

2020학년도 수리논술
경북대 AAT
랑데뷰 모의 논술(3)



NOTE

랑데뷰 수학

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) n 개 중에서 서로 같은 것이 각각 p 개, q 개, $\dots$, r 개 있을 때, 이 n 개를 모두 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\frac{n!}{p!q!\dots r!}$ (단, $p+q+\dots+r=n$)이다.

(나) (1) 두 사건 A, B 에 대하여 사건 A 가 일어났을 때의 사건 B 의 조건부확률이 사건 B 가 일어날 확률과 같을 때, 즉 $P(B|A)=P(B|A^C)=P(B)$ 일 때, 두 사건 A, B 는 서로 독립이라고 한다.
(2) 두 사건 A, B 가 서로 독립이기 위한 필요충분조건은 $P(A \cap B)=P(A)P(B)$ (단, $P(A)>0, P(B)>0$)이다.

(다) (1) 이항분포 : 매 시행에서 어떤 사건 A 가 일어날 확률이 p 일 때, n 번의 독립시행에서 사건 A 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라고 하면 확률질량함수는 $P(X=x)={}_nC_x p^x q^{n-x}$ 이다.

(단, $p+q=1, x=0, 1, \dots, n$)

이와 같은 확률질량함수를 가지는 확률분포를 이항분포라 하고, 기호 $B(n, p)$ 로 나타낸다.

(2) 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따를 때

① 평균 : $E(X)=np$

② 분산 : $V(X)=npq$ (단, $p+q=1$)

③ 표준편차 : $\sigma(X)=\sqrt{npq}$

* 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

1)

[1-1] 1, 2, 3, 4, 5의 5개 수 중에서 홀수는 한번만 사용할 수 있고, 짝수는 같은 것을 두 번까지 사용할 수 있을 때, 만들어지는 4자리 자연수의 개수를 구하시오. (40점)

2)

[1-2] 6보다 작은 자연수인 k 에 대하여 1부터 k 까지의 눈이 있는 면에는 V 표시를 하고 $k+1$ 부터 6까지의 눈이 있는 면에는 표시를 하지 않은 주사위가 있다. 이 주사위를 한 번 던질 때 짝수가 나오는 사건과 V 표시한 면이 나오는 사건이 서로 독립이게 하는 k 의 값을 모두 구하시오. (40점)

3)

[1-3] 이산확률변수 X 는 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{5}\right)$ 을 따른다. 함수

$$f(x)=\sum_{k=0}^{100}(x-ak)^2P(X=k)$$

는 $x=b$ 일 때 최솟값 144를 가진다. 이 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $a>0$) (40점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) $x = f(t)$, $y = g(t)$ 가 t 에 대하여 미분가능하고

$$f'(t) \neq 0 \text{ 이면 } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$

(나) 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하면

$$(f \circ g)(x) = x \text{ 에서 } f(g(x)) = x$$

양변을 x 에 대하여 미분하면 $f'(g(x))g'(x) = 1$ 이므

$$\text{로 } g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \text{ 이다.}$$

(다) 쌍곡선의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \pm 1$ 로 놓으면 점

$$\text{근선의 방정식은 } y = \pm \frac{b}{a}x \text{ 이다.}$$

* 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

함수 $y = f(x)$ 가 매개변수 t 와 자연수 n 에 대하여

$$x = t + t^3 + t^5 + \cdots + t^{2n-1}$$

$$y = t + t^2 + t^3 + t^4 + \cdots + t^{2n-2} + t^{2n-1}$$

로 나타내어질 때, 함수 $f(x)$ 와 그 역함수 $g(x)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

4)

[2-1] $n = 2$ 일 때, $f'(2)g'(3) = 1$ 이 성립함을 설명하여라. (30점)

5)

[2-2] $\lim_{n \rightarrow \infty} f'(n)$ 의 값을 구하시오. (40점)

6)

[2-3] 쌍곡선 $25x^2 - ky^2 = 1$ 와 함수 $y = g(x)$ 위의 점 $(0, g(0))$ 에서의 접선이 만나지 않을 때, k 의 최솟값을 구하시오. (단, $k > 0$ 이다.) (40점)

수학(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (1) 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 를 포함하는 어떤 열린 구간에서 $f(x) \leq f(a)$ 이면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극대라 하고, $f(a)$ 를 극댓값이라고 한다.

(2) 함수 $f(x)$ 가 $x=b$ 를 포함하는 어떤 열린 구간에서 $f(x) \geq f(b)$ 이면 $f(x)$ 는 $x=b$ 에서 극소라 하고, $f(b)$ 를 극솟값이라고 한다.

(나) (1) $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극대이다.

(2) $f'(x)$ 의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극소이다.

(다) 첫째항이 a 이고 공비가 r 인 등비수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 은 다음과 같다.

$$r \neq 1 \text{ 일 때, } S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

$$r = 1 \text{ 일 때, } S_n = a + a + a + \cdots + a = na$$

* 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

이차함수 $f(x) = -kx^2 + (k+1)x$ ($k > 0$)에 대하여 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 다음 물음에 답하시오.

$n \leq x < n+1$ 일 때,

$$g(x) = \frac{1}{2^n} \{f(x-n) - (x-n)\} + x \text{이다.}$$

(단, n 은 음이 아닌 정수이다.)

7)

[3-1] 함수 $kf(x)$ 의 극댓값을 M_k 라 할 때,

$\sum_{k=1}^9 M_k$ 의 값을 구하시오. (20점)

8)

[3-2] 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 극값을 갖지 않을 조건은 $k \leq \square$ 이다. $\square$ 안의 알맞은 식을 $h(a)$ 라 할 때, $h'(10)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 자연수이다.) (40점)

9)

[3-3] 함수 $g(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는 x 의 개수가 6이 되게 하는 k 의 최댓값을 M 이라 할 때,

$\int_0^{\frac{1}{2}M} g(x)dx$ 의 값을 구하시오. (40점)

2020학년도 수리논술
경북대 AAT
랑데뷰 모의 논술
답안 작성지



NOTE

랑데뷰 수학

수학(문제 1)

[1-1]

[1-2]

[1-3]

수학(문제 2)

[2-1]

[2-2]

[2-3]

수학(문제 3)

[3-1]

[3-2]

[3-3]