

## ① 지수함수와 로그함수 tip

### 1. $y=mx$ 와 지수, 로그 함수의 교점 좌표 구하기(기하학적 접근)

지수, 로그 함수 문제를 일차 함수와 엮어 출제하면 많은 학생들이 문제 해결에 당혹스러움을 겪습니다. 예컨대,  $y = a^x$ ,  $y = \log_a x$ ,  $y = mx$  라는 그래프들이 문제에 제시되고 교점의 좌표를 구해야만 하는 경우가 있습니다. 이 때,  $a^x = mx$ ,  $\log_a x = mx$ 와 같이 지수, 로그 함수를 일차함수와 연립하여 풀려는 학생들이 많은데, 이 두 식은 고교 과정 내에서 해를 구할 수 없으며 문제 또한 이 방법을 요구하는 것은 아닙니다. → **대수적 접근으로 해결 X**

그렇다면 이 경우에 생각해 낼 수 있는 방법은 지수 함수와 로그 함수 간의 관계를 파악하는 것입니다. 지수 함수와 로그 함수의 밑이 같을 때, 두 함수는 원점을 기준으로 90도 회전 이동한 그래프이거나  $y = x$  그래프를 기준으로 대칭 이동한 그래프(역함수 관계)로 나타납니다. 이를 정리해보면

- a)  $y = a^x, y = \log_a x$  그래프는  $y = x$  그래프에 대칭인 역함수 관계!
- b)  $y = a^x$  그래프를 원점을 기준으로 90도 회전이동 시키면  $y = -\log_a x$  그래프!

특히 여기서 **b)**의 경우, 지수함수와  $y = mx$ 의 교점A, 원점O, 점A를 원점 기준으로 90도 회전 이동시킨 점B(로그함수와  $y = -\frac{1}{m}x$ 의 교점)는 직각 이등변 삼각형 OAB를 이루므로 직각 삼각형의 성질과 원점을 지나는 일차 함수 그래프의 기울기(m)를 이용하면 교점A의 좌표를 기하학적 관점에서 구할 수 있게 됩니다.

### 2. ㄱ, ㄴ, ㄷ형 보기 문제

ㄱ, ㄴ, ㄷ형 보기 문제는 개편 수능 이후로 14번 문항에서 주로 출제되는 문항입니다. 22학년도 이후의 평가원 문항을 보면 대체로 수2에서 다항함수의 그래프의 미분, 적분 또는 극한을 소재로 한 문항들이 출제됩니다. 그러나 21학년도 이전의 ㄱ, ㄴ, ㄷ형 문항은 지수, 로그함수의 대소 비교를 통한 부등식 선지들이 지배적으로 출제되었습니다. 안 짚고 넘어갈 수 없는 중요한 유형으로 문제에서 물어보는 부등식의 형태에 따라 해결방법을 정리해 보았습니다.

지수, 로그 함수의 ㄱ, ㄴ, ㄷ 보기에 교점의 x, y좌표와 상수 간의 대소 관계 or 기울기의 크기를 비교하는 부등식을 주로 제시합니다. 예를 들어, **교점 좌표의 대소 비교 부등식**의 유형에서 ' $x_1$ 이 두 그래프의 교점이라고 할 때,  $x_1 < 1$ 이다'라는 보기가 있다고 해봅시다. 이 때, 우리는  $x = 1$ 직선을 기준으로 보기의 진위여부를 판단 가능합니다. **기울기의 크기를 비교하는 부등식**의 유형에서는 제시된 교점끼리 연결하거나 원점과 교점을 연결하여 기울기의 대소 비교를 통해 보기의 부등식의 진위 여부를 판단 가능합니다. 이를 수식으로 정리해보면,

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} > k \text{ 꼴로 보기의 식이 제시되었다면, } \text{교점끼리 연결하여 해결하는 것!}$$