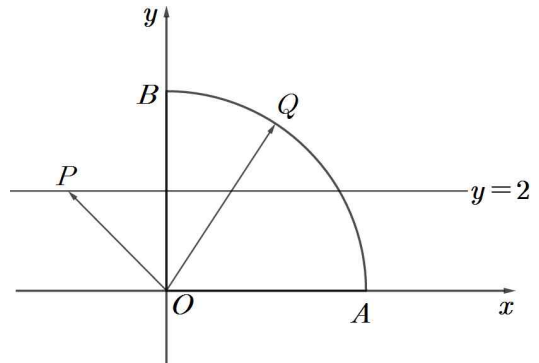
18. 좌표평면 위에 두 점 $A(4, 0), B(0, 4)$ 과 직선 $y=2$ 위의 점

$P(a, 2)$ 가 있다. 점 Q 가 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 의

호 AB 위를 움직일 때 $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}|$ 의 최댓값을 $f(a)$ 라 하자.

$f(a)=10$ 가 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① $-32\sqrt{2}$ ② $-28\sqrt{2}$ ③ $-24\sqrt{2}$
 ④ $-20\sqrt{2}$ ⑤ $-16\sqrt{2}$



19. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3, x_4 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 의 개수는? [4점]

(가) $n=1, 2, 3$ 일 때, $x_{n+1} - x_n \geq 2$
 (나) $x_2 \geq 6, x_4 \leq 15$

- ① 270 ② 290 ③ 310 ④ 330 ⑤ 350

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$e^{f(x)} + \int_0^x (x-t)e^{f(t)} dt = 1$$

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—| 보기 |—

ㄱ. $x > 0$ 에서 함수 $f(x)$ 는 감소한다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 1이다.
 ㄷ. 함수 $F(x)$ 를 $F(x) = \int_0^x e^{f(t)} dt$ 라 할 때, $F(1) + F''(1) = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x) = (x+1)e^x$ 와 양의 실수 t 에 대하여 기울기가 t 인 직선이 곡선 $y = f(x)$ 에 접할 때 접점의 x 좌표를 $g(t)$ 라 하자. 원점에서 곡선 $y = f(x)$ 에 그은 접선의 기울기가 a 일 때, 미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 모든 $g'(a)$ 의 값의 값은?
[4점]

- ① $\frac{e}{3}$ ② $\frac{e}{4}$ ③ $\frac{e}{5}$ ④ $\frac{e}{6}$ ⑤ $\frac{e}{7}$

단답형

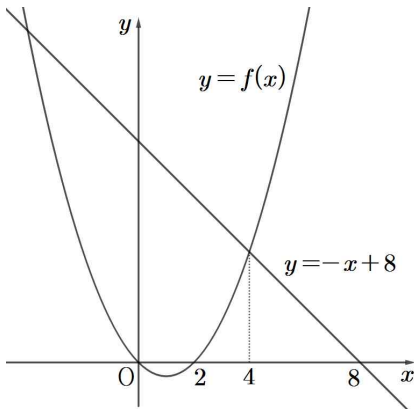
22. 두 벡터 $\vec{a} = (4, 5)$, $\vec{b} = (3, -2)$ 에 대하여 벡터 $2\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

23. $\tan \theta = -2$ 일 때, $\sec^2 \theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = -x + 8$ 이 그림과 같을 때, 부등식

$$\log_2 f(x) + \log_{\frac{1}{2}}(8-x) \geq 0$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]
 (단, $f(0) = f(2) = 0$, $f(4) = 4$)



25. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [3점]

- (가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 5이다.
- (나) $f(a) = a$ 인 X 의 원소 a 의 개수는 4이다.

26. 좌표평면에서 점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r ($r > 0$)인 원 위의 점 $A(a, b)$ 에서의 접선을 l , 원점을 지나고 방향벡터가 $(\sqrt{3}, 1)$ 인 직선을 m 이라 하고, 두 직선 l, m 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\cos\theta = \frac{\sqrt{21}}{7}$ 일 때, 두 수 a, b 에 대하여 $3\left(\frac{b}{a}\right)^2$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, $b > \frac{1}{\sqrt{3}}a > 0$ 이다.) [4점]

27. 숫자 0, 0, 1, 1, 2, 2이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 6번 반복할 때, k ($1 \leq k \leq 6$)번째 꺼낸 공에 적힌 수를 a_k 라 하자. 두 자연수 m, n 을

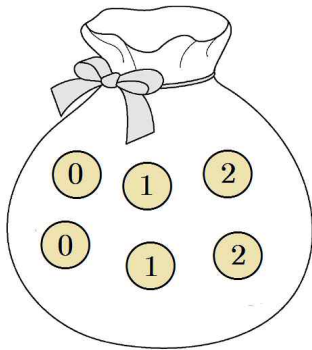
$$m = a_1 + a_2 \times 10 + a_3 \times 100$$

$$n = a_4 + a_5 \times 10 + a_6 \times 100$$

이라 할 때, $m \geq n$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

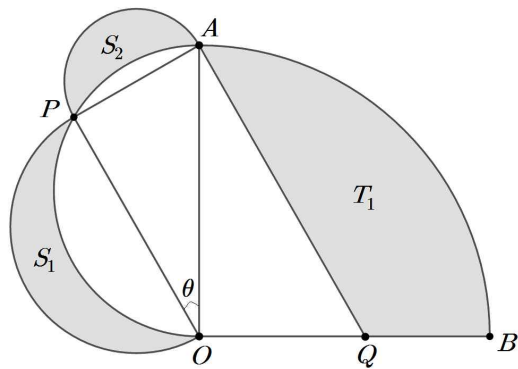
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



28. 다음 그림과 같이 사분원 AOB 와 \overline{AO} 를 지름으로 하는 반원이 있다. \overline{AO} 를 지름으로 하는 반원의 호 위에 $\angle AOP = \theta$ 인 점 P 가 있고 \overline{PA} 와 \overline{OP} 를 각각 지름으로 하는 두 반원이 있는 도형이다. 두 반원에서 \overline{AO} 를 지름으로 하는 반원과 겹치는 부분을 제외한 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 하자. 점 A 를 지나고 직선 PO 와 평행한 직선이 선분 OB 와 만나는 점을 Q 라 할 때 도형 AQB 의 넓이를 T_1 이라 하자.

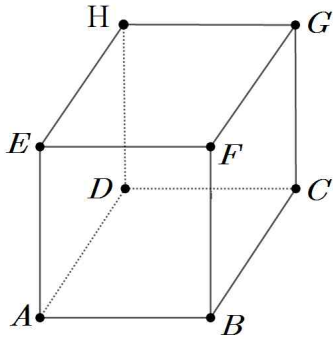
$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{(S_1 + S_2) - \left(T_1 - \frac{\pi}{4}\right)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



29. 좌표공간에서 부피가 27인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 의 세 모서리 AB, AD, CG 위를 움직이는 점을 각각 P, Q, R 라 할 때,

$$\overrightarrow{AT} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AP} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AQ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AR}$$

를 만족시키는 점 T 가 나타내는 입체의 영역을 Y 라 하자. 영역 Y 에 속하는 점 중 정육면체의 꼭짓점 B 와의 거리가 최대인 점을 X 라 할 때, 영역 Y 에 속하는 점 T 에 대하여 $\overrightarrow{AX} \cdot \overrightarrow{AT}$ 의 최댓값과 최솟값의 합은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족한다.

- (가) $-1 \leq x \leq 1$ 일 때 $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $\int_{x-1}^{x+1} f(a) da = 2x$ 이다.

실수 t 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 x 좌표를 x_t 라 하고, 함수 $g(s)$ 를

$$g(s) = \int_0^s \frac{t}{f'(x_t)} dt - \frac{1}{2}x_s^2$$

라 할 때, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 방정식 $g(x)=0$ 의 근 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n 번째 수를 x_n 이라 하자. $x_{25} \times \pi \left(M - m + \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

랑데뷰 수학 수학영역 카페

⇒ cafe.daum.net/baekipsi

⇒랑데뷰 상위권 수학 시리즈

⇒랑데뷰 킬러 지침서 시리즈

⇒랑데뷰 모의고사

⇒랑데뷰 세미나[고수들의 필독서]

제본책/pdf 파일/한글 파일/판매

1	2	3	4	5
④	①	⑤	③	④
6	7	8	9	10
④	②	①	①	⑤
11	12	13	14	15
②	⑤	④	⑤	③
16	17	18	19	20
①	③	①	⑤	④
21	22	23	24	25
③	17	5	22	120
26	27	28	29	30
25	23	1	77	100

모의고사 검토 및 출제에 도움주신 선생님
김은수 선생님[대구] 010.5687.5722

출제

랑데뷰 수학 황보 백 선생

카톡 : hbb100

010-5673-8601

제 2 교시

수 학 영 역 (가 형)

5지 선 다 형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(5, 3)$, $\vec{b}=(-1, -2)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a}+\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{x^2+2x}$ 의 값은? [2점]
 ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3. 좌표공간에서 직선 $\frac{x+a}{-4}=z-1$, $y=b$ 가 원점을 지날 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [2점]
 ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립사건이고,
 $P(A)=\frac{1}{6}$, $P(A \cup B)=\frac{2}{3}$
 일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]
 ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{3}{5}$