

2020학년도 수리논술
경북대 AAT
랑데뷰 모의 논술(1)



NOTE

랑데뷰수학

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 표본비율을 \hat{p} 이라고 할 때, 표본의 크기 n 이 충분히 크면 모비율 p 의 신뢰구간은 다음과 같다. (단, $\hat{q}=1-\hat{p}$)

(1) 신뢰도 95%의 신뢰구간

$$\left[\hat{p} - 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}, \hat{p} + 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \right]$$

(2) 신뢰도 99%의 신뢰구간

$$\left[\hat{p} - 2.58 \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}, \hat{p} + 2.58 \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \right]$$

(나) (1) 중복조합 : 서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택하는 조합을 중복조합이라 하고, 이 중복조합의 수를 기호로 ${}_nH_r$ 와 같이 나타낸다.

(2) 중복조합의 수 : 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 중복조합의 수는

$${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$$

(다) 이산확률변수 X 와 임의의 두 상수 a, b 에 대하여 다음이 성립한다.

(1) 평균: $E(aX+b) = aE(X)+b$

(2) 분산: $V(aX+b) = a^2 V(X)$

(3) 표준편차: $\sigma(aX+b) = |a|\sigma(X)$

* 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

1)

[1-1] 어느 회사에서 자율출퇴근제를 희망하는 직원의 비율을 알아보기 위하여 이 회사의 직원 중 n 명을 임의 추출하여 조사한 결과 전체의 $\frac{3}{5}$ 이 자율출퇴근제를 희망하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 회사 직원 전체의 자율출퇴근제를 희망하는 비율에 대한 95%의 신뢰구간이 $[\alpha, \beta]$ 이다. $\beta - \alpha = 0.0392$ 일 때, n 의 값을 구하시오. (30점)

2)

[1-2] 크기와 모양이 같은 구슬 15개를 A, B, C 세 사람에게 모두 나누어 주려고 한다. 세 사람 모두에게 적어도 한 개 이상의 구슬을 나누어 주려고 할 때, A에게 B보다 더 많은 구슬을 나누어 주는 방법의 수를 구하시오. (30점)

3)

[1-3] 주머니에 서로 다른 6개의 수 a, b, c, d, e, f 가 하나씩 적혀있는 크기와 모양이 같은 6개의 공이 들어있다. 이 6개의 수 a, b, c, d, e, f 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $a=2, f=6$ 일 때, $-b-2c+d+2e$ 의 값을 구하시오. (20점)

(2) $a+f=10$ 일 때, 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 주머니에 집어넣는 시행을 100번 반복한다. 꺼낸 공에 적힌 두 수의 합이 10인 횟수를 확률변수 X 라 할 때, 등식 $V(kX) = E(X^2)$ 이 성립하도록 하는 양수 k 의 값을 구하시오. (40점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (1) 함수 $f: X \rightarrow Y$ 가 일대일 대응일 때, Y 의 각 원소 y 에 대하여 $y=f(x)$ 인 X 의 원소 x 를 대응시키면 정의역이 Y , 공역이 X 인 새로운 함수가 만들어지는데 이를 함수 f 의 역함수라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다. $f^{-1}: Y \rightarrow X, f^{-1}(y)=x$

(2) 함수 $f(x)$ 가 증가함수이고 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 $y=f(x)$ 와 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 일치한다.

(나) 두 직선 $y=ax+b, y=a'x+b'$ 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하면 $\tan\theta = \left| \frac{a-a'}{1+aa'} \right|$ 이다.

(다) 구간 $[a, b]$ 에서 x 축과 곡선 $y=f(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이 S 는 다음과 같다.

$$S = \int_a^b |y| dx = \int_a^b |f(x)| dx$$

* 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

n 이 자연수일 때, 정의역이 $\{x|x \geq 1\}$ 인 함수 $f(x)=n(x-1)^2$ 의 그래프 위의 점 $P_n(n, f(n))$ 과 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

4)

[2-1] 점 P_n 을 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y=g(x)$ 와 만나는 점을 Q_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{P_n Q_n}}{n^3}$ 의 값을 구하시오. (20점)

5)

[2-2] 점 P_n 이 두 곡선 $y=f(x), y=g(x)$ 의 교점일 때, 점 P_n 을 지나고 두 곡선 $y=f(x), y=g(x)$ 에 접하는 직선을 각각 m_1, m_2 라 하자. 두 직선 m_1, m_2 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값을 구하시오. (30점)

6)

[2-3] $y=g(x)$ 와 $x=f(n), x=f(n+1)$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^9 S_n$ 의 값을 구하시오. (50점)

수학(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (1) 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)의 초점은

$F(\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$, $F'(-\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$ 이다.

(2) 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 위의 임의의 점 (α, β) 에서 $\alpha = a + r\cos\theta$, $\beta = b + r\sin\theta$ 가 성립한다.

(나) 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의

방정식은 $\frac{x_1x}{a^2} + \frac{y_1y}{b^2} = 1$ 이다.

(다) 두 포물선 $x^2 = 4y$ 와 $y^2 = 4x$ 는 $y = x$ 에 대칭인 그래프이다.

* 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

7)

[3-1] 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 의 초점 중에서 x 좌표가 양수인 것을 F라 하고 F를 지나는 직선과 타원의 두 교점을 A, B라 하자. 직선 AB가 x 축의 양의 방향과 이루는 각을 θ 라 할 때,

$$\overline{FA} = \frac{\boxed{\text{①}}}{\boxed{\text{②}} + \boxed{\text{③}}} \cos\theta \text{ 이다.}$$

①, ②, ③에 알맞은 값을 구하시오. (30점)

8)

[3-2] 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 위의 임의의 점 P를 지나는 접선에 초점에서 그은 수선의 발 H의 자취를 구하시오. (40점)

9)

[3-3] $a > 0$ 에 대하여 다음 두 포물선 C_1 과 C_2 가 있다.

$$C_1 : x = y^2 + \frac{1}{a^2}, \quad C_2 : x = -(y-a)^2$$

C_1 , C_2 의 양쪽에 접하는 직선이 항상 2개 존재함을 증명하시오. (50점)

2020학년도 수리논술
경북대 AAT
랑데뷰 모의 논술
답안 작성지

NOTE

랑데뷰수학

수학(문제 1)

[1-1]

[1-2]

[1-3]

수학(문제 2)

[2-1]

[2-2]

[2-3]

수학(문제 3)

[3-1]

[3-2]

[3-3]