

2023학년도 대학수학능력시험대비

수학영역

킬러IT수다 모의고사

KIS수학연구소 지음

2023학년도 고3 킬러 IT 수다 2회 모의고사

수학 영역

성명		수험 번호												
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

너의 그 하나의 정답도 그 풀이도 나에게겐 커다란 의미

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- 공통과목 1~8쪽
- 확률과 통계 9~12쪽
- 미적분 13~16쪽
- 기하 17~20쪽

제작 : KIS수학연구소
불법 공유 및 수정을 절대 금합니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.



100분
100점

수학 영역

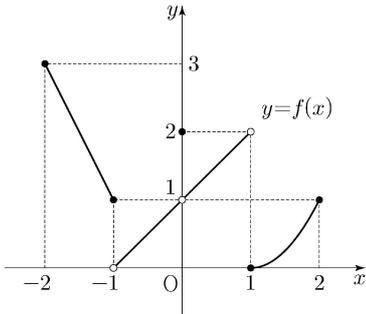
(공통)

5지선다형

1. $\log_9 27 + \log_3 \sqrt{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 아래의 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\tan \theta = \frac{8}{15}$ 일 때, $34(\sin \theta - \cos \theta)$ 의 값은? (단, $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$)

[3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

4. 함수 $f(x) = 2x^2 - 6x - 1$ 에 대하여 x 의 값이 2에서 5까지 변할 때의 평균변화율과 $x=a$ 에서의 미분계수가 같을 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{7}{3}$

25. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 초콜릿 14개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? [3점]

- (가) 각 학생은 적어도 1개의 초콜릿을 받는다.
- (나) 학생 A가 받는 초콜릿 수는 학생 B가 받는 초콜릿 수의 2배이다.

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

26. 주머니에 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적힌 8개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공에 적힌 수를 a, b, c 라 하자. $a+b+c$ 가 3의 배수일 때, a 도 3의 배수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{30}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{7}{30}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

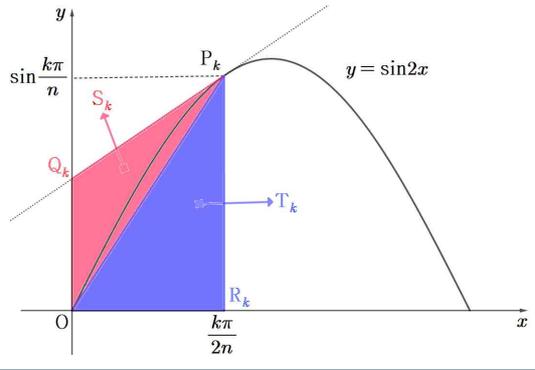


28 정적분과 급수 정답 ①

아래의 그림과 같이 2이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \sin 2x$ 위의 점 $P_k\left(\frac{k\pi}{2n}, \sin\frac{k\pi}{n}\right)$ ($k=1, 2, 3, \dots, n$)에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 Q_k , 점 P_k 에서 x 축에 내린 수선의 발을 R_k 라 하자. 두 삼각형 OP_kQ_k , OP_kR_k 의 넓이를 각각 S_k , T_k 라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (S_k - T_k) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, O 는 원점, $T_n = 0$, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7



$f(x) = \sin 2x$ 라 하면 $f'(x) = 2\cos 2x$ 이다.

$f'\left(\frac{k\pi}{2n}\right) = 2\cos\frac{k\pi}{n}$ 이므로 곡선 $y = \sin 2x$ 위의

점 $P_k\left(\frac{k\pi}{2n}, \sin\frac{k\pi}{n}\right)$ ($k=1, 2, 3, \dots, n$)에서의 접선의 방정식은

$y - \sin\frac{k\pi}{n} = \left(2\cos\frac{k\pi}{n}\right)\left(x - \frac{k\pi}{2n}\right)$ 이다.

$y = \left(2\cos\frac{k\pi}{n}\right)x - \frac{k\pi}{2n}2\cos\frac{k\pi}{n} + \sin\frac{k\pi}{n}$

이 직선이 y 축과 만나는 점 Q_k 는 $Q_k\left(0, -\frac{k\pi}{2n}2\cos\frac{k\pi}{n} + \sin\frac{k\pi}{n}\right)$ 이므로

$S_k = \frac{1}{2} \left(-\frac{k\pi}{2n}2\cos\frac{k\pi}{n} + \sin\frac{k\pi}{n}\right) \frac{k\pi}{2n}$ ($k=1, 2, 3, \dots, n$)

또한 점 $R_k\left(\frac{k\pi}{2n}, 0\right)$ 이고, $T_n = 0$ 이므로 $T_k = \frac{1}{2} \left(\frac{k\pi}{2n}\right) \left(\sin\frac{k\pi}{n}\right)$ ($k=1, 2, 3, \dots, n$)이다.

따라서 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S_k - T_k$

$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2} \left(-\frac{k\pi}{2n}2\cos\frac{k\pi}{n} + \sin\frac{k\pi}{n}\right) \frac{k\pi}{2n} - \frac{1}{2} \left(\frac{k\pi}{2n}\right) \sin\frac{k\pi}{n} \right)$

$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2} \left(-\frac{k\pi}{n} \cos\frac{k\pi}{n}\right) \frac{k\pi}{2n} \right)$

$= -\frac{\pi^2}{4} \int_0^1 x^2 \cos \pi x dx$

$\int_0^1 x^2 \cos \pi x dx$ 에서 $u(x) = x^2$, $v'(x) = \cos \pi x$ 로 놓으면

$u'(x) = 2x$, $v(x) = \frac{1}{\pi} \sin \pi x$ 이므로

$-\frac{\pi^2}{4} \int_0^1 x^2 \cos \pi x dx$

$= -\frac{\pi^2}{4} \left\{ \left[\frac{1}{\pi} x^2 \sin \pi x \right]_0^1 - \frac{2}{\pi} \int_0^1 x \sin \pi x dx \right\} = \frac{\pi}{2} \int_0^1 x \sin \pi x dx$

$\int_0^1 x \sin \pi x dx$ 에서 $p(x) = x$, $q'(x) = \sin \pi x$ 로 놓으면

$p'(x) = 1$, $q(x) = -\frac{1}{\pi} \cos \pi x$ 이므로

$\frac{\pi}{2} \int_0^1 x \sin \pi x dx = \frac{\pi}{2} \left\{ \left[-\frac{1}{\pi} x \cos \pi x \right]_0^1 + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \cos \pi x dx \right\}$

$= \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi^2} [\sin \pi x]_0^1 \right\} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{\pi} + 0 \right) = \frac{1}{2}$

$\therefore p+q = 3$