

[수리 추론형]

Bridge 2 사칙연산

정량값 간 활용되는 사칙연산(+, -, ×)을 상댓값 간에서도 활용할 수 있다.

이를 통해 불필요한 연산량을 줄일 수 있다.

예를 들어보자.

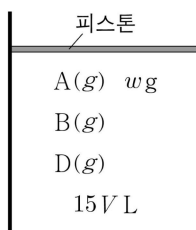
예시 1 출처

첨가 반응 Schema

(22 6평 간소화)

상댓값 간 연산

예시 1



(가)

그림 (가)는 실린더에 A(g)와 B(g), D(g)를 넣은 것을 나타낸 것이다.

(가)에서 $\frac{\text{D의 양(mol)}}{\text{전체 기체의 양(mol)}}$ 은 $\frac{2}{5}$ 이고, $\frac{\text{A의 양(mol)}}{\text{D의 양(mol)}}$ 은 $\frac{1}{3}$ 이며,

$\frac{\text{A의 분자량}}{\text{B의 분자량}}$ 은 $\frac{7}{4}$ 이다. 실린더 속 기체의 온도와 압력은 일정할 때, B의 질량은?

분자량의 상댓값 (대상 간 비교)

단위 개수 당 질량

예를 들어, 분자량이 A가 B의 2배라면 A 1개 당 질량이 B 1개당 질량보다 2배 크다.

아래 교과 개념을 활용하여 “B의 질량”을 구해보자.

분자량의 정량값

1몰(일정 개수) 당 질량

기체의 부피 해석

온도와 압력이 일정할 때,
기체의 부피비는 입자의
개수비와 동일하다.

예를 들어, A와 B의 부피비가
6 : 5 이면 A와 B의 개수비가 6 :
5이다.

[교과 개념]

몰(mol)

물질의 양을 나타내는 단위
1몰은 대략 6.02×10^{23} 개이며
1몰의 정확한 개수는 아보가드로
수(N_A)라고 한다.

1. 질량은 물질의 양을 나타내는 단위로, $\frac{\text{원자의 질량}}{\text{원자 1몰의 질량(g/mol)}} = \text{원자의 mol}$ 이다.
2. mol은 “입자 수”와 유사하다. 즉, 몰수는 개수라고 생각해도 무방하다.
3. 분자량의 정량값은 분자 1몰의 질량이다.
4. 아보가드로 법칙에 의해 온도와 압력이 일정할 때, 부피 간 비율은 입자수 간 비율이다.

본 전자책은 Present[: 선물] 화학1 시리즈의 일부입니다.

(가)의 부피가 15 V라고 제시되어 있으므로

(가)의 전체 입자수(상댓값)를 15로 설정할 수 있다.

($\because$ 부피 비 = 입자수 비)

물질의 몰수 간 비율이 아래와 같이 제시됨에 따라

“(가)에서 $\frac{\text{D의 양(mol)}}{\text{전체 기체의 양(mol)}} = \frac{2}{5}$ 이고, $\frac{\text{A의 양(mol)}}{\text{D의 양(mol)}} = \frac{1}{3}$ 이다”

입자 수(상댓값) 정보를 아래와 같이 입힐 수 있다.

피스톤	
A(g) wg	2
B(g)	
D(g)	6
15 V L	

(수리 추론형에서)

U (전체 입자수(상댓값) 15)와 A (A와 D의 입자수(상댓값) 8)을 알면

A^C (B의 입자수(상댓값)) 또한 결정된다.

따라서 B의 입자수(상댓값)은 7이다.

피스톤	
A(g) wg	2
B(g)	7
D(g)	6
15 V L	

A와 B의 입자 수 비가 2 : 7임을 알고

A와 B의 분자량 비가 아래와 같이 제시되어 있으므로

“(가)에서 $\frac{\text{A의 분자량}}{\text{B의 분자량}} = \frac{7}{4}$ 이다.”

A와 B의 질량비를 알 수 있다.

[Remark 1] 물질 간 질량비, 입자 수 비, 분자량 비 중 2가지를 알면 나머지 하나를 알아낼 수 있다.

[Remark 2] 보통 최종 구하는 것이 분자량비로 귀결되는 경우가 많다.

기체	질량(g)	입자 수 (상댓값)	분자량 (상댓값)
A	w	2	7
B	?	7	4

A와 B의 질량비를 알고 A의 질량(정량값)이 제시되어 있으므로 B의 질량(정량값)을 알 수 있다.

A의 분자량
B의 분자량은 $\frac{7}{4}$ 이다.

피스톤			
A(g)	w g	2	
B(g)	$2w$	7	
D(g)		6	
15V L			

기체	질량(g)	입자 수 (상댓값)	분자량 (상댓값)
A	w	2	7
B	?	7	4

(행마다 7이 있으므로 비례관계 상 1로 통쳐도 무방,
B의 질량이 A의 질량의 2배)

따라서 B의 질량은 $2w$ 이다.

[Remark 3] 상댓값에서 중요한 것은 정확한 값이 아니라 비례관계이다.

[Remark 4] 상댓값의 계산에서 ÷보다는 ×를 활용하는 게 계산이 더 간결하다.

예를 들어 위에서 $\frac{w}{2} : \frac{?}{7} = 7 : 4$ 꼴로 계산한다면 암산이 용이하지
않을뿐더러 암산할 수 있더라도 간결하지 못하다.

본 전자책은 Present[: 선물] 화학1 시리즈의 일부입니다.

[수리 추론형]

Bridge 3 비율과 분할

비율은 대상 간 **상댓값**이므로 기준이 되는 숫자를 설정하여 자료를 정리하고 해석할 수 있다.
비율 자체를 **정량값**으로 질문하기도 하며 상황별로 비율(정량값)과 비율(상댓값)의 유불리가 다소 다르다.

분할되어 있는 자료를 통해 비율을 구해낼 수도 있어야 하고
제시된 비율을 분할하여 대상 간 **상댓값**을 구할 수도 있어야 한다.

예를 들어보자.

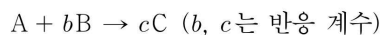
예시 1 출처

화학 양론 Schema (20 9평)

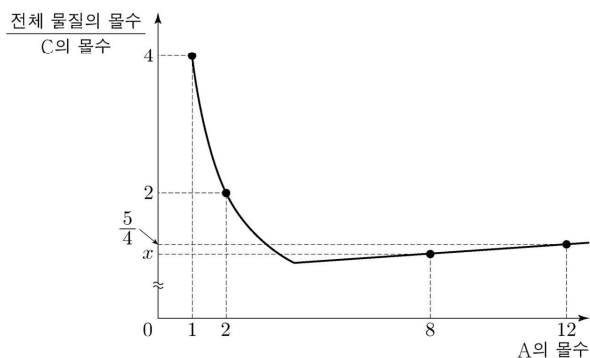
비율과 분할

예시 1

다음은 A와 B가 반응하여 C를 생성하는 화학 반응식이다.



그림은 m 몰의 B가 들어 있는 용기에 A를 넣어 반응을 완결시켰을 때, 넣어 준 A의 몰수에 따른 반응 후 $\frac{\text{전체 물질의 몰수}}{\text{C의 몰수}}$ 를 나타낸 것이다.



아래 교과 개념을 활용하여 b, c, x, m 값을 각각 구하시오.

[교과 개념]

- 주어진 반응식은 반응물 A의 계수가 1, 반응물 B의 계수가 b , 생성물 C의 계수가 c 인 반응식이다. 이는 A 1개와 B b 개가 반응해서 C c 개가 생성되는 반응이라는 것을 의미한다.
- 몰수는 “입자 수”와 유사한 말이다. 즉, 몰수는 개수라고 생각하고 풀어보자.

물질의 몰수 간 비율이 그래프의 y 축 값으로 제시되어 있다.

이때 전체 물질의 몰수 = 남은 반응물의 몰수 + 생성물의 몰수 이고
남은 반응물과 생성물은 각각 1종류이므로

다음과 같이 물질 간 상댓값을 알 수 있도록 분할할 수 있다.

$$\frac{\text{남은 반응물의 몰수} + C\text{의 몰수}}{C\text{의 몰수}}$$

A를 넣어주는 반응이므로 (첨가 반응)

완결점 이전에는 남은 반응물은 B이고 완결점에서는 남은 반응물이 없으며
완결점 이후에는 남은 반응물은 A임을 알 수 있다.

따라서 각 지점에서 $\frac{\text{남은 반응물의 몰수} + C\text{의 몰수}}{C\text{의 몰수}}$ 은 다음과 같이 분류된다.

[완결점 이전]

$$\frac{\text{남은 반응물의 몰수} + C\text{의 몰수}}{C\text{의 몰수}} = \frac{B\text{의 몰수} + C\text{의 몰수}}{C\text{의 몰수}} > 1$$

[완결점]

$$\frac{\text{남은 반응물의 몰수} + C\text{의 몰수}}{C\text{의 몰수}} = \frac{C\text{의 몰수}}{C\text{의 몰수}} = 1$$

[완결점 이후]

$$\frac{\text{남은 반응물의 몰수} + C\text{의 몰수}}{C\text{의 몰수}} = \frac{A\text{의 몰수} + C\text{의 몰수}}{C\text{의 몰수}} > 1$$

[Remark 1] 위 3가지 케이스를 모두 적고 풀라는 말이 아니다. $\frac{\text{전체 물질의 몰수}}{C\text{의 몰수}}$ 의 표현이

각 지점(다음 페이지 이미지)에서 해석할 때 자연스럽게 바뀌어 읽혀야 한다.

[Remark 2] ㉠ 초기점과 가까운 지점에서 C의 몰수는 0+이고, A의 몰수는 상수 k 이므로

$$\frac{B\text{의 몰수} + C\text{의 몰수}}{C\text{의 몰수}} \text{는 } \infty \text{ —임을 알 수 있다. ㉠에서 A를 더 넣어주면}$$

$$\frac{B\text{의 몰수} + C\text{의 몰수}}{C\text{의 몰수}} = 1 + \frac{B\text{의 몰수}}{C\text{의 몰수}} \text{에서 } B\text{의 몰수(분자)은 감소하고, } C\text{의}$$

몰수(분모)는 증가하므로 완결점 이전 구간에서 $\frac{\text{전체 물질의 몰수}}{C\text{의 몰수}}$ 는 완결점까지

1:1 대응으로 감소하는 경향을 나타낸다.

뭉뚱그려진 표현

전체 물질의 몰수
남은 반응물의 몰수
생성된 물질의 몰수 등

뭉뚱그려진 표현을 정확한 표현(C의 몰수, A의 몰수+B의 몰수 등)으로 바꿔 생각하다 보면 문제는 자연스럽게 해제된다.

그래프 상 완결점

경향이 바뀌는 지점

그래프 해석 Schema에서 상술된다.

완결점

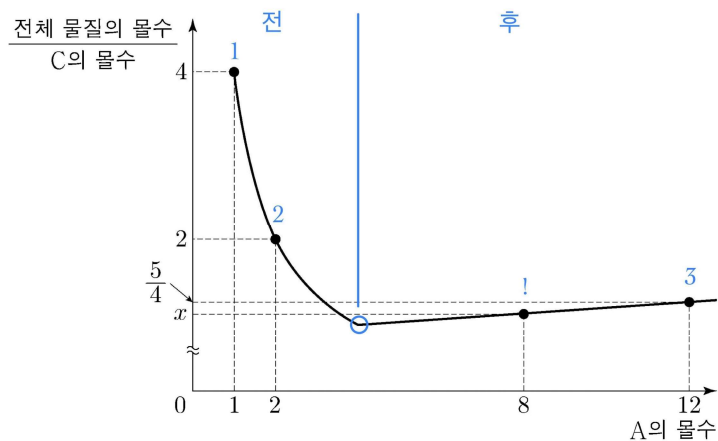
반응이 끝나 남은 반응물이 없는 지점

초기점

A를 0몰 넣어준 지점

!(느낌표)

정보가 결정되지 않은 지점.
구해야 하는 목표



[완결점 이전]

특이점은 2군데(1, 2)이고, 남은 반응물은 B이다.

[특이점 1]

$$\frac{\text{남은 반응물의 몰수} + \text{C의 몰수}}{\text{C의 몰수}} = \frac{\text{B의 몰수} + \text{C의 몰수}}{\text{C의 몰수}} = 4 = \frac{3+1}{1}$$

∴ B의 몰수 : C의 몰수 = 3 : 1

이때 해당 지점은 A를 1몰 넣어준 지점이므로 C는 c 몰 생성된다.

(정량값)	B의 몰수	C의 몰수
특이점 1	$3c$	c

[특이점 2]

$$\frac{\text{남은 반응물의 몰수} + \text{C의 몰수}}{\text{C의 몰수}} = \frac{\text{B의 몰수} + \text{C의 몰수}}{\text{C의 몰수}} = 2 = \frac{1+1}{1}$$

∴ B의 몰수 : C의 몰수 = 1 : 1

이때 해당 지점은 A를 2몰 넣어준 지점이므로 C는 $2c$ 몰 생성된다.

(정량값)	B의 몰수	C의 몰수
특이점 2	$2c$	$2c$

정보 간 연결

Mind 3에 상술되어 있다.

[Remark 3] 각각 $\frac{3+1}{1}$, $\frac{1+1}{1}$ 으로 바꿔 읽고, 첨가한 A의 몰수가 2배이므로
두 비율 정보를 연결하여 3:1 & 2:2로 해석할 수 있으면 좋다.

본 전자책은 Present[: 선물] 화학1 시리즈의 일부입니다.

그래프에 완결점과 완결점 이후, 특이점의 정보만 제시되어 있으므로
초기점(A를 0몰 넣어준 지점)의 정보를 파악하겠다는 생각은 자연스럽다.

A를 0몰~1몰 넣어준 구간과 1몰~2몰 넣어준 구간의 변화량은 동일하므로
[특이점 1]과 [특이점 2]의 변화를 관찰해보자.

($\because$ 첨가 반응 Schema - 등차수열)

A를 1몰 첨가할 때
남은 반응물 B가 c 몰 감소한다.

A를 1몰 첨가했을 때 남은 반응물이 B $3c$ 몰이므로
초기점(=A가 0몰인 지점, A를 첨가하지 않은 지점)에는 B가 $4c$ 몰 존재하며

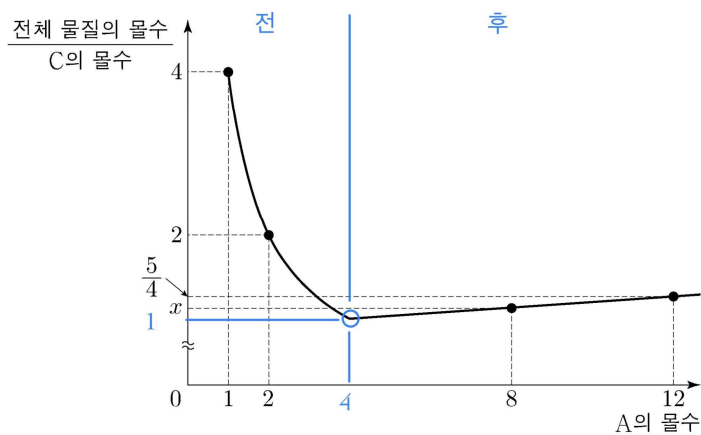
반응(생성) 비율이 $1 : c : c$ 임을 알 수 있다.
($\because$ A를 1몰 첨가했을 때, B가 c 몰 반응하고 C가 c 몰 생성됨)

반응(생성) 비율은 계수비이므로 $b = c$ 이다.
($\because$ 반응식 계수비 $1 : b : c$)

완결점은 남은 반응물이 없는 지점이므로
초기 반응물 B $4c$ 몰이 모두 소모되려면 A가 4몰 추가되어야 한다.

$\therefore$ 완결점에서 추가된 A의 몰수 = 4몰

[완결점 정보 파악]



[Remark 4] 지금까지 문제에 표기할 사항은 4와 1 뿐이다. 추후 시험보기 직전에는
지금까지의 논리가 머리로 끝나면 이상적이다.

[Remark 5] 그래프에 완결점의 정보는 모두 결정지어 두자.

변화량

바로 뒤 Bridge 4에 상술된다.

초기점

그래프 해석은 다음 4가지
파악으로 끝난다.

초기점, 완결점, 완결점 이후,
특이점

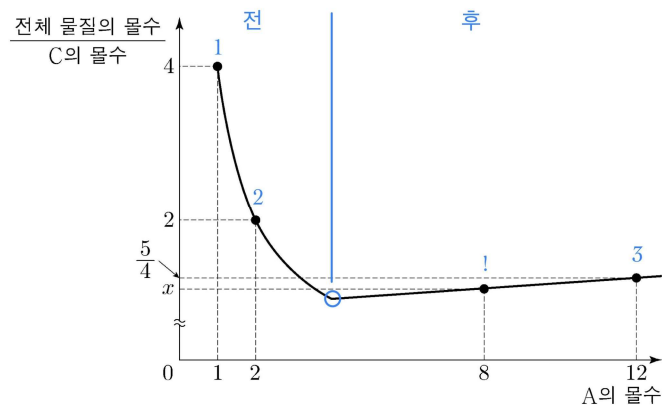
이 역시 화학 양론
Schema에서 상술된다.

결정된 것

Mind 1에 상술되어 있다.

!(느낌표)

정보가 결정되지 않은 지점.
구해야 하는 목표



[완결점 & 완결점 이후]

특이점은 2군데(3, !), 결정된 특이점은 1군데(3)이고, 완결점 이후 남은 반응물은 A이다.

[특이점 3]

$$\frac{\text{남은 반응물의 몰수} + \text{C의 몰수}}{\text{C의 몰수}} = \frac{\text{A의 몰수} + \text{C의 몰수}}{\text{C의 몰수}} = \frac{5}{4} = \frac{1+4}{4}$$

$$\therefore \text{A의 몰수} : \text{C의 몰수} = 1 : 4$$

이때 해당 지점은 완결점으로부터 A를 8몰 추가한 지점이므로 C는 32몰 존재한다.

(정량값)	A의 몰수	C의 몰수
특이점 3	8	32

따라서 완결점에 존재하는 C의 몰수는 32몰로 결정된다.

(정량값)	반응한 A의 몰수	반응한 B의 몰수	생성된 C의 몰수
완결점	4	m ($\because$ 발문)	32

반응(생성) 비율이 $1 : c : c$ 이므로 c 는 8이고, 반응한 B의 몰수는 32몰이다.

$$\therefore b = 8, m = 32$$

[Remark 6] 완결점의 반응(생성) 비율을 구하는 것으로 대부분의 문제는 귀결된다.

[Remark 7] 완결점 이후 구간에서 $\frac{\text{전체 물질의 몰수}}{\text{남은 물질의 몰수}}$ 경향은 1:1 대응으로 증가하고

완결점 이전 구간에서 $\frac{\text{전체 물질의 몰수}}{\text{남은 물질의 몰수}}$ 경향은 1:1 대응으로 감소한다.

이는 $\frac{\text{전체 물질의 몰수}}{\text{남은 물질의 몰수}}$ 값이 같은 곳이 2군데 있다면, 하나는 완결점 이전 구간

다른 하나는 완결점 이후 구간이라는 것을 의미한다.

본 전자책은 Present[: 선물] 화학1 시리즈의 일부입니다.

[결정할 특이점]

완결점과 완결점 이후의 첨가한 물질 몰수-전체 물질 몰수 그래프 경향은 1차식이다.
(넣으면 넣은만큼 증가)

$\frac{\text{전체 물질의 몰수}}{\text{C의 몰수}}$ 에서 완결점 이후 C의 몰수(생성물)는 상수(변하지 않는 값)이므로

그래프의 경향은 A의 몰수-전체 물질의 몰수 그래프와 동일하다.

($\because$ C의 몰수=상수 C, $y=kx$ (k 는 상수))

($\because$ 첨가 반응 Schema - 등차수열)

8은 4와 12의 중점이므로 x 는 $1 = \frac{4}{4}$ 와 $\frac{5}{4}$ 의 중점($\frac{4.5}{4}$)이다.

$$\therefore x = \frac{4.5}{4} = \frac{9}{8}$$

[예시 1 정답]

$$b=8, c=8, x=\frac{9}{8}, m=32$$

1차식

x 축과 y 축의 경향이 등차수열.
그래프 상 직선

첨가한 물질-전체 물질 그래프

x 축이 첨가한 물질의 몰수
 y 축이 전체 물질의 몰수인
그래프

[Remark 8] 위 사항은 논증일 뿐... 실전에서는 “직선”이니 중점의 값을 구하면 된다.

[Remark 9] 완결점 이후에서 생성물의 양(분모)은 일정하고, 넣어준 물질만큼 전체 물질의

몰수(분자)는 증가하므로, $\frac{\text{A의 몰수} + \text{C의 몰수}}{\text{C의 몰수}}$ 는 1차함수의 경향을 보이며
증가한다.

[Remark 10] 결정된 지점을 통해 결정되지 않은 지점을 추론

$\Rightarrow$ 구하는 것의 귀결

(초기 지점 B 4몰, 완결점 A 4몰, 특이점 !의 y 값 x)

문제가 중간에 막혔다면 결정된 곳의 조건을 모두 활용하지 못했을 것이다.
활용하지 못한 결정된 조건이 무엇인지 생각하자.