

OVER THE

확률과 통계

트리플 기출

가장 먼저, 저는 문과가 아닌 이과라는 점을 꼭 말씀드리고 싶습니다. 저희 학교 외의 다른 좋은 학교 들에선 (응용)통계학과가 문과에 있어 저를 문과로 오해하시는 분이 많으십니다. 그러나 저희 학교에 서는 통계학과가 수리통계학부에서 분리된 지 얼마 되지도 않았습니 다. 또한 저희 통계학과는 수리과 학부와 대부분의 활동, 수업을 같이 하는 형제학과나 다름없는 곳입니 다. 이 자리를 빌어 저는 엄연히 가형을 응시한 이과이며, 자연과학대 소속임을 밝힙니다.

이 책을 출판하는 과정이 참 고달팠습니 다. 모종의 사정으로 <인투더 시리즈>를 집필한 일격필살팀 과의 협업이 무산되는 바람에 출판사도 바뀌고 공동 집필에서 단독 집필로 바뀌었지 요. 이로 인해 계 획보다 업무 부담이 배 이상으로 늘었습니 다. 게다가 익숙치 않았던 LaTeX을 익히고 작업하는 과정도 매우 힘들었습니 다.

만드는 과정에서 우여곡절이 많았던 책이지만, 그만큼 더 훌륭하고 좋은 책을 완성할 수 있도록 최선 을 다했습니 다. 이 책을 공부하시는 분들도 제가 쏟은 노력만큼 이 책을 열심히 공부하셔서 좋은 결과 를 얻으시길 바라겠습니다.

OVER THE 확률과 통계 : 트리플 기출은 수능출제기관인 한국교육과정평가원이 2005 ~ 2020학년도 6월/9월 모의평가와 수능에 이미 출제한 문제(이를 기출문제라 합니 다) 중에서 <확률과 통계>(이하 확통)의 문항을 수록한 문제집입니 다. **트리플**인 이유는 주요 문항을 3회독하며 체계적으로 기출분석을 하도록 제작 되었기 때문입니 다. 단언컨대 어떤 기출문제집보다도 수능 확통에 최적화된 책이라 장담할 수 있습니 다.

수능 시험지에는 '이 문제는 확통의 어떤 개념을 쓰는 문제이다'라고 문제의 풀이법이나 유형이 직접 적혀 있지 않습니 다. 따라서 수능 실전 상황에서 확통 문제를 만났을 때 가장 중요한 것은 문제의 상황을 분석하 고, **필요한 개념과 논리가 무엇인지 파악하는 것**입니 다. 그러나 기존의 기출문제집들은 이러한 확통의 과목적 특성을 전혀 고려하지 않은 채 '이 문제는 중복조합을 쓰는 문제이다', '이 문제는 조건부확률을 써서 풀이 한다'고 문제를 스포일러하는 경우가 많습니 다. 이 책은 0회독으로 기본기 확인, 1회독으로 스포일러 없이 단원별로 1회독, 2회독으로 본격적 유형별 기출분석, 3회독으로 마무리 복습이 가능케 했습니 다.

평가원은 확통에서 의도적으로 고난도 문항의 출제를 지양하는 모습을 보이고 있습니 다. 평가원에서 출 제된 확통 문항 중 그나마 고난도라 부를 만한 것은 십중팔구 수능이 아닌 6월/9월 모의평가에 출제된 문항 이며, 그마저도 교육청/사관학교/경찰대/사설모의 문제에 비하면 굉장히 간단한 편입니 다. 간단히 말하면, 수능이 아닌 시험에서나 확통을 어렵게 낸다는 겁니 다.

그렇다고 확통을 경시할 수는 없습니 다. **어렵지는 않게 낼 뿐**이지, 평가원은 항상 학생들의 약점을 귀신 같이 찾아내어 **허를 찌르는 방향**으로 출제해왔기 때문입니 다. 그래서 킬러문항도 다 맞춘 학생들이 확통 3점이나 4점 문항을 틀리고 만점 달성에 실패하는 일이 비일비재합니 다.

이를 막기 위해 해설을 풍성하게 구성했습니 다. 모든 풀이는 저자인 제가 모든 문항에 대해 손수 작성하였 습니 다. 문제의 조건을 철저히 분석하여 사용해야 할 개념이 무엇인지 파악하도록 합니 다. 한 문제에 여러 풀이를 제시할 경우, 앞에 제시된 풀이일수록 별다른 발상 없이 접근할 수 있는 풀이이고, 뒤에 제시된 풀 이일수록 확통에 대한 깊은 이해를 바탕으로 한 간단한 풀이입니 다. 또한 각종 상황에 대한 팁과 주의점까 지 다양하게 소개했습니 다. 여러분의 수능 확통 정복을 위한 모든 것을 담았다고 해도 과언이 아닐 것이니, 기대하셔도 좋습니 다.

OVER THE 확률과 통계 : 트리플 기출은 0회독 몸풀기, 1회독 단원별, 2회독 유형별, 3회독 연도별로 나뉩니다. 해설은 0~1회독의 해설을 순서대로 수록하였으며, 2~3회독은 0~1회독의 해설 페이지를 가리킵니다.

0회독 몸풀기 : 본격적 기출분석을 소화할 수 있는 상태인지 테스트

만약 **OVER THE 확률과 통계 : 개념과 응용**을 공부하고 오셨다면, 몸풀기를 생략해도 됩니다.

앞서 설명했듯, 기출문제는 수능 수험생에게 가장 중요한 문제들입니다. 이런 소중한 기출문제들을 기본기가 부족한 상태에서 대충 풀기만 한다면 아까운 평가원 기출문제를 낭비하는 셈입니다. 따라서 몸풀기에서는 쉬운 평가원 기출문제들만을 제시하였고, 이를 모두 수월하게 풀어야만 1~3회독에 돌입할 수 있습니다.

1회독 단원별 : 문제 유형을 스포일러하지 않는, 확통에 최적화된 구성

1회독은 되도록 6월 이전, 아무리 늦어도 8월에는 학습하는 것이 좋습니다.

1회독에서는 고1 수학(생략 가능) / 경우의 수 / 확률 / 통계로만 나누어 있고, 각 문제의 유형을 알려주지 않고 서서히 어려워지도록 배열했습니다. 이를 통해 쉬운 문제부터 어려운 문제까지 차근차근 학습해나가며 문제의 상황을 분석하고, 이에 알맞는 개념을 활용하는 연습을 할 수 있도록 구성했습니다.

1회독에서는 문제의 정답 유무와 관계없이 모든 해설을 완벽하게 공부해야 합니다. 만약 여기서 해설을 제대로 공부하지 않고 넘어가면, 2~3회독을 하더라도 기출을 제대로 분석하기 어려우니 꼭 공부하고 넘어갑시다.

2회독 유형별 : 흐름을 분석하고 약점을 보완하며 기출 이해도 향상

2회독은 아무리 늦어도 8월에는 학습하는 것이 좋습니다.

2회독에서는 시중 기출문제집들처럼 세부 유형별로 분류한 후, 출제연월 순서대로 배열하였습니다. 따라서 각 유형들이 어떻게 상황을 약간씩 변형시키며 발전되어 왔는지를 분석할 수 있을 것입니다. 또한 자신이 자주 틀리는 약점 유형을 찾고, 이를 피드백하며 공략할 수도 있습니다.

유형별로 제시된 다양한 상황을 보면서 어떻게 상황을 분석하고, 적용해야 하는 개념을 찾아내야 하는지 공부하시길 바랍니다. 해설의 처음 부분, 즉 상황을 해석하는 부분에 집중해서 공부하다 보면, 1회독 때보다 더 기출 문제에 대한 이해도가 올라가 있을 것입니다.

3회독 연도별 : 전범위를 골고루 학습하며 기출 복습 마무리하기

3회독은 아무리 늦어도 10월에는 학습하는 것이 좋습니다.

3회독은 사실상 마무리 단계입니다. 1, 2회독에서 기출을 제대로 학습했는지 확인하는 단계이기 때문에, 틀리는 문제는 없어야 합니다. 그럼에도 불구하고 틀리는 문제가 있다면, 그 문제들은 **해설을 정말 꼼꼼히 읽어보시고, 철저하게 분석**해야 합니다. 틀리는 문제가 없다면 기출 학습을 제대로 한 것이겠지만, 기억에 의존해서 문제를 푼 것일 수도 있으니, 3회독은 1~2회독과 시간을 좀 둔 다음 풀어보시는 것을 권장드립니다. 보통 2주 정도 기간(기간은 오래 둘수록 좋습니다!)을 두면 문제를 까먹으니, 다른 과목을 공부하시다가 일정 기간을 둔 후 3회독을 하시는 것이 가장 좋습니다.

OVER THE 확률과 통계 시리즈를 소개합니다.

OVER THE 확률과 통계 : 트리플 기출은 시리즈 3부작 중 2부에 해당합니다. 1부는 기본 개념과 응용을 위한 **OVER THE 확률과 통계 : 개념과 응용**이고, 3부는 최상위권용 심화개념 탐구 & 고난도 교사경 기출문제집인 **OVER THE 확률과 통계 : 심화&교사경**입니다. 만약 0회독 몸풀기가 쉽게 해결되지 않거나, 1회독 단원별에서 갈피를 잡지 못한다면 1부인 **개념과 응용**을 학습한 후 돌아오시기 바랍니다. 2부인 **트리플 기출**을 끝냈고 심화된 내용의 확통을 공부하거나 고난도 문제를 풀이하고 싶다면 **심화&교사경**을 학습하시면 좋습니다.

C Contents

0.1	》	몸풀기 : 경우의 수	006
0.2	》	몸풀기 : 확률	016
0.3	》	몸풀기 : 통계	030
1.1	》	단원별 : 고1 수학 (생략 가능)	046
1.2	》	단원별 : 경우의 수	060
1.3	》	단원별 : 확률	090
1.4	》	단원별 : 통계	126
2회독	》	유형별	159
3회독	》	연도별	241
빠른 정답	》	몸풀기(350) / 단원별(354) / 유형별(356) / 연도별(358)	

OVER THE 확률과 통계
트리플 기출

0회독

쉬운 문제를 풀며 기본기를 재확인

0.1

몸풀기 : 경우의 수

01

2006학년도 6월 평가원 수리 나형 9번

A 지역에는 세 곳, B 지역에는 네 곳, C 지역에는 다섯 곳, D 지역에는 여섯 곳의 관광지가 있다. 이 중에서 세 곳을 선택하여 관광하려고 할 때, 선택한 세 곳이 모두 같은 지역이 되는 경우의 수는? [3점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

02

2006학년도 6월 평가원 수리 나형 21번

1, 2, 3, 4, 5, 6을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3의 배수인 자연수의 개수를 구하시오. [3점]

03

2006학년도 6월 평가원 수리 가형 22번

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에서 A 로의 함수 중에서 다음 두 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 함수 f 는 일대일대응이다.
 (나) 정의역 A 의 한 원소 n 에 대하여
 $f(n+1) - f(n) = 5$ 이다.

04

2006학년도 9월 평가원 수리 나형 6번

다항식 $(1+2x)^6(1-x)$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3점]

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

05

2007학년도 6월 평가원 수리 나형 9번

집합 $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 에서 선택한 세 개의 원소 a_1, a_2, a_3 이 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족시키는 경우의 수는? (단, $a_1 < a_2 < a_3$ 이다.) [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

06

2007학년도 6월 평가원 수리 나형 19번

$(3x+y)^6$ 의 전개식에서 x^2y^4 의 계수를 구하시오. [3점]

07

2007학년도 6월 평가원 수리 가형 15번

어느 회사에서 사원 연수를 위하여 네 지역 서울, 부산, 광주, 대구에서 각각 3명씩 모두 12명의 사원을 선발하였다. 같은 지역에서 선발된 사원끼리는 같은 조에 속하지 않도록 각 지역에서 한 명씩 선택하여 4명으로 구성된 3개의 조로 나누는 방법의 수는? [3점]

- ① 80 ② 144 ③ 216
 ④ 240 ⑤ 288

08

2007학년도 9월 평가원 수리 나형 6번

여학생 2명과 남학생 4명이 순서를 정하여 차례로 뽀름 넘기를 할 때, 여학생 2명이 연이어 뽀름 넘기를 하게 되는 경우의 수는? [3점]

- ① 120 ② 180 ③ 240 ④ 300 ⑤ 360

09

2007학년도 9월 평가원 수리 나형 30번

다항식 $(1+ax)^7$ 의 전개식에서 x 의 계수가 14일 때, x^2 의 계수를 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

10

2007학년도 9월 평가원 수리 가형 24번

수련회에 참가한 여학생 5명과 남학생 6명을 4개의 방에 배정하려고 한다. 여학생은 1호실에 3명, 2호실에 2명을 배정하고, 남학생은 3호실과 4호실에 각각 3명씩 배정하는 방법의 수를 구하시오. [4점]

OVER THE 확률과 통계
트리플 기출

1회독

스포일러 없이 수능에 최적화된 학습

01

2012학년도 9월 평가원 수리 나형 29번

어느 학교 학생들의 통학 시간은 평균이 50분, 표준편차가 σ 분인 정규분포를 따른다. 이 학교 학생들을 대상으로 16명을 임의추출하여 조사한 통학 시간의 표본평균을 \bar{X} 라 하자.

$P(50 \leq \bar{X} \leq 56) = 0.4332$ 일 때, σ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

02

2014학년도 예비시행 수학 A형 14번

어느 고등학교 학생들의 일주일 독서 시간은 평균 7시간, 표준편차 2시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 중 임의추출한 36명의 일주일 독서 시간의 평균이 6시간 40분 이상 7시간 30분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.8185 ② 0.7745 ③ 0.6687
 ④ 0.6247 ⑤ 0.5328

03

2005학년도 수능 수리 나형 13번

다음은 신뢰구간, 신뢰도, 표본의 크기의 관계를 설명한 것이다.

정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단이 있다.
이 모집단에서 크기 n 인 표본을 임의추출하면
표본평균은 정규분포 (가)을 따른다.
이 표본평균의 분포를 이용하여 추정한 모평균 m
에 대한 신뢰도 α 의 신뢰구간을 $a \leq m \leq b$ 라
하자.
표본의 크기를 n 으로 고정하고 신뢰도를 α 보다
높게 한 신뢰구간을 $c \leq m \leq d$ 라 할 때, $d - c$ 는
 $b - a$ 보다 (나).
한편, 신뢰도를 α 로 고정하고 표본의 크기를 $2n$
으로 한 신뢰구간을 $e \leq m \leq f$ 라 할 때, $f - e$
는 $b - a$ 의 (다) 배가 된다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | | <u>(가)</u> | <u>(나)</u> | <u>(다)</u> |
|---|---------------------------------------|------------|----------------------|
| ① | $N(m, \sigma^2)$ | 크다 | $\frac{1}{2}$ |
| ② | $N(m, \sigma^2)$ | 작다 | $\frac{1}{2}$ |
| ③ | $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ | 크다 | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ |
| ④ | $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ | 크다 | $\sqrt{2}$ |
| ⑤ | $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ | 작다 | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ |

정답과 해설 189쪽

04

2005학년도 9월 평가원 수리 가형 11번

다음과 같이 정의된 확률변수 X, Y, Z 의 분산의
대소 관계를 바르게 나타낸 것은? (단, $V(X)$ 는
확률변수 X 의 분산이다.) [3점]

X : 연속하는 100개의 자연수에서 임의로 뽑은
두 수의 차
 Y : 연속하는 100개의 홀수에서 임의로 뽑은 두
수의 차
 Z : 연속하는 100개의 짝수에서 임의로 뽑은 두
수의 차

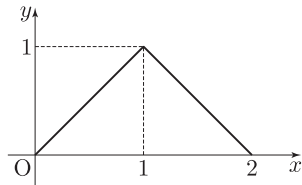
- ① $V(X) < V(Y) < V(Z)$
- ② $V(X) = V(Y) = V(Z)$
- ③ $V(X) > V(Y) = V(Z)$
- ④ $V(X) = V(Y) < V(Z)$
- ⑤ $V(X) < V(Y) = V(Z)$

정답과 해설 190쪽

11

2011학년도 9월 평가원 수리 나형 14번

연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 2$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



확률 $P\left(a \leq X \leq a + \frac{1}{2}\right)$ 의 값이 최대가 되도록 하는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

정답과 해설 193쪽

12

2016학년도 9월 평가원 수학 A형 29번

확률변수 X 가 정규분포 $N(4, 3^2)$ 을 따를 때,

$\sum_{n=1}^7 P(X \leq n) = a$ 이다. $10a$ 의 값을 구하시오. [4점]

정답과 해설 194쪽

09

2018학년도 9월 평가원 수학 가형 12번

확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 σ 인
정규분포를 따르고 다음 등식을 만족시킨다.

$$P(m \leq X \leq m+12) - P(X \leq m-12) = 0.3664$$

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 σ 의 값을 구한
것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

정답과 해설 192쪽

10

2005학년도 6월 평가원 수리 가형 11번

연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 모든 실수
 x 에 대하여

$$f(2+x) = f(2-x)$$

를 만족시킨다. 두 양수 a 와 b ($a < b$)에 대하여

$$P(2-a \leq X \leq 2+b) = p_1$$

$$P(2+a \leq X \leq 2+b) = p_2$$

일 때, 확률 $P(2-b \leq X \leq 2+b)$ 를 p_1 과 p_2 로
나타낸 것은? (단, $p_1 > 0$, $p_2 > 0$ 이다.) [4점]

- ① $p_1 + p_2$ ② $\frac{p_1 + p_2}{2}$ ③ $\frac{p_1 - p_2}{2}$
④ $p_1 - p_2$ ⑤ $p_2 - p_1$

정답과 해설 193쪽

05

2018학년도 9월 평가원 수학 가형 26번

어느 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 중에서 임의추출한, 크기가 49인 표본을 조사하였더니 초콜릿 무게의 표본평균의 값이 \bar{x} 이었다. 이 결과를 이용하여, 이 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1.73 \leq m \leq 1.87$ 이다. $\frac{\sigma}{\bar{x}} = k$ 일 때, $180k$ 의 값을 구하시오. (단, 무게의 단위는 g이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

06

2018학년도 9월 평가원 수학 나형 27번

대중교통을 이용하여 출근하는 어느 지역 직장인의 월 교통비는 평균이 8이고 표준편차가 1.2인 정규분포를 따른다고 한다. 대중교통을 이용하여 출근하는 이 지역 직장인 중 임의추출한 n 명의 월 교통비의 표본평균을 \bar{X} 라 할 때,

$$P(7.76 \leq \bar{X} \leq 8.24) \geq 0.6826$$

이 되기 위한 n 의 최솟값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (단, 교통비의 단위는 만 원이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

07

2006학년도 9월 평가원 수리 나형 30번

어느 회사에서는 신입사원 300명에게 연수를 실시하고 연수 점수에 따라 상위 36명을 뽑아 해외 연수의 기회를 제공하고자 한다. 신입사원 전체의 연수 점수가 평균 83점, 표준편차 5점인 정규분포를 따른다고 할 때, 해외 연수의 기회를 얻기 위한 최소 점수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (단, 연수 점수는 최소 0점에서 최대 100점 사이의 정수이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.1	0.36
1.2	0.38
1.3	0.40

정답과 해설 191쪽

08

2007학년도 9월 평가원 수리 가형 10번

어느 농장의 생후 7개월된 돼지 200마리의 무게는 평균 110kg, 표준편차 10kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 200마리의 돼지 중 무거운 것부터 차례로 3마리를 뽑아 우량 돼지 선발대회에 보내려고 한다. 우량 돼지 선발대회에 보낼 돼지의 최소 무게를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
2.12	0.4830
2.17	0.4850
2.29	0.4890

- ① 121.6kg ② 126.7kg ③ 130.7kg
 ④ 131.7kg ⑤ 132.9kg

정답과 해설 192쪽



A series of horizontal dotted lines spanning the width of the page, providing a template for writing.

OVER THE 확률과 통계
트리플 기출

2회독

유형별로 다시 정복하며 기출분석 심화

01

2005학년도 9월 평가원 수리 가형 11번

다음과 같이 정의된 확률변수 X, Y, Z 의 분산의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? (단, $V(X)$ 는 확률변수 X 의 분산이다.) [3점]

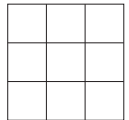
X : 연속하는 100개의 자연수에서 임의로 뽑은 두 수의 차
 Y : 연속하는 100개의 홀수에서 임의로 뽑은 두 수의 차
 Z : 연속하는 100개의 짝수에서 임의로 뽑은 두 수의 차

- ① $V(X) < V(Y) < V(Z)$
- ② $V(X) = V(Y) = V(Z)$
- ③ $V(X) > V(Y) = V(Z)$
- ④ $V(X) = V(Y) < V(Z)$
- ⑤ $V(X) < V(Y) = V(Z)$

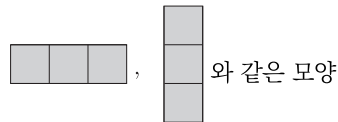
02

2007학년도 6월 평가원 수리 가형 20번

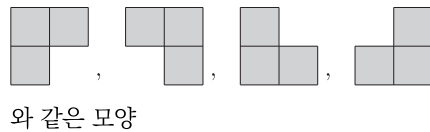
오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형을 한 변의 길이가 1인 정사각형 9개로 나누고, 이 중에서 3개를 색칠할 때 나타나는 모양은 다음과 같이 세 가지 유형으로 분류할 수 있다.



(가) 유형 1 :



(나) 유형 2 :



(다) 유형 3 : 유형 1도 아니고 유형 2도 아닌 모양

한 변의 길이가 1인 위의 정사각형 9개 중에서 임의로 3개를 색칠하여 얻은 모양의 유형에 따라 확률변수 X 는 다음과 같다고 하자.

$$X = \begin{cases} 1 & (\text{유형 1인 경우}) \\ 2 & (\text{유형 2인 경우}) \\ 3 & (\text{유형 3인 경우}) \end{cases}$$

$E(42X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

03

2007학년도 9월 평가원 수리 가형 13번

이산확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	\dots	10	계
$P(X = x)$	p_0	p_1	p_2	\dots	p_{10}	1

(단, $p_i > 0$ 이고 $i = 0, 1, 2, \dots, 10$ 이다.)

집합 $\{x \mid 0 \leq x \leq 10\}$ 에서 정의된 두 함수 $F(x), G(x)$ 가

$$F(x) = P(0 \leq X \leq x), \quad G(x) = P(X > x)$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

보기

$$\neg. G(3) = 1 - F(3)$$

$$\neg. P(3 \leq X \leq 8) = F(8) - F(3)$$

$$\neg. P(3 \leq X \leq 8) = G(2) - G(8)$$

① \neg ② \neg ③ \neg, \neg

④ \neg, \neg ⑤ \neg, \neg

정답과 해설 217쪽

04

2008학년도 6월 평가원 수리 가형 23번

검은 공 3개, 흰 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 반복할 때, 흰 공 2개가 나올 때까지의 시행 횟수를 X 라 하면

$P(X > 3) = \frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

정답과 해설 227쪽

05

2010학년도 9월 평가원 수리 가형 16번

한 개의 동전을 한 번 던지는 시행을 5번 반복한다.
각 시행에서 나온 결과에 대하여 다음 규칙에 따라
표를 작성한다.

- (가) 첫 번째 시행에서 앞면이 나오면 Δ , 뒷면이
나오면 \bigcirc 를 표시한다.
- (나) 두 번째 시행부터
- (1) 뒷면이 나오면 \bigcirc 를 표시하고,
 - (2) 앞면이 나왔을 때, 바로 이전 시행의
결과가 앞면이면 \bigcirc , 뒷면이면 Δ 를
표시한다.

예를 들어 동전 5번을 던져 ‘앞면, 뒷면, 앞면, 앞면,
뒷면’이 나오면 다음과 같은 표가 작성된다.

시행	1	2	3	4	5
표시	Δ	\bigcirc	Δ	\bigcirc	\bigcirc

한 개의 동전을 5번 던질 때 작성되는 표에 표시된
 Δ 의 개수를 확률변수 X 라 하자. $P(X = 2)$ 의
값은? [4점]

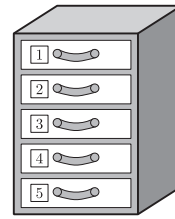
- ① $\frac{13}{32}$ ② $\frac{15}{32}$ ③ $\frac{17}{32}$ ④ $\frac{19}{32}$ ⑤ $\frac{21}{32}$

정답과 해설 232쪽

06

2014학년도 수능 수학 A형 27번

1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 5
개의 서랍이 있다. 5개의 서랍 중 영희에게 임의로 2
개를 배정해 주려고 한다. 영희에게 배정되는 서랍에
적혀 있는 자연수 중 작은 수를 확률변수 X 라 할 때,
 $E(10X)$ 의 값을 구하시오. [4점]

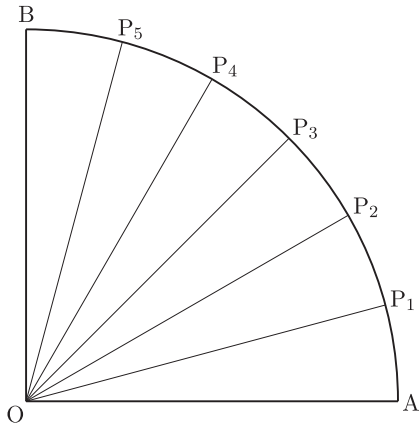


정답과 해설 214쪽

07

2015학년도 9월 평가원 수학 B형 14번

그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고
중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 AOB가 있다.



호 AB를 6등분한 각 점을 순서대로 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 라 할 때, 이 중에서 임의로 선택한 한 개의 점을 P라 하자. 부채꼴 OPA의 넓이와 부채꼴 OPB의 넓이의 차를 확률변수 X 라 할 때, $E(X)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{11}$ ② $\frac{\pi}{10}$ ③ $\frac{\pi}{9}$ ④ $\frac{\pi}{8}$ ⑤ $\frac{\pi}{7}$

정답과 해설 215쪽

08

2018학년도 9월 평가원 수학 가형 14번

두 이산확률변수 X 와 Y 가 가지는 값이 각각 1부터 5까지의 자연수이고

$$P(Y = k) = \frac{1}{2}P(X = k) + \frac{1}{10} \quad (k = 1, 2, 3, 4, 5)$$

이다. $E(X) = 4$ 일 때, $E(Y)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{13}{2}$

정답과 해설 218쪽

01

2007학년도 9월 평가원 수리 나형 29번

이산확률변수 X 가 값 x 를 가질 확률이

$$P(X = x) = {}_n C_x p^x (1 - p)^{n-x}$$

(단, $x = 0, 1, 2, \dots, n$ 이고 $0 < p < 1$)

이다. $E(X) = 1$, $V(X) = \frac{9}{10}$ 일 때, $P(X < 2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{19}{10} \left(\frac{9}{10}\right)^9$ ② $\frac{17}{9} \left(\frac{8}{9}\right)^8$ ③ $\frac{15}{8} \left(\frac{7}{8}\right)^7$
 ④ $\frac{13}{7} \left(\frac{6}{7}\right)^6$ ⑤ $\frac{11}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^5$

정답과 해설 195쪽

02

2008학년도 수능 수리 나형 23번

한 개의 주사위를 20번 던질 때 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하고, 한 개의 동전을 n 번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 Y 라 하자. Y 의 분산이 X 의 분산보다 크게 되도록 하는 n 의 최솟값을 구하시오. [4점]

정답과 해설 207쪽

03

2009학년도 9월 평가원 수리 나형 8번

한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수 a 에 대하여 직선 $y = ax$ 와 곡선 $y = x^2 - 2x + 4$ 가 서로 다른 두 점에서 만나는 사건을 A 라 하자. 한 개의 주사위를 300회 던지는 독립시행에서 사건 A 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 평균 $E(X)$ 는? [4점]

- ① 100 ② 150 ③ 180 ④ 200 ⑤ 240

정답과 해설 210쪽

04

2009학년도 수능 수리 나형 30번

두 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 나오는 각각의 눈의 수 m, n 에 대하여 $m^2 + n^2 \leq 25$ 가 되는 사건을 E 라 하자. 두 주사위 A, B를 동시에 던지는 12회의 독립시행에서 사건 E 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 분산 $V(X)$ 는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

05

2010학년도 6월 평가원 수리 가형 13번

어느 창고에 부품 S가 3개, 부품 T가 2개 있는 상태에서 부품 2개를 추가로 들여왔다. 추가된 부품은 S 또는 T이고, 추가된 부품 중 S의 개수는 이항분포 $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다. 이 7개의 부품 중 임의로 1개를 선택한 것이 T일 때, 추가된 부품이 모두 S였을 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

정답과 해설 212쪽

06

2011학년도 9월 평가원 수리 가형 13번

두 사람 A와 B가 각각 주사위를 한 개씩 동시에 던지는 시행을 한다. 이 시행에서 나온 두 주사위의 눈의 수의 차가 3보다 작으면 A가 1점을 얻고, 그렇지 않으면 B가 1점을 얻는다. 이와 같은 시행을 15회 반복할 때, A가 얻는 점수의 합의 기댓값과 B가 얻는 점수의 합의 기댓값의 차는? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

정답과 해설 222쪽



A series of horizontal dotted lines spanning the width of the page, providing a template for writing.

OVER THE 확률과 통계
트리플 기출

3회독

전 단원을 섞어 풀며 복습을 깔끔하게 마무리

01

2005학년도 6월 평가원 수리 나형 17번

다음은 두 자연수 m 과 n ($m < n$)에 대하여

$${}_m C_m + {}_{m+1} C_m + \cdots + {}_n C_m$$

의 값을 이항정리를 이용하여 구하는 과정이다.

x 는 0이 아닌 실수라 하자.

${}_m C_m$ 은 다항식 $(1+x)^m$ 에서 x^m 의 계수이다.

${}_{m+1} C_m$ 은 다항식 $(1+x)^{m+1}$ 에서 x^m 의 계수이다.

⋮

${}_n C_m$ 은 다항식 $(1+x)^n$ 에서 x^m 의 계수이다.

따라서

$${}_m C_m + {}_{m+1} C_m + \cdots + {}_n C_m$$

은 다항식 (가)에서 x^m 의 계수이다.

그러므로

$${}_m C_m + {}_{m+1} C_m + \cdots + {}_n C_m = \text{(나)}$$

이다.

위의 과정에서 (가)와 (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은? [4점]

(가)

(나)

① $\frac{(1+x)^{n+1} - (1+x)^m}{x}$ ${}_{n+1} C_{m+1}$

② $\frac{(1+x)^{n+1} - (1+x)^m}{x}$ ${}_{n+1} C_m$

③ $(1+x)^{n+1} - (1+x)^m$ ${}_{n+1} C_m$

④ $\frac{(1+x)^{n+1} - 1}{x}$ ${}_{n+1} C_{m+1}$

⑤ $\frac{(1+x)^{n+1} - 1}{x}$ ${}_{n+1} C_m$

정답과 해설 96쪽

02

2005학년도 6월 평가원 수리 나형 22번

2005학년도 대학수학능력시험에서 과학탐구 영역을 선택하는 학생은 물리 I, 화학 I, 생물 I, 지구과학 I, 물리 II, 화학 II, 생물 II, 지구과학 II의 8개 과목 중에서 최대 4과목까지 응시할 수 있다. 단, 물리 II, 화학 II, 생물 II, 지구과학 II의 4개 과목에서는 2과목까지만 선택할 수 있다. 어떤 학생이 과학탐구 영역에서 3개 과목을 선택하려고 할 때, 선택 가능한 모든 경우의 수를 구하시오. [4점]

정답과 해설 62쪽

03

2005학년도 6월 평가원 수리 나형 30번

7개의 문자 a, a, b, b, c, d, e 를 일렬로 나열할 때, a 끼리 또는 b 끼리 이웃하게 되는 모든 경우의 수를 구하시오. [4점]

정답과 해설 82쪽

04

2005학년도 6월 평가원 수리 가형 11번

연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(2+x) = f(2-x)$$

를 만족시킨다. 두 양수 a 와 b ($a < b$)에 대하여

$$P(2-a \leq X \leq 2+b) = p_1$$

$$P(2+a \leq X \leq 2+b) = p_2$$

일 때, 확률 $P(2-b \leq X \leq 2+b)$ 를 p_1 과 p_2 로 나타낸 것은? (단, $p_1 > 0, p_2 > 0$ 이다.) [4점]

① $p_1 + p_2$ ② $\frac{p_1 + p_2}{2}$ ③ $\frac{p_1 - p_2}{2}$

④ $p_1 - p_2$ ⑤ $p_2 - p_1$

정답과 해설 193쪽

OVER THE 확률과 통계
트리플 기출

해설지

확통을 꿰뚫는 다양한 풀이와 팁

01

2006학년도 6월 평가원 수리 나형 9번

A 지역에는 세 곳, B 지역에는 네 곳, C 지역에는 다섯 곳, D 지역에는 여섯 곳의 관광지가 있다. 이 중에서 세 곳을 선택하여 관광하려고 할 때, 선택한 세 곳이 모두 같은 지역이 되는 경우의 수는? [3점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

$${}_3C_3 + {}_4C_3 + {}_5C_3 + {}_6C_3 = {}_7C_4 = 35$$

정답 : ④

02

2006학년도 6월 평가원 수리 나형 21번

1, 2, 3, 4, 5, 6을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3의 배수인 자연수의 개수를 구하시오. [3점]

일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 각각 3 또는 6이어야 하므로 $2! \times 4! = 48$ 입니다.

정답 : 48

03

2006학년도 6월 평가원 수리 가형 22번

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에서 A 로의 함수 중에서 다음 두 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 함수 f 는 일대일대응이다.

(나) 정의역 A 의 한 원소 n 에 대하여

$$f(n+1) - f(n) = 5 \text{이다.}$$

(나) 조건을 만족시키는 상황을 생각해 보면, $f(n) = 1$, $f(n+1) = 6$ 이어야 합니다. 이를 만족시키는 n 의 값을 정하는 경우의 수는 ${}_5C_1 = 5$,¹ 남은 4개의 수를 하나씩

¹ $n = 6$ 이면 $n+1 = 7$ 이므로 $f(n+1)$ 이 존재하지 않아 모순

대응시키는 경우의 수는 $4!$ 입니다. 따라서 함수 f 의 개수는 $5 \times 4! = 120$ 입니다. 정답 : 120

04

2006학년도 9월 평가원 수리 나형 6번

다항식 $(1+2x)^6(1-x)$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3점]

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

$${}_6C_4 \cdot 2^4 \times 1 + {}_6C_3 \cdot 2^3 \times (-1) = 80$$

정답 : ⑤

05

2007학년도 6월 평가원 수리 나형 9번

집합 $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 에서 선택한 세 개의 원소 a_1, a_2, a_3 이 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족시키는 경우의 수는? (단, $a_1 < a_2 < a_3$ 이다.) [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

조건을 만족시키는 a_1, a_2, a_3 은 등차수열을 이룹니다.

(1) 공차가 2인 경우

$(2, 4, 6), (4, 6, 8), (6, 8, 10), (8, 10, 12)$

이므로 4가지입니다.

(2) 공차가 4인 경우

$(2, 6, 10), (4, 8, 12)$ 이므로 2가지입니다.

따라서 경우의 수는 $4 + 2 = 6$ 입니다.

정답 : ②

06

2007학년도 6월 평가원 수리 나형 19번

$(3x+y)^6$ 의 전개식에서 x^2y^4 의 계수를 구하시오. [3점]

$${}_6C_2 \cdot 3^2 = 135$$

정답 : 135

입니다.

01

2012학년도 9월 평가원 수리 나형 29번

어느 학교 학생들의 통학 시간은 평균이 50분, 표준편차가 σ 분인 정규분포를 따른다. 이 학교 학생들을 대상으로 16명을 임의추출하여 조사한 통학 시간의 표본평균을 \bar{X} 라 하자. $P(50 \leq \bar{X} \leq 56) = 0.4332$ 일 때, σ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

표본평균 \bar{X} 는 정규분포 $N\left(50, \left(\frac{\sigma}{4}\right)^2\right)$ 를 따릅니다.

풀이 1) 표준화

$P(50 \leq \bar{X} \leq 56) = 0.4332$ 을 표준화하면
 $P\left(0 \leq Z \leq \frac{24}{\sigma}\right) = 0.4332$ 입니다. 따라서 $\frac{24}{\sigma} = 1.5$ 이고,
 $\sigma = 16$ 입니다.

풀이 2) 표준화 없이

정규분포의 성질에 의해 $56 = 50 + 1.5 \frac{\sigma}{4}$ 이어야 조건을 만족시킵니다. 따라서 $\sigma = 16$ 입니다.

정답 : 16

02

2014학년도 예비시행 수학 A형 14번

어느 고등학교 학생들의 일주일 독서 시간은 평균 7시간, 표준편차 2시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 중 임의추출한 36명의 일주일 독서 시간의 평균이 6시간 40분 이상 7시간 30분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.8185 ② 0.7745 ③ 0.6687
 ④ 0.6247 ⑤ 0.5328

36명을 임의추출해 구한 일주일 독서 시간의 평균을 \bar{X} 로 두면 \bar{X} 는 정규분포 $N\left(7, \left(\frac{1}{3}\right)^2\right)$ 을 따르고, 구하는 확률은 $P\left(6 + \frac{2}{3} \leq \bar{X} \leq 7 + \frac{1}{2}\right)$ 입니다.

풀이 1) 표준화

식을 표준화하면 $P(-1 \leq Z \leq 1.5)$ 입니다. 따라서 구하는 확률은 $0.3413 + 0.4332 = 0.7745$ 입니다.

풀이 2) 표준화 없이

$6 + \frac{2}{3} = 7 - 1 \times \frac{1}{3}$ 이고 $7 + \frac{1}{2} = 7 + 1.5 \times \frac{1}{3}$ 이므로
 구하는 확률은 $0.3413 + 0.4332 = 0.7745$ 입니다.

정답 : ②

03

2005학년도 수능 수리 나형 13번

다음은 신뢰구간, 신뢰도, 표본의 크기의 관계를 설명한 것이다.

정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단이 있다. 이 모집단에서 크기 n 인 표본을 임의추출하면 표본평균은 정규분포 (가)을 따른다.

이 표본평균의 분포를 이용하여 추정한 모평균 m 에 대한 신뢰도 α 의 신뢰구간을 $a \leq m \leq b$ 라 하자. 표본의 크기를 n 으로 고정하고 신뢰도를 α 보다 높게 한 신뢰구간을 $c \leq m \leq d$ 라 할 때, $d - c$ 는 $b - a$ 보다 (나).

한편, 신뢰도를 α 로 고정하고 표본의 크기를 $2n$ 으로 한 신뢰구간을 $e \leq m \leq f$ 라 할 때, $f - e$ 는 $b - a$ 의 (다)배가 된다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	<u>(가)</u>	<u>(나)</u>	<u>(다)</u>
①	$N(m, \sigma^2)$	크다	$\frac{1}{2}$
②	$N(m, \sigma^2)$	작다	$\frac{1}{2}$
③	$N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$	크다	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
④	$N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$	크다	$\sqrt{2}$
⑤	$N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$	작다	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출하면 표본평균의 평균은 m , 분산은 $\frac{\sigma^2}{n}$ 이 됩니다. 따라서 (가) = $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ 입니다.

표본의 크기가 n 으로 고정되었을 때, 신뢰도가 증가하면 신뢰구간의 길이도 증가합니다. 따라서 $d - c > b - a$

이므로, (나) = 크다입니다.

한편, 신뢰도가 α 로 고정되었을 때, 신뢰구간의 길이는 표본의 크기의 제곱근(\sqrt{n})에 반비례합니다. 즉,

$f - e = \frac{1}{\sqrt{2}}(b - a)$ 입니다. 따라서 (다) = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 입니다.

정답 : ③

10

2005학년도 6월 평가원 수리 가형 11번

연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(2+x) = f(2-x)$$

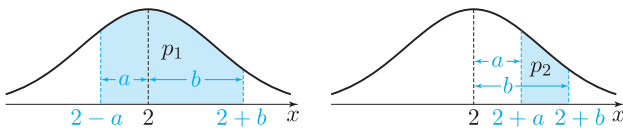
를 만족시킨다. 두 양수 a 와 b ($a < b$)에 대하여

$$P(2-a \leq X \leq 2+b) = p_1$$

$$P(2+a \leq X \leq 2+b) = p_2$$

일 때, 확률 $P(2-b \leq X \leq 2+b)$ 를 p_1 과 p_2 로 나타낸 것은? (단, $p_1 > 0$, $p_2 > 0$ 이다.) [4점]

- ① $p_1 + p_2$ ② $\frac{p_1 + p_2}{2}$ ③ $\frac{p_1 - p_2}{2}$
 ④ $p_1 - p_2$ ⑤ $p_2 - p_1$



$f(2+x) = f(2-x)$ 이므로, $f(x)$ 는 $x=2$ 에 대해 선대칭인 함수입니다. 이를 이용해 p_1 과 p_2 를 생각해 보면, 대칭성에 의해 다음이 성립합니다.

$$p_1 - p_2 = P(2-a \leq X \leq 2+a)$$

$$p_1 + p_2 = P(2-b \leq X \leq 2+b)$$

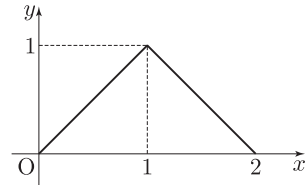
따라서 구하는 확률은 $p_1 + p_2$ 입니다.

정답 : ①

11

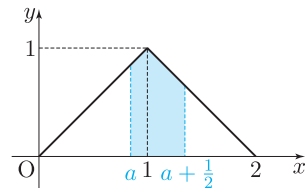
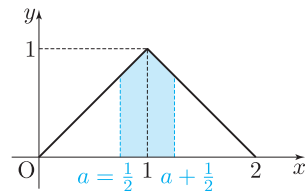
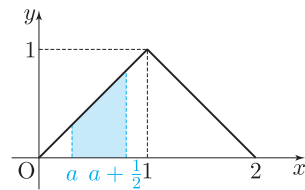
2011학년도 9월 평가원 수리 나형 14번

연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 2$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



확률 $P\left(a \leq X \leq a + \frac{1}{2}\right)$ 의 값이 최대가 되도록 하는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$



구간의 길이가 $\frac{1}{2}$ 이고, 확률밀도함수의 그래프가 $x=1$ 에서 대칭이며, 극대이자 최대입니다. 따라서 구간의 중간값이 $x=1$ 일 때 확률이 최대가 되므로, $a = \frac{3}{4}$ 입니다.¹ 정답 : ④

¹ a 의 범위를 나누어 각각의 적분값을 계산해서 최댓값을 구해도 되지만, 비효율적입니다.

04

2005학년도 9월 평가원 수리 가형 11번

다음과 같이 정의된 확률변수 X, Y, Z 의 분산의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? (단, $V(X)$ 는 확률변수 X 의 분산이다.) [3점]

X : 연속하는 100개의 자연수에서 임의로 뽑은 두 수의 차

Y : 연속하는 100개의 홀수에서 임의로 뽑은 두 수의 차

Z : 연속하는 100개의 짝수에서 임의로 뽑은 두 수의 차

- ① $V(X) < V(Y) < V(Z)$
- ② $V(X) = V(Y) = V(Z)$
- ③ $V(X) > V(Y) = V(Z)$
- ④ $V(X) = V(Y) < V(Z)$
- ⑤ $V(X) < V(Y) = V(Z)$

풀이 1) 직접 계산하기

100 이하의 자연수 n 을 생각해봅시다. 이때 자연수 n 에 대응되는 홀수, 짝수는 각각 $2n-1, 2n$ 이므로, 공차는 2로 동일합니다. 따라서 두 확률변수 Y, Z 는 $Y = Z = 2X$ 로 볼 수 있으므로, $V(Y) = V(Z) = 4V(X)$ 이고 $V(X) < V(Y) = V(Z)$ 입니다.

풀이 2) 분산의 정의를 이용하기

분산은 평균으로부터 각 변량의 분포 정도를 나타낸 값으로, 평균으로부터 퍼진 정도가 클수록 분산이 큼니다. 이때 X 의 경우, Y 와 Z 의 분포가 더 평균으로부터 퍼져 있으므로 분산이 더 작고, Y 와 Z 는 퍼진 정도가 동일하므로 분산의 크기가 같습니다. 따라서 $V(X) < V(Y) = V(Z)$ 입니다.

정답 : ⑤

05

2018학년도 9월 평가원 수학 가형 26번

어느 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 중에서 임의추출한, 크기가 49인 표본을 조사하였더니 초콜릿 무게의 표본평균의 값이 \bar{x} 이었다. 이 결과를 이용하여, 이 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1.73 \leq m \leq 1.87$ 이다. $\frac{\sigma}{\bar{x}} = k$ 일 때, $180k$ 의 값을 구하시오. (단, 무게의 단위는 g이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

풀이 1) 기본적 풀이

모평균에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 다음과 같습니다.

$$[\bar{x} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = [1.73, 1.87]$$

따라서 식을 연립하면 $\bar{x} = 1.8, \sigma = \frac{1}{4}$ 이므로, $k = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{5}{36}$

이고, $180k = 180 \times \frac{5}{36} = 25$ 입니다.

풀이 2) 스피드 풀이

$$\text{대칭성을 이용하면 } \bar{x} = \frac{1.73 + 1.87}{2},$$

$$\frac{1.87 - 1.73}{2} = 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{입니다. 따라서 식을 정리하면}$$

$$\bar{x} = 1.8, \sigma = \frac{1}{4} \text{이므로, } 180k = 180 \times \frac{5}{36} = 25 \text{입니다.}$$

정답 : 25

06

2018학년도 9월 평가원 수학 나형 27번

대중교통을 이용하여 출근하는 어느 지역 직장인의 월 교통비는 평균이 8이고 표준편차가 1.2인 정규분포를 따른다고 한다. 대중교통을 이용하여 출근하는 이 지역 직장인 중 임의추출한 n 명의 월 교통비의 표본평균을 \bar{X} 라 할 때,

$$P(7.76 \leq \bar{X} \leq 8.24) \geq 0.6826$$

이 되기 위한 n 의 최솟값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (단, 교통비의 단위는 만 원이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

표본평균 \bar{X} 는 정규분포 $N\left(8, \left(\frac{1.2}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$ 을 따릅니다.

풀이 1) 표준화

식을 표준화하면 $P(7.76 \leq \bar{X} \leq 8.24) =$

$$P\left(-\frac{\sqrt{n}}{5} \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{5}\right) = 2P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{5}\right) \text{이므로,}$$

$$P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{5}\right) \geq 0.3413 \text{라는 것을 알 수 있습니다.}$$

이제 식을 정리하면 $\frac{\sqrt{n}}{5} \geq 1$ 이므로, $n \geq 25$ 입니다.

따라서 n 의 최솟값은 25입니다.

풀이 2) 표준화 없이

$$8.24 = 8 + \frac{\sqrt{n}}{5} \times \frac{1.2}{\sqrt{n}} \text{이고 } 7.76 = 2 \times 8 - 8.24 \text{이므로}$$

정규분포의 성질에 의해

$$P(7.76 \leq \bar{X} \leq 8.24) = 2P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{5}\right) \text{를 바로 구할}$$

수 있습니다. (이후 생략)

정답 : 25

07

2006학년도 9월 평가원 수리 나형 30번

어느 회사에서는 신입사원 300명에게 연수를 실시하고 연수 점수에 따라 상위 36명을 뽑아 해외 연수의 기회를 제공하고자 한다. 신입사원 전체의 연수 점수가 평균 83점, 표준편차 5점인 정규분포를 따른다고 할 때, 해외 연수의 기회를 얻기 위한 최소 점수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (단, 연수 점수는 최소 0점에서 최대 100점 사이의 정수이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.1	0.36
1.2	0.38
1.3	0.40

해외 연수의 기회를 얻기 위해서는 상위 36명, 즉 상위 12%에 들어야 합니다. 따라서 연수 점수를 X 로 두면, $P(X \geq k) = 0.12$ 를 만족시키는 k 가 해외 연수의 기회를 얻기 위한 최소 점수가 됩니다. 이제 k 를 구해봅시다.

식 $P(X \geq k) = 0.12$ 를 표준화하면

$$P\left(Z \geq \frac{k - 83}{5}\right) = 0.12 \text{입니다. 이때}$$

$$P(Z \geq 1.2) = 0.5 - 0.38 = 0.12 \text{이므로, } \frac{k - 83}{5} = 1.2 \text{를}$$

정리하면 $k = 89$ 입니다.

정답 : 89

08

2007학년도 9월 평가원 수리 가형 10번

어느 농장의 생후 7개월된 돼지 200마리의 무게는 평균 110kg, 표준편차 10kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 200마리의 돼지 중 무거운 것부터 차례로 3마리를 뽑아 우량 돼지 선발대회에 보내려고 한다. 우량 돼지 선발대회에 보낼 돼지의 최소 무게를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
2.12	0.4830
2.17	0.4850
2.29	0.4890

- ① 121.6kg ② 126.7kg ③ 130.7kg
④ 131.7kg ⑤ 132.9kg

$P(X \geq k) = \frac{3}{200} = 0.015 = P(Z \geq 2.17)$ 을 만족하는 k 를 찾으면 됩니다. 따라서 식을 표준화하면

$$P(X \geq k) = P\left(Z \geq \frac{k - 110}{10}\right) \text{이므로 } \frac{k - 110}{10} = 2.17$$

이고, $k = 131.7$ 입니다.

정답 : ④

09

2018학년도 9월 평가원 수학 가형 12번

확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르고 다음 등식을 만족시킨다.

$$P(m \leq X \leq m + 12) - P(X \leq m - 12) = 0.3664$$

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 σ 의 값을 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

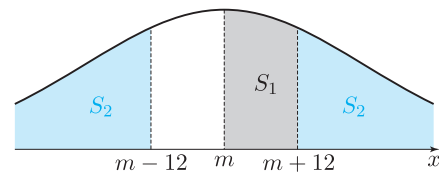
정규분포가 평균 m 에 대해 대칭이므로

$$P(X \leq m - 12) = P(X \geq m + 12) \text{이고,}$$

$$P(X \geq m) = 0.5 \text{입니다. 따라서}$$

$$P(m \leq X \leq m + 12) = S_1, \quad P(X \geq m + 12) = S_2$$

로 두면, $S_1 - S_2 = 0.3664$, $S_1 + S_2 = 0.5$ 를 만족시켜야 하므로 $S_1 = 0.4332$, $S_2 = 0.0668$ 입니다. 이를 만족시키는 σ 의 값을 구해봅시다.



풀이 1) 표준화

$$P(m \leq X \leq m + 12) = S_1 = 0.4332 \text{이므로 식을}$$

$$\text{표준화하면 } P\left(0 \leq Z \leq \frac{12}{\sigma}\right) = 0.4332 \text{입니다. 따라서}$$

$$\frac{12}{\sigma} = 1.5 \text{이고, } \sigma = 8 \text{입니다.}$$

풀이 2) 표준화 없이

$$m + 12 = m + \frac{12}{\sigma} \times \sigma, \quad P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.4332$$

$$\text{이므로 } \frac{12}{\sigma} = 1.5 \text{이고, } \sigma = 8 \text{입니다.}$$

정답 : ③

OVER THE 확률과 통계
트리플 기출

빠른정답

몸풀기 / 단원별 / 유형별 / 연도별 모든 정답

경우의 수

01	02	03	04	05
④	48	120	⑤	②
06	07	08	09	10
135	③	③	84	200
11	12	13	14	15
⑤	②	12	72	②
16	17	18	19	20
20	⑤	④	60	②
21	22	23	24	25
④	④	10	③	20
26	27	28	29	30
8	④	⑤	11	20
31	32	33	34	35
①	171	30	②	①
36	37	38	39	40
①	126	④	35	12
41	42	43	44	45
④	⑤	②	③	②
46	47	48	49	50
②	④	6	③	④
51	52	53	54	55
3	②	①	③	④
56	57	58	59	60
60	21	30	③	10
61	62	63	64	65
⑤	③	15	④	210
66	67	68	69	70
②	10	④	⑤	③
71	72	73	74	75
9	②	15	③	③
76	77	78	79	80
28	②	②	63	⑤

확률

01	02	03	04	05
④	②	④	①	③
06	07	08	09	10
①	①	③	③	③
11	12	13	14	15
①	④	④	②	①
16	17	18	19	20
⑤	④	④	④	③
21	22	23	24	25
④	①	③	③	④
26	27	28	29	30
③	⑤	③	⑤	②
31	32	33	34	35
⑤	④	③	②	④
36	37	38	39	40
②	⑤	③	⑤	④
41	42	43	44	45
③	10	②	②	60
46	47	48	49	50
⑤	②	①	②	④
51	52	53	54	55
②	①	④	①	⑤
56	57	58	59	60
⑤	②	③	③	16
61	62	63	64	65
⑤	③	④	①	①
66	67	68	69	70
⑤	④	⑤	③	③
71	72	73	74	75
②	②	⑤	②	④
76	77	78	79	80
②	④	⑤	①	④
81	82	83	84	85
④	⑤	②	①	③

통계

01	02	03	04	05
①	105	④	13	①
06	07	08	09	10
④	②	14	②	10
11	12	13	14	15
③	③	①	①	①
16	17	18	19	20
③	50	③	20	①
21	22	23	24	25
③	125	③	①	⑤
26	27	28	29	30
30	②	③	⑤	①
31	32	33	34	35
③	⑤	⑤	②	98
36	37	38	39	40
51	①	③	③	②
41	42	43	44	45
④	②	⑤	②	20
46	47	48	49	50
5	⑤	⑤	②	①
51	52	53	54	55
⑤	③	11	③	④
56	57	58	59	60
⑤	④	③	⑤	④
61	62	63	64	65
80	④	②	①	10
66	67	68	69	
④	32	⑤	15	

고1 기출

01	02	03	04	05
④	⑤	45	160	52
06	07	08	09	10
25	72	60	32	⑤
11	12	13	14	15
30	⑤	30	64	⑤
16	17	18	19	20
②	②	360	①	126
21	22	23	24	25
③	②	③	④	③

경우의 수

01	02	03	04	05
36	⑤	90	102	25
06	07	08	09	10
600	682	⑤	60	34
11	12	13	14	15
②	②	②	220	12
16	17	18	19	20
9	①	⑤	68	40
21	22	23	24	25
④	17	25	③	④
26	27	28	29	30
36	③	④	33	②
31	32	33	34	35
③	①	⑤	①	90
36	37	38	39	40
19	②	68	③	450
41	42	43	44	45
②	④	①	③	②
46	47	48	49	50
32	①	⑤	①	③
51	52	53	54	55
32	255	285	49	③
56	57			
84	①			

확률

01	02	03	04	05
①	50	⑤	②	120
06	07	08	09	10
⑤	20	⑤	⑤	72
11	12	13	14	15
137	19	②	30	①
16	17	18	19	20
④	⑤	73	①	③
21	22	23	24	25
④	②	④	30	①
26	27	28	29	30
①	③	①	43	①
31	32	33	34	35
③	③	③	④	8
36	37	38	39	40
⑤	②	⑤	①	②
41	42	43	44	45
③	④	43	①	④
46	47	48	49	50
⑤	11	③	12	②
51	52	53	54	55
89	68	④	①	34
56	57	58	59	60
⑤	19	30	④	22
61	62	63	64	65
23	238	50	①	①
66	67	68	69	70
③	②	48	13	11

통계

01	02	03	04	05
16	②	③	⑤	25
06	07	08	09	10
25	89	④	③	①
11	12	13	14	15
④	35	①	①	96
16	17	18	19	20
③	①	①	⑤	⑤
21	22	23	24	25
①	155	②	⑤	⑤
26	27	28	29	30
⑤	④	12	②	④
31	32	33	34	35
⑤	①	②	⑤	12
36	37	38	39	40
②	37	②	47	⑤
41	42	43	44	45
④	④	⑤	⑤	①
46	47	48	49	50
③	20	②	③	④
51	52	53	54	55
②	10	③	①	③
56	57	58	59	60
②	①	②	112	17
61	62	63	64	
③	③	①	②	

2.1

2회독 유형별 : 정답

고1 기출

01	02	03	04	05
52	360	126	32	③
06	07	08	09	10
⑤	⑤	④	160	25
11	12	13	14	15
72	③	30	③	64
16	17	18	19	20
②	⑤	30	②	④
21	22			
45	60			

원순열과 중복순열

01	02	03	04	05
②	②	⑤	②	33

같은 것이 있는 순열

01	02	03	04	05
600	36	90	68	①
06	07	08	09	10
④	34	40	19	90
11	12	13	14	
③	17	255	450	

중복조합

01	02	03	04	05
②	⑤	60	⑤	⑤
06	07	08	09	10
③	9	②	220	68
11	12	13	14	15
①	32	④	③	③
16	17	18	19	20
36	④	32	④	⑤
21	22	23	24	25
②	84	①	49	285
26				
③				

이항정리

01	02	03	04	05
682	12	102	25	25
06				
②				

확률의 정의와 활용

01	02	03	04	05
③	①	③	①	③
06	07	08	09	10
④	③	13	23	①
11	12	13	14	15
①	20	11	④	④
16	17	18	19	20
③	68	⑤	①	④
21	22	23	24	25
11	⑤	②	19	④
26	27	28	29	30
④	89	12	①	②
31	32	33		
22	⑤	①		

조건부확률

01	02	03	04	05
238	30	34	②	⑤
06	07	08	09	10
④	72	30	30	43
11	12	13		
50	⑤	48		

사건의 독립과 종속

01	02	03	04	05
50	120	19	⑤	⑤
06	07	08	09	10
②	73	⑤	①	③
11	12	13	14	15
①	⑤	②	①	43
16	17	18	19	20
③	①	③	8	137

이산확률변수

01	02	03	04	05
⑤	112	④	17	②
06	07	08		
20	②	②		

이항분포

01	02	03	04	05
①	12	④	47	①
06				
③				

연속확률변수

01	02	03	04	05
①	④	②	37	④
06				
10				

정규분포

01	02	03	04	05
⑤	89	④	①	①
06	07	08	09	10
③	⑤	96	①	③
11	12	13	14	15
⑤	35	②	③	③
16	17	18		
155	⑤	①		

이항분포와 정규분포의 관계

01	02			
⑤	③			

모집단과 표본

01	02	03	04	05
⑤	②	④	②	②
06	07	08	09	10
16	③	①	⑤	②
11	12	13		
⑤	①	25		

모평균의 추정

01	02	03	04	05
⑤	③	25	②	12

빈칸 단위종합

01	02	03	04	05
①	③	①	③	①
06	07	08	09	10
②	②	①	②	①
11	12	13	14	15
①	⑤	①	③	⑤
16	17	18	19	
①	④	②	④	

3.1

3회독 연도별 : 정답

01	02	03	04	05
①	52	600	①	360
06	07	08	09	10
④	①	36	238	③
11	12	13	14	15
⑤	⑤	①	126	32
16	17	18	19	20
③	105	50	③	90
21	22	23	24	25
①	②	⑤	④	48
26	27	28	29	30
68	③	120	120	②
31	32	33	34	35
⑤	⑤	④	④	89
36	37	38	39	40
③	13	30	682	①
41	42	43	44	45
①	④	③	⑤	12
46	47	48	49	50
②	④	14	19	②
51	52	53	54	55
135	160	⑤	③	112
56	57	58	59	60
25	①	③	①	③
61	62	63	64	65
①	84	④	④	③
66	67	68	69	70
200	③	⑤	②	72
71	72	73	74	75
10	⑤	②	③	②
76	77	78	79	80
①	②	12	③	④
81	82	83	84	85
17	72	③	②	20
86	87	88	89	90
73	①	④	④	③
91	92	93	94	95
①	①	④	⑤	②
96	97	98	99	100
④	12	③	⑤	②

101	102	103	104	105
①	④	60	34	①
106	107	108	109	110
13	30	①	①	④
111	112	113	114	115
③	102	⑤	37	④
116	117	118	119	120
②	64	②	23	40
121	122	123	124	125
④	④	47	①	⑤
126	127	128	129	130
①	⑤	25	②	③
131	132	133	134	135
①	③	19	④	④
136	137	138	139	140
①	50	②	⑤	③
141	142	143	144	145
90	①	③	②	④
146	147	148	149	150
③	④	10	20	①
151	152	153	154	155
①	③	①	③	②
156	157	158	159	160
20	30	③	17	③
161	162	163	164	165
②	125	③	③	④
166	167	168	169	170
8	20	④	④	③
171	172	173	174	175
①	⑤	③	11	④
176	177	178	179	180
⑤	④	11	20	30
181	182	183	184	185
②	①	③	②	②
186	187	188	189	190
171	⑤	③	③	⑤
191	192	193	194	195
30	16	⑤	②	②
196	197	198	199	200
③	⑤	①	⑤	④

201	202	203	204	205
①	①	①	③	④
206	207	208	209	210
126	④	35	③	⑤
211	212	213	214	215
③	⑤	12	96	②
216	217	218	219	220
④	④	⑤	②	⑤
221	222	223	224	225
⑤	②	98	68	②
226	227	228	229	230
⑤	①	51	③	①
231	232	233	234	235
③	②	60	34	⑤
236	237	238	239	240
③	④	②	②	③
241	242	243	244	245
③	④	②	①	6
246	247	248	249	250
255	⑤	③	③	10
251	252	253	254	255
②	④	②	⑤	⑤
256	257	258	259	260
20	②	④	60	⑤
261	262	263	264	265
3	⑤	②	⑤	③
266	267	268	269	270
③	10	①	②	②
271	272	273	274	275
⑤	9	②	②	⑤
276	277	278	279	280
②	20	5	②	⑤
281	282	283	284	285
④	⑤	220	①	68
286	287	288	289	290
⑤	②	④	①	72
291	292	293	294	295
35	②	①	①	②
296	297	298	299	300
32	①	⑤	③	④

301	302	303	304	305
11	30	④	①	③
306	307	308	309	310
①	③	②	30	③
311	312	313	314	315
④	⑤	④	②	60
316	317	318	319	320
36	⑤	③	②	④
321	322	323	324	325
③	⑤	③	④	①
326	327	328	329	330
⑤	21	16	⑤	③
331	332	333	334	335
④	30	④	③	①
336	337	338	339	340
③	②	③	10	11
341	342	343	344	345
32	⑤	43	①	③
346	347	348	349	350
⑤	①	①	15	45
351	352	353	354	355
④	⑤	④	25	④
356	357	358	359	360
②	③	②	①	210
361	362	363	364	365
25	50	⑤	⑤	43
366	367	368	369	370
③	②	⑤	③	②
371	372	373	374	375
①	10	155	19	②
376	377	378	379	380
⑤	④	25	④	②
381	382	383	384	385
⑤	④	③	33	48
386	387	388	389	390
⑤	②	⑤	③	④
391	392	393	394	395
③	④	①	②	⑤
396	397	398	399	400
9	80	89	②	④

401	402	403	404	405
②	③	12	②	①
406	407	408	409	410
④	②	⑤	①	15
411	412	413	414	415
12	8	⑤	②	①
416	417	418	419	420
84	③	①	③	②
421	422	423	424	425
④	①	60	22	④
426	427	428	429	430
⑤	28	10	②	④
431	432	433	434	435
②	⑤	④	②	32
436	437	438	439	440
49	②	①	⑤	63
441	442	443	444	445
285	⑤	③	④	③
446	447	448	449	450
①	①	15	137	450