

2020학년도 수리논술
경북대 AAT
랑데뷰 모의 논술(2)



NOTE

랑데뷰 수학

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 방정식 $x+y+z=n$ (n 은 자연수)에서

(1) 음이 아닌 정수해의 개수는 ${}_3H_n = {}_{n+2}C_n$

(2) 양의 정수해의 개수는 ${}_3H_{n-3} = {}_{n-1}C_{n-3}$

(나) (1) 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$f(x)$ ($\alpha \leq x \leq \beta$)일 때, $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = 1$ 이다.

(2) 연속확률 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ ($\alpha \leq x \leq \beta$)에서 $P(a \leq X \leq b)$ 은 구간 $[a, b]$ 에서 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 사이의 넓이다.

(다) 신뢰도가 $\alpha\%$, $P(|Z| \leq k) = \frac{\alpha}{100}$ 일 때, 모평균의 신뢰구간의 길이 l 은 $l = 2 \times k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 일을 이용한다.

* 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

1)

[1-1] 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. (30점)

(가) a, b, c 는 3의 배수인 자연수이다.

(나) $a+b+c=30$

2)

[1-2] 이차함수 $f(x) = -nx^2 + n^2x$ 에 대하여 닫힌구간 $[0, n]$ 에 속하는 모든 실수값을 갖는 연속확률변수 X 의 확률밀도함수를 $af(x)$ 라 하자.

$P\left(0 \leq X \leq \frac{n}{3}\right)$ 의 값을 구하시오. (단, n 은 2이상의 자연수이고 a 는 양의 상수이다.) (40점)

3)

[1-3] 정규분포를 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 25인 표본 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{25}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(A) \sum_{n=1}^{25} x_n = 50$$

$$(B) \sum_{n=1}^{25} (x_n - 2)^2 = 24$$

이 표본을 이용하여 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이를 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 으로 계산한다.) (50점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 쌍곡선 $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = \pm 1$ 을 x, y 에 대한 이차식으로 나타내면 $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ (단, $AB < 0$) 을 만족시킨다.

(나) 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \pm 1$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식은 $\frac{x_1x}{a^2} - \frac{y_1y}{b^2} = \pm 1$ 이다.

(다) (1) 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점의 좌표는 $(\sqrt{a^2 + b^2}, 0), (-\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$

(2) 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ 의 두 초점의 좌표는 $(0, \sqrt{a^2 + b^2}), (0, -\sqrt{a^2 + b^2})$

* 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

타원 $2x^2 + y^2 = 1$ 과 이차곡선 $C: ax^2 - by^2 = 1$ 가 만나고 각 교점에서 두 곡선에 대한 접선이 서로 수직이다. (단, $a \neq 2, b \neq 1, ab \neq 0$) 다음 물음에 답하시오.

4)

[2-1] 이차곡선 C 가 쌍곡선임을 증명하시오. (30점)

5)

[2-2] a, b 가 정수일 때, 가능한 모든 순서쌍 (a, b) 을 구하시오. (40점)

6)

[2-3] 위의 [2-2]를 만족하는 정수 a, b 에 대하여 ab 의 값이 최소인 쌍곡선 C 의 초점이 $F(0, c)$ 일 때, 쌍곡선 C 위의 임의의 점 $P(\alpha, \beta)$ 에서 직선 $y = \left| \frac{1}{bc} \right|$ 까지 거리를 D 라 할 때, $\overline{PF} = \square D$ 이다. $\square$ 에 알맞은 수를 구하시오. (단, $c > 0, \alpha > 0$) (40점)

수학(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 곡선 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 방정식은 $y - f(t) = f'(t)(x - t)$

(나) (1) 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간의 모든 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 증가하고 $f'(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 감소한다.

(2) 곡선 $y = f(x)$ 가 어떤 구간에서
 ① $f''(x) > 0$ 이면 곡선 $y = f(x)$ 는 이 구간에서 아래로 볼록하다.
 ② $f''(x) < 0$ 이면 곡선 $y = f(x)$ 는 이 구간에서 위로 볼록하다.

(다) 부분적분법을 이용한 정적분

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

* 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

단한구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 는 열린구간 (a, b) 에서 $f''(x) < 0$ 이다. $y = f(x)$ 그래프 위의 점 $(t, f(t))$ ($a < t < b$)에서의 접선을 $y = g(x)$ 라 할 때 다음 물음에 답하시오.

7)

[3-1] $f(x) \leq g(x)$ 임을 증명하시오. (30점)

8)

[3-2] $S = \int_a^b \{g(x) - f(x)\}dx$ 의 값은 t 의 값이

$t = \boxed{\text{①}}a + \boxed{\text{②}}b$ 일 때 최소이다.

①, ②에 들어갈 수를 구하시오. (30점)

9)

[3-3] $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{1}{t+1}(x-t) + \ln(t+1) - \ln(x+1) \right\} dx$ 의

최솟값을 구하시오. (40점)

2020학년도 수리논술
경북대 AAT
랑데뷰 모의 논술
답안 작성지



NOTE

랑데뷰 수학

수학(문제 1)

[1-1]

[1-2]

[1-3]

수학(문제 2)

[2-1]

[2-2]

[2-3]

수학(문제 3)

[3-1]

[3-2]

[3-3]