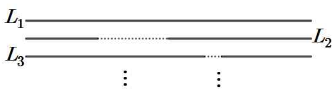
수학 영역(가 형)

5지선다형

1. 다음 그림과 같이 길이가 1인 선분을 n^2개의 선분으로 나누고 그 중 하나를 버린 도형을 L_n이라 하자.

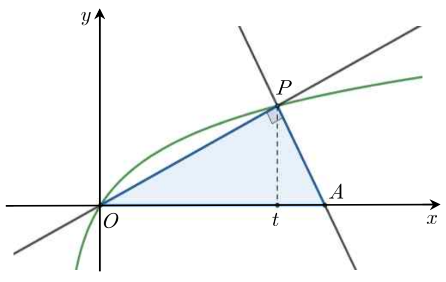


도형 L_n의 길이를 l_n이라 할 때,
$\lim_{n\to\infty}\ln\left\{\left(2\times l_1\times l_2\times l_3\times l_4\times\cdots\times l_n\right)^{100n}\right\}$의 값은?[1]단, $l_1=1$이다.)
〔2점〕

[랑데뷰수학]

① 55 ② 66 ③ 79 ④ 91 ⑤ 100

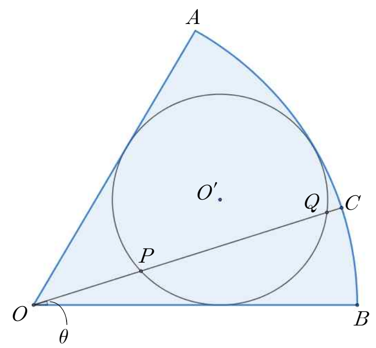
2. 그림과 같이 $y=\log_2(x+1)$위의 점 $\mathrm{P}(t, \log_2(t+1))$을 지나고 직선 OP에 수직인 직선을 l이라 하자. 직선 l의 x절편을 A라 할 때 △OPA 넓이를 $S(t)$라 하자. $\lim_{t\to0+}\frac{S(t)}{t^2}$의 값을 구하면?[2][2점]



[랑데뷰수학]

① $\frac{1}{(\ln2)^3}+\frac{1}{2\ln2}$ ② $\frac{1}{2(\ln2)^3}+\frac{1}{\ln2}$ ③ $\frac{1}{2(\ln2)^2}+\frac{1}{2\ln2}$
④ $\frac{1}{2(\ln2)^3}+\frac{1}{2\ln2}$ ⑤ $\frac{1}{2(\ln2)^3}+\frac{1}{4\ln2}$

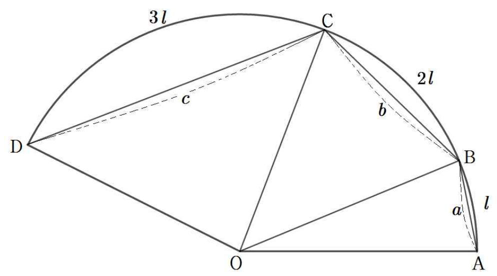
3. 그림과 같이 반지름의 길이가 3이고 $\angle\mathrm{AOB}=\frac{\pi}{3}$인 부채꼴 AOB에 내접하는 원을 O′이라 하자. 호 AB위의 한 점 C에 대하여 $\angle\mathrm{COB}=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{3}\right)$일 때, 원 O′과 $\overline{\mathrm{OC}}$가 만나는 두 점을 P, Q라 하자. $\lim_{\theta\to0+}\frac{\overline{\mathrm{PQ}}^2}{\theta}$의 값을 구하면?[3][2점]



[랑데뷰수학]

① 8 ② $8\sqrt{2}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $16\sqrt{2}$ ⑤ $16\sqrt{3}$

4. 그림과 같이 반지름의 길이가 r인 부채꼴에서 호의 길이가 l, $2l$, $3l$인 세 호에 대한 현의 길이를 각각 a, b, c라 할 때, $\lim_{l\to0+}\frac{a+b+c}{l}$의 값은?[4][3점]



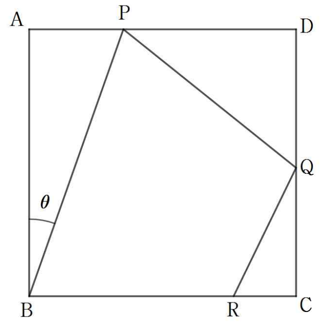
[랑데뷰수학]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

8. 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서 그림과 같이 선분 AD위의 점 P와 선분 CD 위의 점 Q, 선분 BC위의 점 R을

$\angle \mathrm{ABP} : \angle \mathrm{PQD} : \angle \mathrm{QRC} = 1:2:3$

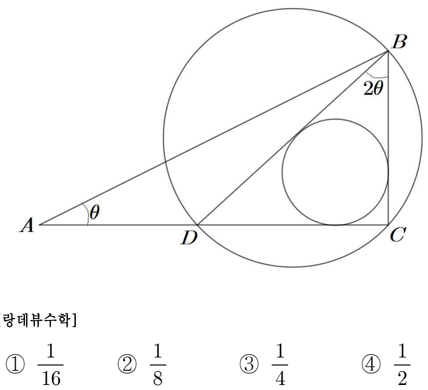
이 되도록 잡는다. $\angle \mathrm{ABP} = \theta$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \{\theta(\overline{\mathrm{RC}} + \cot 3\theta \cot 2\theta)\}$의 값은?8)[3점]



[랑데뷰수학]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

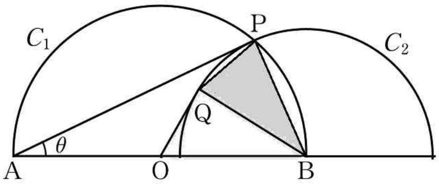
9. 다음 그림과 같이 $\angle \mathrm{C} = \frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC가 있다. $\angle \mathrm{A} = \theta$, $\overline{\mathrm{AC}} = 2$이고 $\angle \mathrm{CBD} = 2\theta$가 되도록 선분 AC위의 점을 D라 하자. 삼각형 BCD의 외접원의 넓이를 $f(\theta)$, 내접원의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{\theta^2 f(\theta)}{g(\theta)}$의 값은?9)(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)[3점]



[랑데뷰수학]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

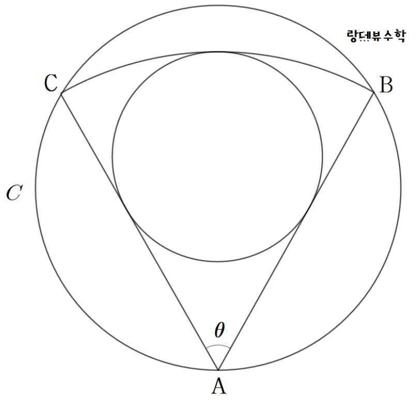
10. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반 원 C_1과 점 B를 중심으로 하고 반 원 C_1 위의 점 P를 지나는 반 원 C_2가 있다. 반 원 C_1의 중심 O에서 반 원 C_2에 그은 접선의 접점을 Q라 하자. $\angle \mathrm{PAB} = \theta$일 때, 삼각형 PBQ의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?10)(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)[3점]



[랑데뷰수학]

① 2 ② $\sqrt{3}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

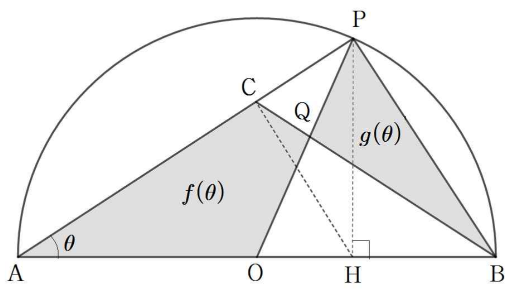
13. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 C 위의 세 점 A, B, C가 있다. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$이고 $\angle\mathrm{BAC}=\theta$일 때, 점 A를 중심으로 하는 부채꼴 ABC의 넓이를 $S(\theta)$라 하고 부채꼴 ABC의 내부에 있고 두 선분 AB, AC에 접하며 호 BC와 한 점에서 만나는 원의 넓이를 $T(\theta)$라 할 때, $\lim\limits_{\theta\to0+}\dfrac{\theta\times S(\theta)}{T(\theta)}$의 값은?[13] (단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$)[3점]



① $\dfrac{3}{2\pi}$ ② $\dfrac{2}{\pi}$ ③ $\dfrac{5}{2\pi}$ ④ $\dfrac{3}{\pi}$ ⑤ $\dfrac{7}{2\pi}$

14. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 한 점 P를 $\angle\mathrm{PAB}=\theta$가 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점을 O라 하고, 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 H을 지나고 선분 PB에 평행한 직선이 선분 AP와 만나는 점을 C라 하고 선분 OP와 선분 BC의 교점을 Q라 하자. 사각형 AOQC의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PQB의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때, $\lim\limits_{\theta\to0+}\dfrac{f(\theta)-g(\theta)}{\theta}$의 값은?[14] [4점]

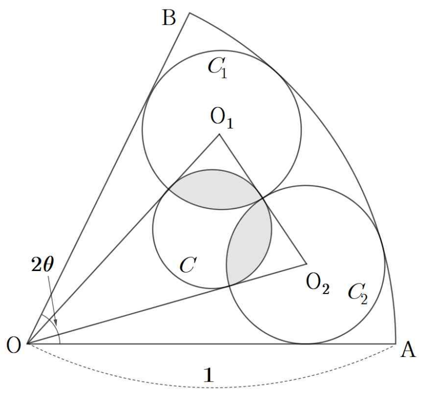
[랑데뷰수학]



① $\dfrac{3}{4}$ ② 1 ③ $\dfrac{5}{4}$ ④ $\dfrac{3}{2}$ ⑤ $\dfrac{7}{4}$

17. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OA}}=1$, $\angle\mathrm{AOB}=2\theta$인 부채꼴 AOB가 있다. 선분 OB에 접하고 호 AB와 한 점에서 만나는 원 C_1과 선분 OA에 접하고 호 AB와 한 점에서 만나는 원 C_2가 서로 한 점에서 접한다. 두 원 C_1과 C_2는 합동이고 두 원의 중심을 각각 O_1, O_2라 할 때, 삼각형 $\mathrm{OO_1O_2}$에 내접하는 원을 C 라 하자. 원 C 와 원 C_1, 원 C_2의 공통부분의 색칠된 부분의 넓이의 합을 $S(\theta)$라 할 때, $\lim\limits_{\theta\to0+}\dfrac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은?[17] [4점]

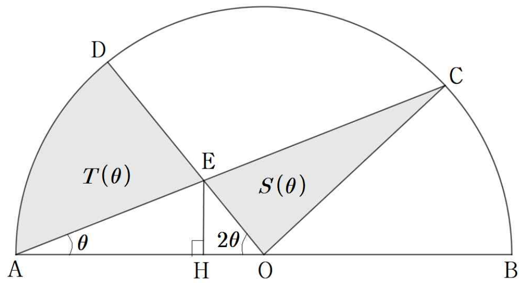
[랑데뷰수학]



① $\dfrac{\pi}{8}-\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{\pi}{2}-1$
④ $\pi-1$ ⑤ $2\pi-2$

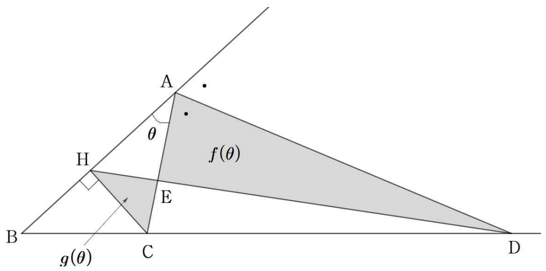
18. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O 인 반원이 있다. 반원 위에 있는 점 C와 점 D가 $\angle\mathrm{CAB}=\theta$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{4}\right)$, $\angle\mathrm{DOA}=2\theta$을 만족한다. 선분 AC와 선분 OD의 교점을 E라 하고 점 E에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 CEO의 넓이를 $S(\theta)$, 도형 AED의 넓이를 $T(\theta)$라 할 때 $\lim\limits_{\theta\to0+}\dfrac{S(\theta)+T(\theta)}{\overline{\mathrm{EH}}}$ 의 값은?[18] [4점]

[랑데뷰수학]

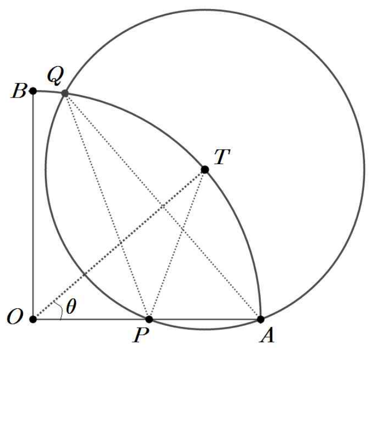


① $\dfrac{1}{9}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

24. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=2$ 삼각형 ABC에서 각 A의 외각의 이등분선이 선분 BC의 연장선과 만나는 점을 D라 하자. 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하고 선분 AC와 선분 DH의 교점을 E라 하자. $\angle BAC=\theta$일 때, 삼각형 AED의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 CHE의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0+}\frac{f(\theta)-g(\theta)}{\theta}=a$ 라 할 때, a^2의 값을 구하시오.[24](단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$)[3점] **[랑데뷰수학]**



25. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 T를 중심으로 하고 점 A를 지나는 원이 선분 OA, 호 AB와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고 $\angle TOA=\theta$라 하자. 삼각형 PAQ의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 POT의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta\to0+}\frac{f(\theta)}{\theta^2\times g(\theta)}$의 값을 구하시오.[25] $\left(\text{단, } 0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$[3점] **[랑데뷰수학]**



26. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AE를 지름으로 하는 반원이 있다. 중심각의 크기가 θ인 부채꼴 OAB와 선분 OA를 한 변으로 하는 정삼각형을 OAC가 되도록 반원 위에 점 B와 점 C를 잡는다. 선분 AC와 선분 OB가 만나는 점을 D라 하고 선분 OC와 선분 EB가 만나는 점을 F라 하자. $\angle AOB=\theta$일 때, 삼각형 OAD의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 EOF의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0+}\frac{g(\theta)}{f(\theta)}=p$이다. $100p$의 값을 구하시오.[26] $\left(\text{단, } 0<\theta<\frac{\pi}{3}\right)$[4점]