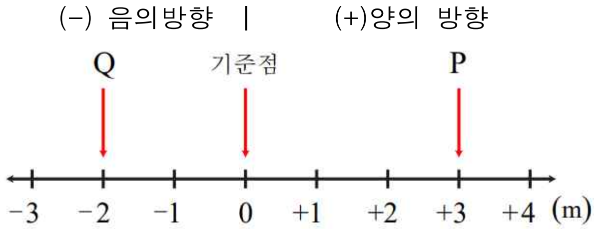
THEME 1 – 직선의 운동

❶ 이동거리와 변위(단위 : $[m]$ 미터)

(1) 위치

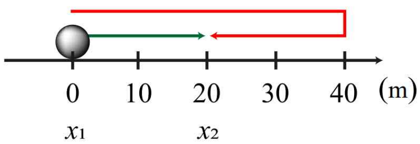
사물이 어떤 지점을 기준으로 얼마큼 떨어져 있고, 어느 방향에 있는지를 나타낸 물리량을 '위치'라고 한다.
보통 아래 그림에 나타나 있듯이 좌표상 0점을 기준점으로 잡는다.



'P'와 'Q'의 위치를 정의해보자. 'P'는 기준점으로부터 3m 떨어져 있고, 동쪽에 있다. 'Q'의 위치는 기준점으로부터 2m 떨어져 있고, 서쪽에 있다.
하지만 물체의 위치를 정의할 때 위와 같이 'P가 0점을 기준으로 동쪽 방향에 3m 떨어져 있다.'라고 굳이 길게 쓰는 건 비효율적이기 때문에 (+)와 (−) 부호를 사용하여 간결하게 표현한다.
따라서 P의 위치는 '$\underline{x=+3[m]}$'라고 간단히 표현할 수 있다. 보통 기준점의 오른쪽 방향을 (+)로 왼쪽 방향을 (−)로 잡는다.

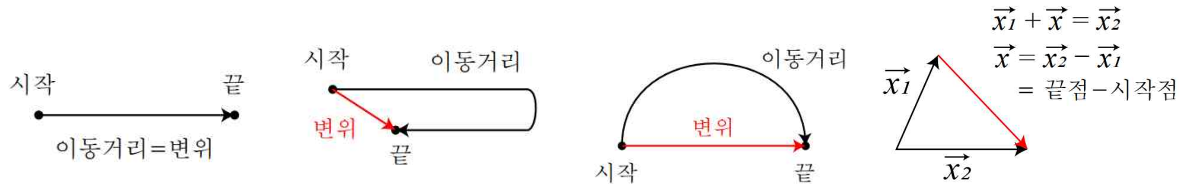
* "충돌한다" = "만난다" = "위치가 동일하다"라는 표현이 전부 같은 의미임을 알고 있자.

(2) 이동거리



'이동거리'란 자동차가 단순히 이동한 거리를 의미한다. 자동차가 출발하여 도착하기까지 단순하게 얼마나 이동을 했는가? 총 $\underline{\Delta s=60[m]}$를 이동했다. 이동거리 60m란 값만 놓고 보면 이동한 거리의 양만 알 수 있지 어떤 방향으로 움직였는지 알 수 없다.

(3) 변위(변한위치)



[운동방향 안변함] [운동방향 변함] [곡선 운동] [변위의 이해]

중간 과정을 모두 무시하고 결과만 보자면 자동차는 동쪽 방향으로 20m만큼 위치가 변했다. 즉, 초록색 경로처럼 처음 위치에서 나중 위치까지의 직선거리를 물체의 '변위'라고 한다.
자동차의 변위는 '$\underline{\Delta x=+20[m]}$'다. 숫자만 덩그러니 보여주는 '이동거리'와는 달리 '변위'에는 +,−와 같은 방향이 표시되어 있다. 즉, 변위를 보면 물체가 어떤 방향으로 얼마큼의 크기로 이동했는지 알 수 있다.

❷ 운동(Movement)

‘움직임’은 정지된 사진 속에서는 보이지 않는다. 동영상 속에서만 움직임이 관찰된다.
이 말은 ‘운동’이 적어도 시간의 흐름을 전제로 깔고 있다라는 것이다.

우리가 깡통을 발로 차는 상황에 대해 생각해보자. (다만, 깡통이 바닥에서 뜨지 않도록 찼다.)
깡통은 빙글빙글 회전을 하면서 앞으로 갈 것이다. 이는 명백한 사실이다.
물리1에서 다룰 물체는 아래와 같은 특성이 있다라고 가정을 하고 접근을 할 것이다.
물체는 점과 같은 물체, 즉 질량만 있고 크기가 무시되는 질점이다. ex) 깡통은 부피는 0, 질량은 m이다.
그러므로 점이 회전을 한들 그 회전에 대한 부분은 “없다”라고 봐도 무방하다. 즉, 회전운동이 없다.
결론적으로 물리1에서 깡통을 발로 찬다면 깡통은 앞으로만 가는 병진운동만을 하게 된다고 해석한다.

* 물체의 운동
물리1에서 ‘움직인다’ 라는 뜻은 ‘시간’이 지남에 따라 ‘위치’가 변한다라는 뜻이다.

* 운동한 물체와 운동하지 않은 물체
- 운동한 물체 : 시간이 지남에 따라 위치가 변하는 물체임. 예) 자전거
- 운동하지 않은 물체 : 시간이 지남에 따라 위치가 변하지 않는 물체임. 예) 건물, 나무, 도로 표지판 등

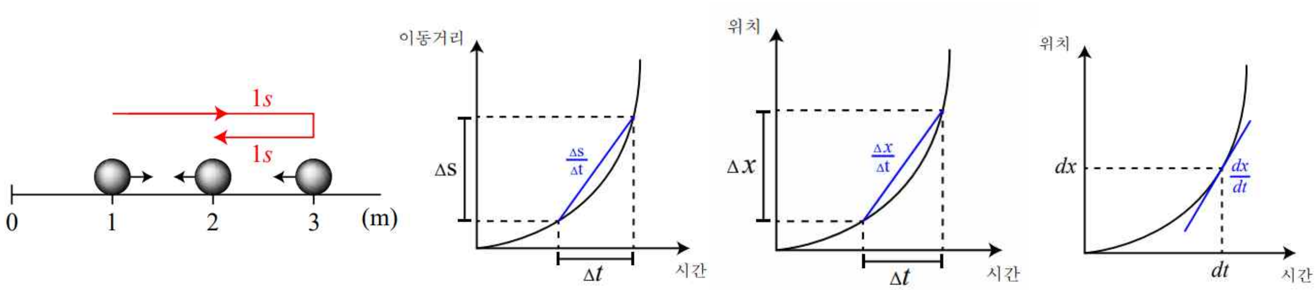
* 속력과 속도
- 속력 : 단위 시간(1초) 동안 이동 거리를 속력이라고 하며, 물체의 빠르기를 나타낸다.
- 속도 : 단위 시간(1초) 동안 변위를 속도라고 하며, 물체의 빠르기와 운동방향을 함께 나타낸다.

* 평균속력과 평균속도
- 평균속력 : 걸린 시간 동안 이동 거리를 속력이라고 하며, 물체의 빠르기를 나타낸다.
- 평균속도 : 걸린 시간 동안 변위를 속도라고 하며, 물체의 빠르기와 운동방향을 함께 나타낸다.

* 순간속력과 순간속도
- 순간속력 : 매우 짧은 시간 동안 이동 거리를 속력이라고 하며, 물체의 빠르기를 나타낸다.
- 순간속도 : 매우 짧은 시간 동안 변위를 속도라고 하며, 물체의 빠르기와 운동방향을 함께 나타낸다.

❸ 속력과 속도(단위 : $[m/s]$)

[운동의 형식]
'운동'은 속도와 속력으로 두 가지 형식으로 볼 수 있다.
➡ t초 동안 어떠한 구간을 움직인 물체의 평균적인 속력, 속도을 나타내는 것을 평균속력, 평균속도라고 한다.
➡ t초일 때 순간적인 속력, 속도를 나타내는 순간속력, 순간속도가 있다. 자동차 계기판을 떠올리면 편하다.



[상황] [평균 속력] [평균 속도] [순간 속도]

(1) 평균 속력

평균 속력 = 총 이동거리/걸린시간 = $v_{avg}=\dfrac{\triangle s}{\triangle t}=\dfrac{2+1}{2}=\dfrac{3}{2}[m/s]$

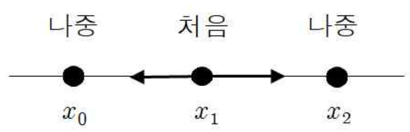
(2) 평균 속도(운동방향이 변하지 않는 경우에만 평균 속력=평균 속도의 크기와 같다.)

평균 속도 = 변한 위치/걸린시간 = $\vec{v}_{avg}=\dfrac{\triangle \vec{x}}{\triangle t}=\dfrac{1}{2}[m/s]$

(3) 순간 속도(운동방향과 상관없이 순간 속력=순간 속도의 크기가 성립한다. 짧은 이동에는 방향은 안변함)

순간 속도 = 위치-시간 그래프에서 한 순간의 접선의 기울기 = $\vec{v}=\dfrac{d\vec{x}}{dt}$

(4)물체의 운동방향



$v=\dfrac{x_0-x_1}{t}<0$ $\quad v=\dfrac{x_2-x_1}{t}>0$

① 물체의 운동방향이란 물체가 현재 어디 방향으로 이동하고 있는지에 대해 물어보는 것이다.
즉, 물체가 오른쪽으로 이동한다면 운동방향은 오른쪽이다.
② 물체가 이동하는 방향은 속도의 방향이다.
즉, 문제에서 물체의 운동방향에 대해서 묻는다면 속도의 부호가 (+)인지, (-)인지 확인하면 된다.
③ 처음($t=0$)의 물체의 운동방향을 (+)로 잡으면 쉽다.
④ 운동방향이 변하는 점은 속도가 0이 되는 점이다.

❹ 등속도 운동

(1) 등속도 운동
말 그대로 속도가 일정한 운동을 말한다.
속도가 일정한 경우에는 동일한 방향, 동일한 속력으로 운동을 한다.
이 말은 직선 상에서 앞으로 등속력으로 운동할 수 밖에 없다라는 이야기가 된다.
따라서 등속도 운동과 등속 직선 운동은 동일한 말이다.

(2) 등속력 운동과의 차이점
등속도 운동은 속력이 같고, 속도의 방향도 항상 일정해야 한다.
반면에 등속력 운동의 경우에는 방향까지 같을 필요는 없다. 등속력 운동의 대표적인 예로는 등속 원운동이 있는데, 이 운동의 경우에는 운동방향이 계속 변하지만, 속력은 일정하다.

(3) 등속력 운동의 범주
속도가 일정하다는 것은 가속도가 0인 상태를 말한다.
이런 논리라면 등속도 운동을 가속도가 0으로 일정한 등가속도 운동의 일종이라고 생각하는 사람이 있을 수도 있는데, 결론적으로 가속도가 0이라면, 등가속도 운동이라고 부르지 않는다.
단지 등속도 운동(등속 직선 운동)이라고 할 뿐이다. 즉, 등속도 운동은 등가속도 운동에 포함되지 않는다.

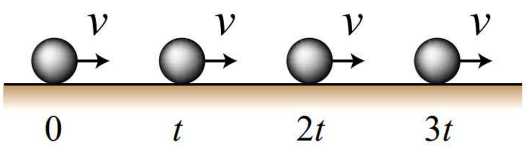
(4) 등속도 운동의 수식

이동거리 = 속력 X 시간

$$\underline{s = vt}$$

(여기서 속력이란 속도의 크기를 의미하고, 직선운동을 하므로 이동거리는 변위의 크기와 같다.)

(5) 등속도 운동의 위치-시간 기록계

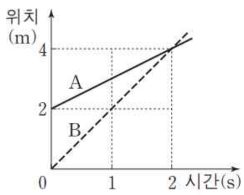


속도가 항상 같으므로, 각 시간 구간 동안 이동한 거리가 같으며, 누적 이동 거리는 누적 시간에 비례한다.

[2016년 6월 4번]

4. 그림은 직선 운동하는 물체 A와 B의 위치를 시간에 따라 나타낸 것이다.

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [3점]



〈보 기〉

ㄱ. 0초에서 1초까지 A의 이동 거리는 2m이다.
ㄴ. 0초에서 2초까지 B의 평균 속력은 2m/s이다.
ㄷ. 1초일 때의 속력은 A가 B보다 크다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

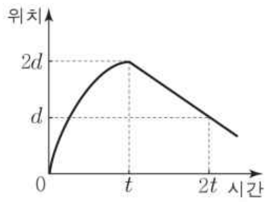
ㄱ. 1m (X)

ㄴ. $v_B = \frac{4}{2} = 2m/s$ (O)

ㄷ. $v_A = \frac{2}{2} = 1m/s$ (X)

[2013년 4월 1번]

1. 그래프는 직선상에서 운동하는 물체의 위치를 시간에 따라 나타낸 것이다.



0부터 $2t$까지 물체의 평균 속력은?

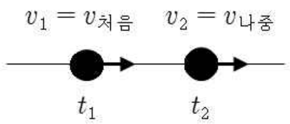
① $\frac{d}{2t}$ ② $\frac{d}{t}$ ③ $\frac{3d}{2t}$ ④ $\frac{2t}{3d}$ ⑤ $\frac{t}{d}$

$v = \frac{\text{이동거리}}{\text{걸린시간}} = \frac{3d}{2t}$

❺ 가속도(단위 : $[m/s^2]$)

'가속도'는 물체의 속도가 얼마나 변화하는지를 나타내는 물리량이다.
그런데 그냥 변화한다고 하면 막연하므로 시간의 제한을 두어, '1초 동안의 변화'를 나타내게 하려면, 앞에서 배운 나눗셈의 의미를 활용하여 아래와 같이 정의할 수 있다.

(1) 평균 가속도

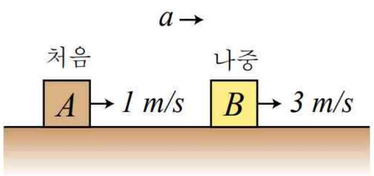


$$가속도 = \frac{속도의\ 변화량}{걸린\ 시간} = \frac{나중속도 - 처음속도}{걸린\ 시간}$$

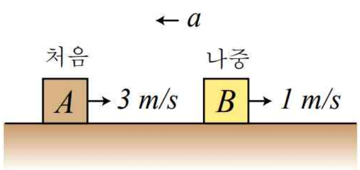
$$\vec{a}_{avg} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

[순간 가속도]
수능 물리1 경우 물체의 운동은 등가속도 직선 운동만 출제가 되고 있다. 따라서 뒤에서 보겠지만, 가속도가 일정하지 않다면 충격량-운동량 공식을 사용하면 되는 것이고, 현재는 가속도가 일정한 상황만 볼 것이므로 평균가속도 = 순간가속도 = 가속도 라고 개념을 정리해도 무방하다.

(2) 가속도의 방향에 따른 속도



[운동방향=가속도방향 → 속력증가]



[운동방향=가속도방향 반대 → 속력감소 후 정지했다가 속력증가]

(3) 가속도와 속도, 위치의 변환

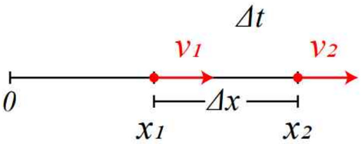
$$위치\ x \underset{적분}{\overset{미분}{\rightleftarrows}} 속도\ v \underset{적분}{\overset{미분}{\rightleftarrows}} 가속도\ a$$

❻ 등가속도 운동

(1) 등가속도 운동

가속도가 일정한 운동을 말한다. 가속도가 일정하면, 속도가 시간에 따라 일정하게 변한다.
또한 속도의 방향과 이동 방향, 가속도 방향이 모두 한 직선 위에 있는 운동이다.

(2) 등가속도 운동의 수식



① 나중 속도 구하기

$a=\dfrac{\triangle v}{t}=\dfrac{v_2-v_1}{t}$

$at=v_2-v_1$

■ 물체의 나중 속도 : $v_2=v_1+at$

[TIP 1 : 문제풀이 방법]

■ 시간 O → 가속도 O → 등공①,②

↳ 가속도 X → 등공④

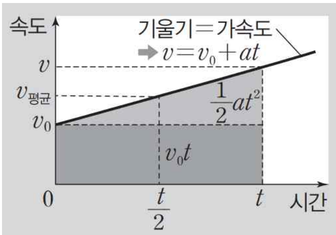
■ 시간 X → 등공③

[TIP 2 : 시간의 내포]

시간을 문제에서 직접적으로 제시를 하지 않더라도 예를들어 "동시에 도착한다"라고 하면 시간이 간접적으로 내포되어 있으므로 ①②번 공식을 써야한다.

② 나중 위치 구하기

$\triangle x=\int_0^t v_2\,dt=\int_0^t (v_1+at)dt=\dfrac{1}{2}at^2+v_1t$



■ 물체가 이동한 거리 = $\triangle x=\dfrac{1}{2}at^2+v_1t$

■ 물체의 나중 위치 = $x_2=\dfrac{1}{2}at^2+v_1t+x_1$

③ $2a\triangle x=v_2^2-v_1^2$

①에서 $v_2=v_1+at$로부터 $t=\dfrac{v_2-v_1}{a}$이다.

②에 대입을 하게되면 $\triangle x=\dfrac{1}{2}a(\dfrac{v_2-v_1}{a})^2+v_1(\dfrac{v_2-v_1}{a})=\dfrac{1}{2}\dfrac{(v_2-v_1)^2}{a}+\dfrac{v_1v_2-v_1^2}{a}=\dfrac{v_2^2-v_1^2}{2a}$

■ 시간이 없는 등가속도 공식 : $2a\triangle x=v_2^2-v_1^2$ ($\triangle x$의 의미는 변위를 의미한다.)

④ 평균 속도

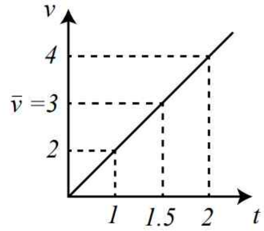
평균 속도의 정의 : $\overline{v}_{12}=\dfrac{\triangle x}{t}$ (등가속도가 아니여도 사용할 수 있음)

$\overline{v_{2,1}}=\dfrac{\triangle x}{t}=\dfrac{\frac{1}{2}at^2+v_1t}{t}=\dfrac{1}{2}at+v_1=\dfrac{1}{2}(v_2-v_1)+v_1=\dfrac{v_1+v_2}{2}$

↳ $v_2=v_1+at$

$\triangle x=\dfrac{v_2^2-v_1^2}{2a}=\dfrac{v_2+v_1}{2}\bullet\dfrac{v_2-v_1}{a}=\overline{v_{2,1}}\bullet\dfrac{at}{a}=\overline{v_{2,1}}\bullet t$

↳③ ↳①



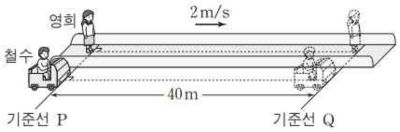
■ 등가속도 운동에서 평균 속도 : $\overline{v_{2,1}}=\dfrac{v_2+v_1}{2}$ (구간 $1s\sim2s$에서의 평균 속도 = $1.5s$에서의 순간 속도)

■ 등가속도 운동에서 평균 속도를 알 때의 이동거리 : $\triangle x=\overline{v_{2,1}}\bullet t$

CASE 1. 등가속도 운동 ①②

[2017년 6월 3번]

3. 그림과 같이 2m/s로 등속도 운동하는 무빙워크 위에 서 있는 영희가 $t=0$일 때 기준선 P를 통과하는 순간 P에 정지해 있던 철수가 등가속도 직선 운동을 시작한다. 이후, 철수와 영희는 P에서 40m 떨어진 기준선 Q를 동시에 통과한다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. 철수의 가속도의 크기는 $0.4\,m/s^2$이다.
ㄴ. $t=0$부터 $t=10$초까지 이동한 거리는 영희가 철수의 2배이다.
ㄷ. $t=10$초일 때, 철수의 속력은 2m/s이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ　④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

STEP 1. 영희

$s=vt$에 의하여 $t=20s$이다.

STEP 2. 철수

$40=\frac{1}{2}at^2 \rightarrow a=0.2m/s^2$

ㄱ. (X)

ㄴ. 영희의 이동거리 : $20m$

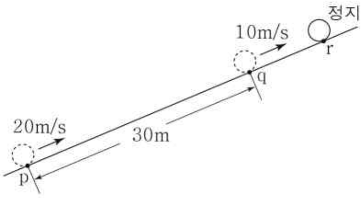
　철수의 이동거리 : $\frac{1}{2}\times 0.2\times 10^2=10m$ (O)

ㄷ. $v=at=0.2\times 10=2m/s$ (O)

CASE 2. 등가속도 운동 ③

[2017년 4월 4번]

4. 그림과 같이 물체가 마찰이 없는 빗면을 따라 점 p를 통과하는 순간부터 점 q를 지나 점 r에 정지하는 순간까지 등가속도 직선 운동을 한다. 물체의 속력은 p, q에서 각각 20m/s, 10m/s이고, p에서 q까지의 거리는 30m이다.



물체의 운동에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

〈보 기〉

ㄱ. p에서 q까지 운동하는 동안, 평균 속력은 15m/s이다.
ㄴ. q에서 가속도의 크기는 $5m/s^2$이다.
ㄷ. q에서 r까지 운동하는 데 걸린 시간은 2초이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

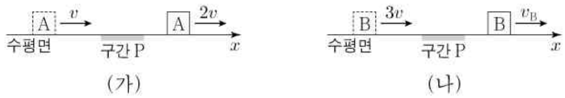
ㄱ. 평균속력은 $15m/s$ (O)

ㄴ. $2as = v_2^2 - v_1^2 \rightarrow a = 5m/s^2$ (O)

ㄷ. 등공1에 의하여 $10 - 5t = 0 \rightarrow t = 2$ (O)

[2023년 수능 9번]

9. 그림 (가)는 $+x$방향으로 속력 v로 등속도 운동하던 물체 A가 구간 P를 지난 후 속력 $2v$로 등속도 운동하는 것을, (나)는 $+x$방향으로 속력 $3v$로 등속도 운동하던 물체 B가 P를 지난 후 속력 v_B로 등속도 운동하는 것을 나타낸 것이다. A, B는 질량이 같고, P에서 같은 크기의 일정한 힘을 $+x$방향으로 받는다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

〈보 기〉

ㄱ. P를 지나는 데 걸리는 시간은 A가 B보다 크다.
ㄴ. 물체가 받은 충격량의 크기는 (가)에서가 (나)에서보다 크다.
ㄷ. $v_B = 4v$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$2as = 4v^2 - v^2 = v_B^2 - 9v^2 \rightarrow v_B = 2\sqrt{3}v = 3.4v$

ㄱ. A는 속도가 느리므로 오래걸림 (O)

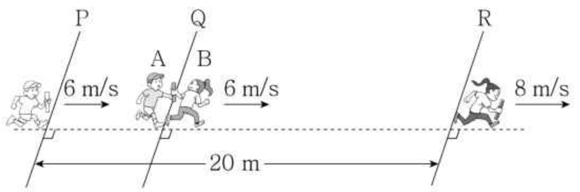
ㄴ. $I = \Delta p$에 의해 (O)

ㄷ. (X)

CASE 3. 등가속도 운동 ④

[2018년 10월 3번]

3. 그림은 학생 A, B가 동일한 직선상에서 이어달리기를 하는 모습을 나타낸 것이다. 기준선 P를 속력 6 m/s로 통과하여 등속도 운동하는 A가 기준선 Q에서 B에게 바통을 넘겨주면, B는 Q부터 기준선 R까지 등가속도 운동한다. Q, R에서 B의 속력은 각각 6 m/s, 8 m/s이다. A가 P를 통과할 때부터 B가 R를 통과할 때까지 걸린 시간은 3초이고 P와 R 사이의 거리는 20 m이다.



Q와 R 사이의 거리는? (단, A, B의 크기는 무시한다.)

① 12 m ② 14 m ③ 15 m ④ 16 m ⑤ 17 m

PQ) 등속도 운동

$L_1 = 6t$

QR) 등가속도 운동

시간 O + 가속도 X → 등공 4

$\frac{6+8}{2}(3-t) = 7(3-t) = L_2$

조건)

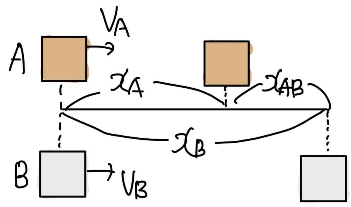
$L_1 + L_2 = 6t + 21 - 7t = 21 - t = 20 \ \rightarrow \ t = 1s$

$\therefore L_2 = 7(3-1) = 14m$

❼ 상대 속도와 상대 가속도

지금까지는 ‘운동’이라고 하면 항상 ‘정지한 관찰자’의 입장에서만 표현했다.
이제 ‘움직이는 관찰자’ 입장에서 표현을 해보자.
고속도로에서 내가 속도가 $100km/h$인 차에 타고 있다.
내가 나를 볼 때는 움직이고는 있지만, 내 눈에는 내 움직임을 인지할 수 없으므로 정지해 있다고 느껴진다.
이때, 뒤에서 속도가 $120km/h$인 슈퍼카가 다가오고 있다.
그러면 내가 볼 때 슈퍼카는 $20km/h$로 다가오는 것처럼 보인다.

[상대 속도의 증명]
STEP 1. A, B의 이동거리
$x_A = v_A t$, $x_B = v_B t$



STEP 2. A가 본 B의 이동거리
$x_{AB} = v_B t - v_A t = (v_B - v_A)t$
$\frac{x_{AB}}{t} = v_{AB} = v_B - v_A$

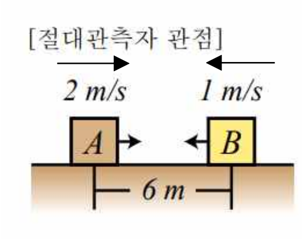
STEP 3. A가 본 B의 속도
$\therefore v_{AB} = v_B - v_A$

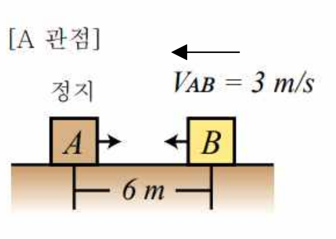
(1) 상대 속도와 상대가속도
① 상대속도
$v_{AB} = v_B - v_A$: A가 봤을 때 B의 속도

② 상대 가속도
$a_{AB} = a_B - a_A$: A가 봤을 때 B의 가속도

그렇다면 상대속도라는 개념을 사용하면 어떤 점이 좋을까?
즉 ‘어떤 경우’에 상대속도라는 개념을 ‘호출’ 해야 할까?
2개 이상의 물체가 움직이고 있는 상황에서 상대속도라는 개념을 사용하면 움직이는 물체의 수가 줄어든다.
즉, 두 물체가 움질일 때 상대속도 개념을 사용하면 관찰자는 정지하고 관찰대상만 움직이게 되어
물체 하나의 운동만 고려해도 된다. (이는 수식이 2개에서 1개로 줄어드는 효과가 있다.)

(2) 등속도 운동의 재해석

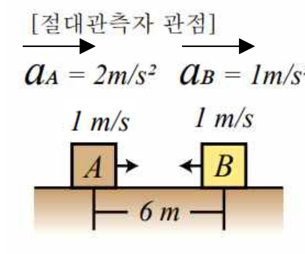


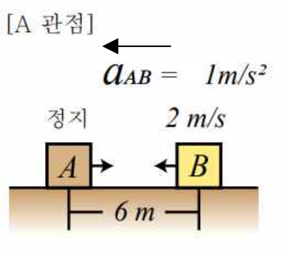


$v_{AB} = 3m/s$

$\therefore 2s$후 충돌한다.

(3) 등가속도 운동의 재해석





등공 ②

$$6 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2 + 2t$$

$$t^2 + 4t - 12 = (t-2)(t+6) = 0$$

$\therefore 2s$후 충돌한다.

[TIP 문제풀이 LOGIC]

1. 하나의 상황일 때 바로 공식 사용하면 됨.

■ 시간 O → 가속도 O → 등공①,②

↳ 가속도 X → 등공④

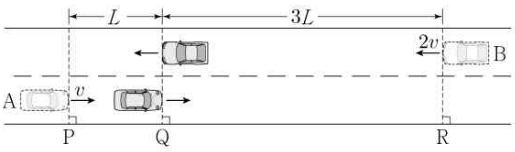
■ 시간 X → 등공③

2. 두 개의 상황일 때 상대개념을 이용하여
한 개의 상황으로 바꿔주자.

CASE 1. 등가속도 운동 ①②

[2021년 6월 12번] 오답률 49.8

12. 그림과 같이 등가속도 직선 운동을 하는 자동차 A, B가 기준선 P, R를 각각 v, $2v$의 속력으로 동시에 지난 후, 기준선 Q를 동시에 지난다. P에서 Q까지 A의 이동 거리는 L이고, R에서 Q까지 B의 이동 거리는 $3L$이다. A, B의 가속도의 크기와 방향은 서로 같다.



A의 가속도의 크기는? [3점]

① $\frac{3v^2}{16L}$ ② $\frac{3v^2}{8L}$ ③ $\frac{3v^2}{4L}$ ④ $\frac{9v^2}{8L}$ ⑤ $\frac{4v^2}{3L}$

STEP1. 공식을 사용하려면 가속도의 방향을 알아야 한다.
i) A,B의 가속도를 $a=0$이라 둔다
ii) 시간에 대하여 비교 → $t_A=1,\ t_B=1.5$
iii) 동시에 Q에 도달해야 하므로 가속도의 방향은 왼쪽이다.

STEP 2. 공식사용 전 생각.
i) 시간에 대해 있으므로 등공 1,2번을 쓴다.
ii) 하지만 문제에서 거리만 제시해 줬으므로 등공 2번을 쓴다.

STEP 3. 두 물체의 합성
i) A의 정보
등공 2 : $L=vt-\frac{1}{2}at^2$

ii) 상대속도
서로 가속도가 같으므로 A입장에서 보면, $4L=3vt=4vt-2at^2$ → $a=\frac{v}{2t}=\frac{3}{8}\frac{v^2}{L}$

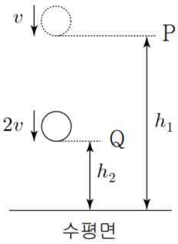
↳ $t=\frac{4L}{3v}$

CASE 2. 등가속도 운동 ③

[2019년 6월 16번] 고2

16. 그림은 연직 아래로 낙하하는 물체가 수평면으로부터 높이가 h_1인 기준선 P를 속력 v로, 높이가 h_2인 기준선 Q를 속력 $2v$로 통과하는 모습을 나타낸 것이다.

$h_1 - h_2$ 는? (단, 중력 가속도는 g 이고, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.) [3점]



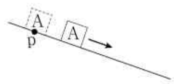
① $\frac{v^2}{2g}$　② $\frac{v^2}{g}$　③ $\frac{3v^2}{2g}$　④ $\frac{2v^2}{g}$　⑤ $\frac{5v^2}{2g}$

시간이 없으므로 등가속도 공식 3을 사용하자.
이때 $\triangle x$의 의미는 변위이므로 이를 착안하여
한번에 사용하자.

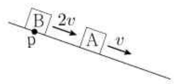
$$2g(h_1 - h_2) = 4v^2 - v^2$$

$$\therefore h_1 - h_2 = \frac{3v^2}{2g}$$

14. 그림 (가)는 빗면의 점 p에 가만히 놓은 물체 A가 등가속도 운동하는 것을, (나)는 (가)에서 A의 속력이 v가 되는 순간, 빗면을 내려오던 물체 B가 p를 속력 $2v$로 지나는 것을 나타낸 것이다. 이후 A, B는 각각 속력 v_A, v_B로 만난다.



(가)



(나)

$\frac{v_B}{v_A}$ 는? (단, 물체의 크기, 모든 마찰은 무시한다.)

① $\frac{5}{4}$　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{5}{3}$　⑤ $\frac{7}{4}$

(가)

$$2as = v^2 \rightarrow 2a(vt) = v^2 \rightarrow at = \frac{v}{2t}$$

(나)

AB) $s = vt$

A) $v_A = v + at = \frac{3}{2}v$

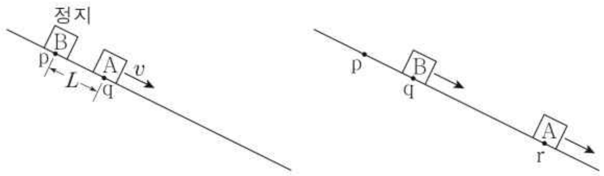
B) $v_B = 2v + at = \frac{5}{2}v$

$$\therefore \frac{v_B}{v_A} = \frac{5}{3}$$

CASE 3. 등가속도 운동 ④

[2021년 4월 18번] 오답률 63.6

18. 그림 (가)와 같이 마찰이 없는 빗면에서 가만히 놓은 물체 A가 점 p를 지나 점 q를 v의 속력으로 통과하는 순간, 물체 B를 p에 가만히 놓았다. p와 q 사이의 거리는 L이고, A가 p에서 q까지 운동하는 동안 A의 평균 속력은 $\frac{4}{5}v$이다. 그림 (나)는 (가)의 A, B가 운동하여 B가 q를 지나는 순간 A가 점 r를 지나는 모습을 나타낸 것이다.

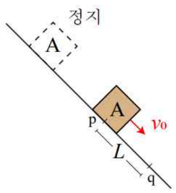


(가) (나)

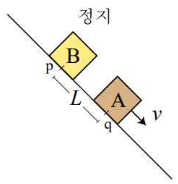
q와 r 사이의 거리는? (단, 물체의 크기, 공기 저항은 무시한다.)

① $\frac{5}{2}L$ ② $3L$ ③ $\frac{7}{2}L$ ④ $4L$ ⑤ $\frac{9}{2}L$

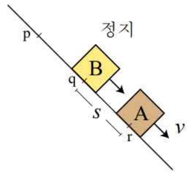
[사건 1]



[사건 2]



[사건 3]



STEP 1. 조건분석

$\frac{v_0+v}{2}=\frac{4}{5}v \rightarrow v_0=\frac{3}{5}v$

STEP 2. 상대속도

$\triangle x = s-L = vt$

STEP 3. B가 Q에 도달할 때 걸린 시간

i) 시간에 대해 물어봤고, 가속도를 모른다. 이는 평균속도를 써야하는데, 나중속도를 모른다.

ii) A의 자취를 B가 따라가므로 시간이 제약이 없다. 이를 이용해서 해결해보자.

A) $2aL = v^2 - \frac{9}{25}v^2 = \frac{16}{25}v^2$

B) $2aL = (v')^2 \rightarrow v' = \frac{4}{5}v$ (사실 다음 챕터에서 배울 $\triangle x \propto \triangle(v^2)$을 알면 바로 구할 수 있다.)

iii) $\frac{\frac{4}{5}v+0}{2}t = L \rightarrow t=\frac{5}{2}\frac{L}{v}$

STEP 4. 결론

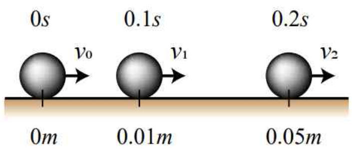
$\therefore s-L=\frac{5}{2}L \rightarrow s=\frac{7}{2}L$

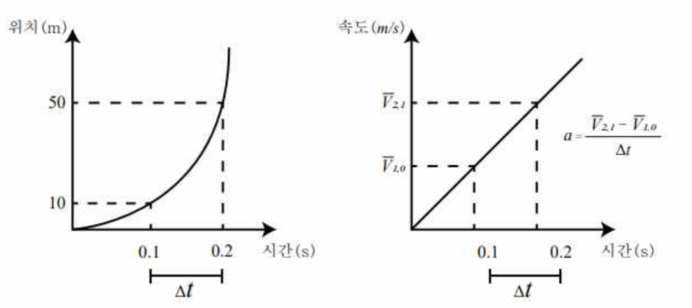
❽ 등가속도 운동의 활용

(1) 다중 섬광 사진의 계산

공이 v의 속도로 점 P를 통과할 때 P에서 관측한 운동이 표이다.

시간(s)	0	0.1	0.2
위치(cm)	0	1	5





STEP 1. 평균 속도의 정의

$\overline{v_{1,0}} = \frac{0.01}{0.1} = 0.1m/s \qquad \overline{v_{2,1}} = \frac{0.05-0.01}{0.1} = 0.4m/s$

STEP 2. 평균 가속도의 정의

$\overline{a} = \frac{\overline{v_{2,1}} - \overline{v_{1,0}}}{\triangle t} = \frac{0.4-0.1}{0.1} = 3m/s^2$

$s = \frac{1}{2}at^2 + vt + x_0 = \frac{3}{2}t^2 + vt + x_0$

STEP 3. 초기 보정

$s(0)=0$, $s(0.1)=0.01$을 대입하면

$0.01 = \frac{3}{2}(0.1)^2 + v(0.1) \rightarrow 2 = 3 + 20v \rightarrow v = -\frac{1}{20}m/s$

STEP 4. 결론

■ $\underline{s = \frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{20}t}$

(머리아프게 이리저리 꼬아서 생각하지 말고, 정의에 입각해서 확실하게 접근하자.)

[2019년 6월 6번]

6. 다음은 물체의 운동을 분석하기 위한 실험이다.

[실험 과정]

(가) 그림과 같이 빗면에서 직선 운동하는 수레를 디지털 카메라로 동영상 촬영한다.

(나) 동영상 분석 프로그램을 이용하여 수레의 한 지점 P가 기준선을 통과하는 순간부터 0.1초 간격으로 P의 위치를 기록한다.

[실험 결과]

시간(초)	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
위치(cm)	0	6	14	24	㉠	50

○ 수레는 가속도의 크기가 $\boxed{㉡}$인 등가속도 직선 운동을 하였다.

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. ㉠은 36이다.

ㄴ. ㉡은 $2m/s^2$이다.

ㄷ. P가 기준선을 통과하는 순간의 속력은 0.4m/s이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

STEP 1. 평균속도

$v_1 = \dfrac{0.06-0}{0.1} = 0.6m/s\,,\quad v_2 = \dfrac{0.14-0.06}{0.1} = 0.08m/s$

STEP 2. 가속도

$a = \dfrac{0.8-0.6}{0.1} = 2m/s^2$

STEP 3. 초기속도

$0.06 = \dfrac{1}{2}\times 2\times (0.1)^2 + v_0\times 0.1$

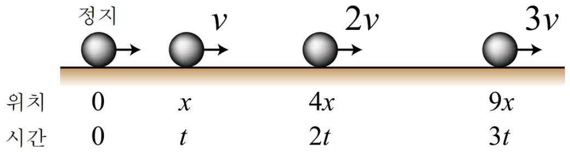
$6 = 1 + 10v_0 \;\rightarrow\; v_0 = 0.5m/s$

ㄱ. $\dfrac{1}{2}\times 2\times (0.4)^2 + 0.5\times 0.4 = 0.16 + 0.2 = 0.36m$ (O)

ㄴ. $a = 2m/s^2$ (O)

ㄷ. $v_0 = 0.5m/s$ (X)

(2) 비율을 이용한 SKILL (단, 처음 속도는 0이여야 한다.)



① 속도에 대한 정리

■ $\triangle v \propto \triangle t$

$v_1 = at_1 + v$, $v_2 = at_2 + v$

$v_2 - v_1 = a(t_2 - t_1)$

$\triangle v \propto \triangle t$

② 변위에 대한 정리

■ $\triangle x \propto \triangle (v^2)$

$2a(x_2 - x_1) = v_2^2 - v_1^2$,

$\triangle x \propto \triangle (v^2)$

■ $\triangle x \propto \triangle (t^2)$ (단, 초기속력 $v = 0$)

$x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + vt_1$, $x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + vt_2$

$x_2 - x_1 = \frac{1}{2}a(t_2^2 - t_1^2)$

$\triangle x \propto \triangle (t^2)$

사실 공식 자체에 제약이 없다면 매우 좋겠지만, 불행하게도 제약이 생겨야 옆의 특성을 만족한다. 속도와 변위에 대한 정리는 유용하므로 알 고있도록 하고, 가속도의 비교에 대한 정리는 굳이 암기하지 않아도 좋다.
수능에서는 실수를 하지 않고, 한번에 해결하는게 가장 좋은 해결 방법이다.

③ 가속도에 대한 정리

■ $a_1 : a_2 = \triangle v_1 : \triangle v_2$ (시간이 같을 때 사용)

$\triangle v_1 : \triangle v_2 = a_1 t : a_2 t$

$\triangle v_1 : \triangle v_2 = a_1 : a_2$

■ $a_1 : a_2 = s_1 : s_2$ (단, 초기속력 0, 시간이 같을 때 사용)

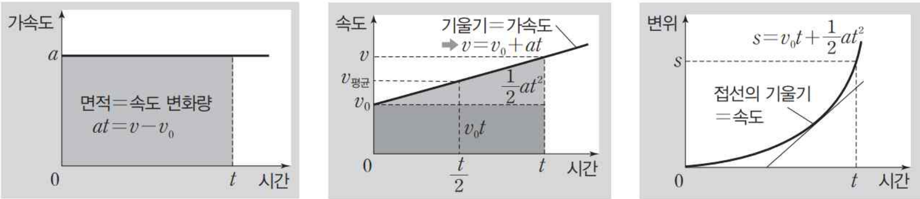
$s_1 : s_2 = \frac{1}{2}a_1 t^2 : \frac{1}{2}a_2 t^2$

$s_1 : s_2 = a_1 : a_2$

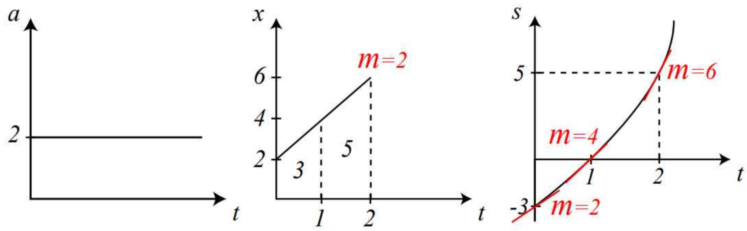
■ $a_1 : a_2 = t_2^2 : t_1^2$ (단, 초기속력 0, 이동거리가 같을 때 사용)

$s = \frac{1}{2}a_1 t_1^2$, $s = \frac{1}{2}a_1 t_2^2$

(3) 등가속도 운동에서 그래프가 제시될 때의 이해

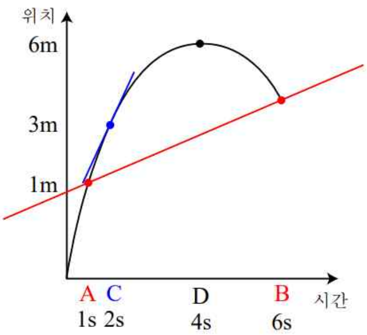


가속도-시간 그래프　　속도-시간 그래프　　변위-시간 그래프



[$a-t$그래프]	[$v-t$그래프]	[$s-t$그래프]
기울기 : 의미X	기울기 : 가속도	기울기 : 속도
면적 : 속도 변화량	면적 : 변위	면적 : 의미X

[정리] 위치-시간 그래프의 해석



특징 1. 위치-시간 그래프는 속도가 음수가 되면 꺽일 수도 있다.

특징 2. 평균속력 : $\bar{v}=\dfrac{이동거리}{걸린시간}=\dfrac{(x_D-x_A)+(x_D-x_B)}{t_B-t_A}=\dfrac{5m+3m}{5s}=\dfrac{8}{5}[m/s]$

특징 3. 평균속도 : $\bar{v}=\dfrac{변위}{걸린시간}=\dfrac{끝점-시작점}{걸린시간}=+\dfrac{x_B-x_A}{t_B-t_A}=+\dfrac{2m}{5s}=+\dfrac{2}{5}[m/s]$

특징 4. 운동방향 : <u>속도의 부호가 변하면</u> 운동방향이 변한다.

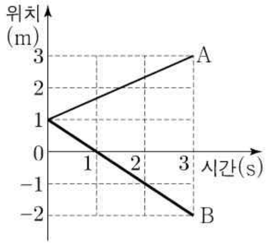
특징 5. 가속도 : <u>접선의 기울기가 어떻게 변하는지</u> 확인한다.

CASE 1. 위치-시간 그래프

[2021년 9월 7번]

7. 그림은 동일 직선상에서 운동하는 물체 A, B의 위치를 시간에 따라 나타낸 것이다.

A, B의 운동에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



<보 기>

ㄱ. 1초일 때, B의 운동 방향이 바뀐다.
ㄴ. 2초일 때, 속도의 크기는 A가 B보다 작다.
ㄷ. 0초부터 3초까지 이동한 거리는 A가 B보다 작다.

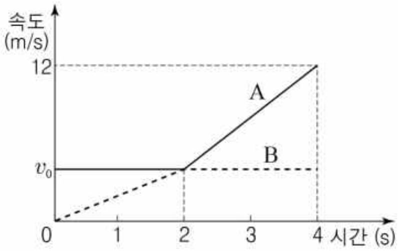
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. (X)
ㄴ. (O)
ㄷ. (O)

CASE 2. 속도-시간 그래프

[2019년 7월 3번]

3. 그림은 직선 운동하는 물체 A, B의 속도를 시간에 따라 나타낸 것이다. A의 처음 속도는 v_0 이다. 0에서 4초까지 이동한 거리는 A가 B의 2배이다.



3초일 때 A의 가속도의 크기와 1초일 때 B의 가속도의 크기를 각각 a_A, a_B 라 할 때, $a_A : a_B$ 는?

① 2 : 1 ② 3 : 1 ③ 3 : 2 ④ 5 : 2 ⑤ 7 : 5

STEP 1. 변위와 이동거리의 관계

속도의 방향이 변하지 않으므로 변위는 이동거리와 동일하다.

STEP 2. 그래프의 이해

변위는 밑면적을 의미한다.

$s_A = 4v_0 + (12 - v_0) = 12 + 3v_0$

$s_B = 4v_0 - v_0 = 3v_0$

STEP 3. 조건 사용

$s_A = 2s_B$

$12 + 3v_0 = 6v_0$

$v_0 = 4$

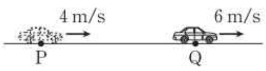
STEP 4.

$a_A : a_B = \frac{12-4}{2} : \frac{4}{2} = 2 : 1$

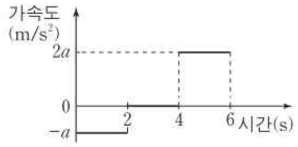
CASE 3. 가속도-시간 그래프

[2018년 6월 3번]

3. 그림 (가)는 직선 운동을 하는 자동차의 모습을 나타낸 것이며, 0초일 때 점 P에서 자동차의 속력은 4m/s이고, 6초일 때 점 Q에서 자동차의 속력은 6m/s이다. 그림 (나)는 자동차의 가속도를 시간에 따라 나타낸 것이다.



(가)



(나)

자동차의 운동에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

〈보 기〉

ㄱ. 1초일 때 가속도의 크기는 1m/s^{2}이다.
ㄴ. 3초일 때 속력은 2m/s이다.
ㄷ. 0초부터 6초까지 평균 속력은 3m/s이다.

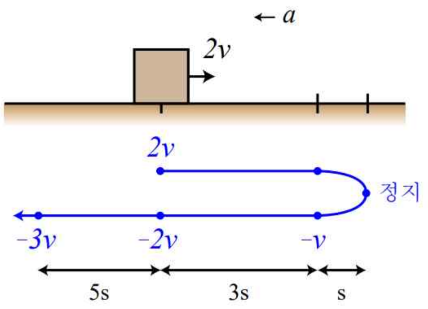
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. $t=6$ ： $4-2a+4a=6 \rightarrow a=1m/s^2$ (O)
ㄴ. $t=3$ ： $4-2=v \rightarrow v=2m/s$ (O)
ㄷ. 평균속력 $v=\dfrac{\text{이동거리}}{\text{걸린시간}}=\dfrac{18}{6}=3m/s$ (O)

(4) 운동의 대칭성

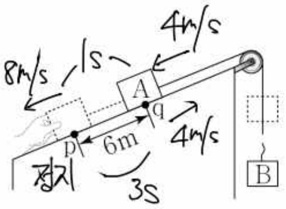
등가속도 운동에서 방향이 변한다라는 것은 영상으로 녹화한 후, 되감기하여 거꾸로 재생한 것과 동일하다고 이해하면 편하다.

이것을 이해하는 방법은 1. $v-t$그래프 그려보기 2. 역학적 에너지 보존을 사용하면 이해할 수 있는데,
처음 에너지가 보존되므로 다시 되돌아 올 때도 속도의 방향은 반대지만 속력은 그대로이다.



[2022년 7월 3번] 오답률 73.4

3. 그림과 같이 물체 A, B를 실로 연결하고 빗면의 점 p에서 A를 잡고 있다가 가만히 놓았더니 A, B가 등가속도 운동을 하다가 A가 점 q를 지나는 순간 실이 끊어졌다. 이후 A는 등가속도 직선 운동을 하여 다시 p를 지난다. A가 p에서 q까지 6 m 이동하는 데 걸린 시간은 3초이고, q에서 p까지 6 m 이동하는 데 걸린 시간은 1초이다. A와 B의 질량은 각각 m_A, m_B이다.



$\frac{m_A}{m_B}$는? (단, 중력 가속도는 $10\,m/s^2$이고, 실의 질량, A와 B의 크기, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.) [3점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{13}{10}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

STEP 1. pq (A,B 연결)
시간이 나와있고, 가속도가 나와있지 않으므로 평균속도를 사용하자.

$$\frac{0+v}{2}3=6 \ \rightarrow \ v=4m/s$$

STEP 2. qp (A)
<u>A는 운동의 대칭성의 성질에 의하여 $-4m/s$의 속력으로 q에 다시 도달한다.</u>
시간이 나와있고, 가속도가 나와있지 않으므로 평균속도를 사용하자.

$$\frac{v'+4}{2}1=6 \ \rightarrow \ v'=8m/s$$

STEP 3. 가속도
실끊 전) $a_1=\frac{4}{3}=\frac{m_Bg-m_Ag\sin\theta}{m_A+m_B}=\frac{10m_B-4m_A}{m_A+m_B} \ \rightarrow \ \frac{m_A}{m_B}=\frac{13}{8}$

실끈 후) $a_2=\frac{8-4}{1}=4=g\sin\theta$