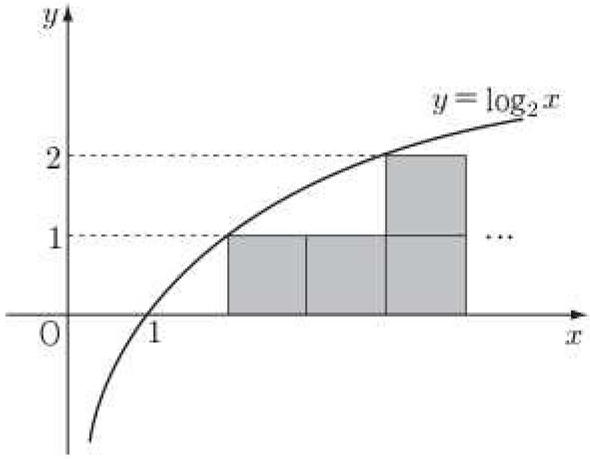
7. 그림과 같이 $y=\log_2 x$, $x=30$, $y=0$으로 둘러싸인 영역에 한 변의 길이가 1인 정사각형을 서로 겹치지 않게 그리려고 한다. 이 때, 그릴 수 있는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 최대 개수를 구하시오. (단, 정사각형의 각 변은 x축, y축에 평행하다.)

[4점][2007년 5월]



(2007년 5월 나형 25번)

7.

[출제의도] 로그함수의 성질을 이용하여 정사각형의 개수 세기

$1 \leqq x \leqq 2$일 때 정사각형은 0(개)

$2 \leqq x \leqq 4$일 때 정사각형의 개수는 $2 \times 1 = 2$(개)

$4 \leqq x \leqq 8$일 때 정사각형의 개수는 $4 \times 2 = 8$(개)

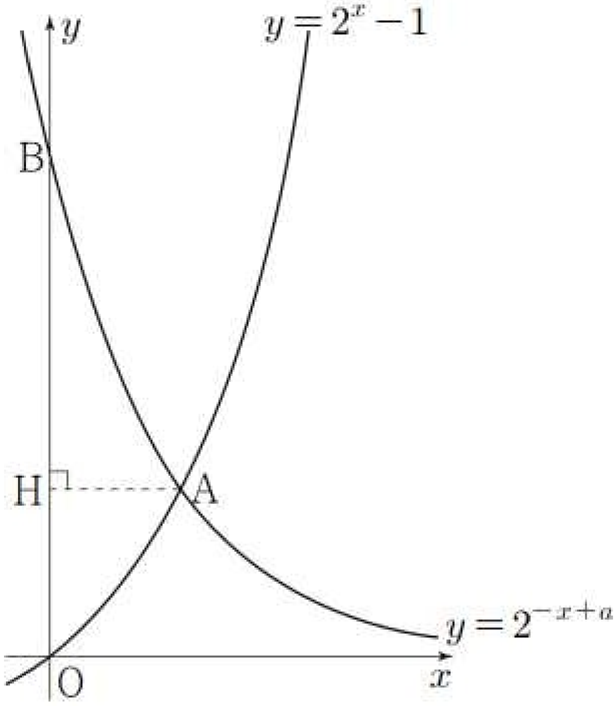
$8 \leqq x \leqq 16$일 때 정사각형의 개수는 $8 \times 3 = 24$(개)

$16 \leqq x \leqq 30$일 때 정사각형의 개수는 $14 \times 4 = 56$(개)

따라서 최대 정사각형의 개수는

$2 + 8 + 24 + 56 = 90$(개)이다.

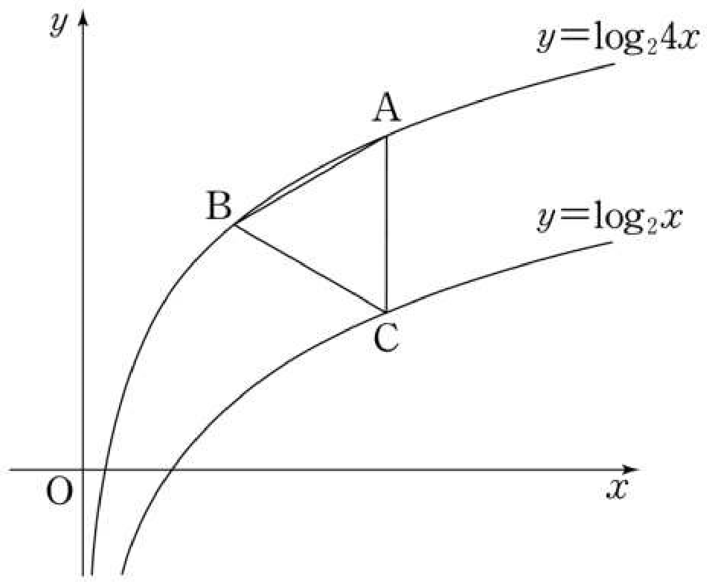
20. 그림과 같이 두 곡선 $y=2^{-x+a}$, $y=2^{x}-1$이 만나는 점을 A, 곡선 $y=2^{-x+a}$이 y축과 만나는 점을 B라 하자. 점 A에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{\mathrm{OB}}=3\times\overline{\mathrm{OH}}$이다. 상수 a의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① 2 ② $\log_2 5$ ③ $\log_2 6$ ④ $\log_2 7$ ⑤ 3

(2022년 4월 9번)

22. 함수 $y=\log_2 4x$의 그래프 위의 두 점 A, B와 함수 $y=\log_2 x$의 그래프 위의 점 C에 대하여, 선분 AC가 y축에 평행하고 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 점 B의 좌표는 $(p,\ q)$이다. $p^2 \times 2^q$의 값은? [4점]



① $6\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$ ④ $15\sqrt{3}$ ⑤ $18\sqrt{3}$

(2011학년도 9월 나형 15번)

22. 선분 AC가 y축에 평행하므로
두 점 A, C의 좌표를 각각
$A(t,\ \log_2 4t)$, $B(t,\ \log_2 t)$ $(t>1)$라고 하면

$$\overline{AB}=\log_2 4t-\log_2 t=\log_2\frac{4t}{t}=2$$

선분 AC의 중점을 M이라 하면 삼각형 ABC
가 정삼각형이므로

$$\overline{BM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2=\sqrt{3}$$

따라서 점 B의 좌표는
$B(t-\sqrt{3},\ \log_2 4(t-\sqrt{3}))$ 이고

$$\overline{AB}=\sqrt{(t-\sqrt{3}-t)^2+\{\log_2 4(t-\sqrt{3})-\log_2 4t\}^2}$$

$$=\sqrt{3+\left\{\log_2\frac{(t-\sqrt{3})}{t}\right\}^2}=2$$

이므로 $\log_2\frac{(t-\sqrt{3})}{t}=\pm 1$이다.

그런데 $t>1$이므로 $\frac{t-\sqrt{3}}{t}<1$

따라서 $\log_2\frac{(t-\sqrt{3})}{t}=-1$ 이고

$$\frac{(t-\sqrt{3})}{t}=\frac{1}{2},\ 2(t-\sqrt{3})=t$$

$\therefore\ t=2\sqrt{3}$

이 때 점 B의 좌표는 $B(\sqrt{3},\ \log_2 4\sqrt{3})$이므로

$p=\sqrt{3},\ q=\log_2 4\sqrt{3}$

$$\therefore\ p^2\times 2^q=(\sqrt{3})^2\times 2^{\log_2 4\sqrt{3}}$$

$$=3\times 4\sqrt{3}=12\sqrt{3}$$

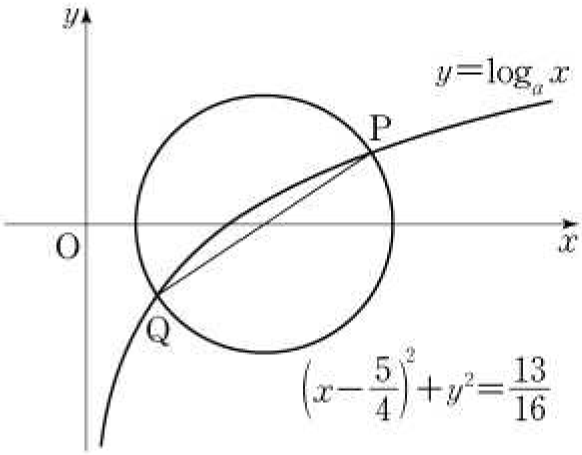
답 ③

23. $a>1$ 인 실수 a 에 대하여 곡선 $y=\log_a x$ 와

원 $C : \left(x-\frac{5}{4}\right)^2+y^2=\frac{13}{16}$ 의 두 교점을 P, Q 라 하자.

선분 PQ 가 원 C 의 지름일 때, a 의 값은? [4점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

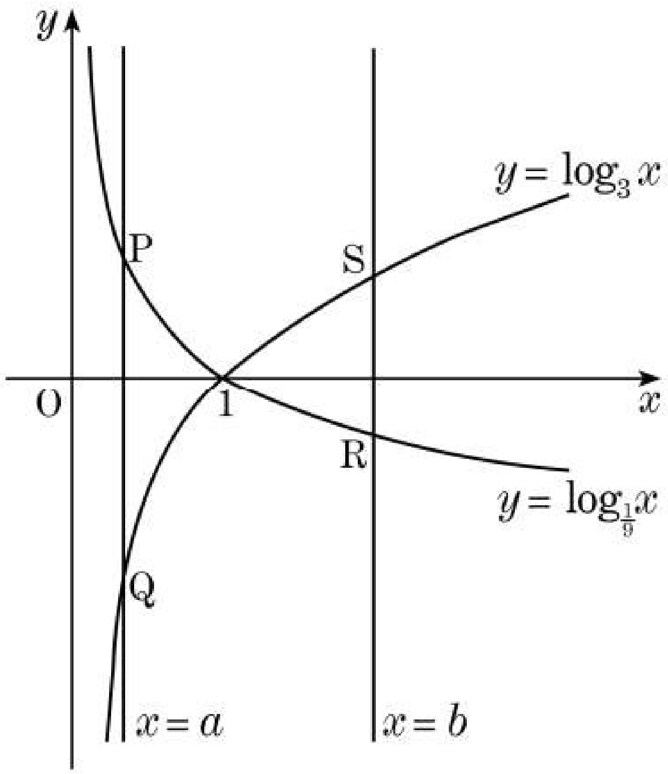


(2018학년도 9월 가형 16번)

29. 좌표평면에서 직선 $x=a\,(0<a<1)$가 두 곡선 $y=\log_{\frac{1}{9}}x$, $y=\log_3 x$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 직선 $x=b\,(b>1)$가 두 곡선 $y=\log_{\frac{1}{9}}x$, $y=\log_3 x$와 만나는 점을 각각 R, S라 하자. 네 점 P, Q, R, S는 다음 조건을 만족시킨다.

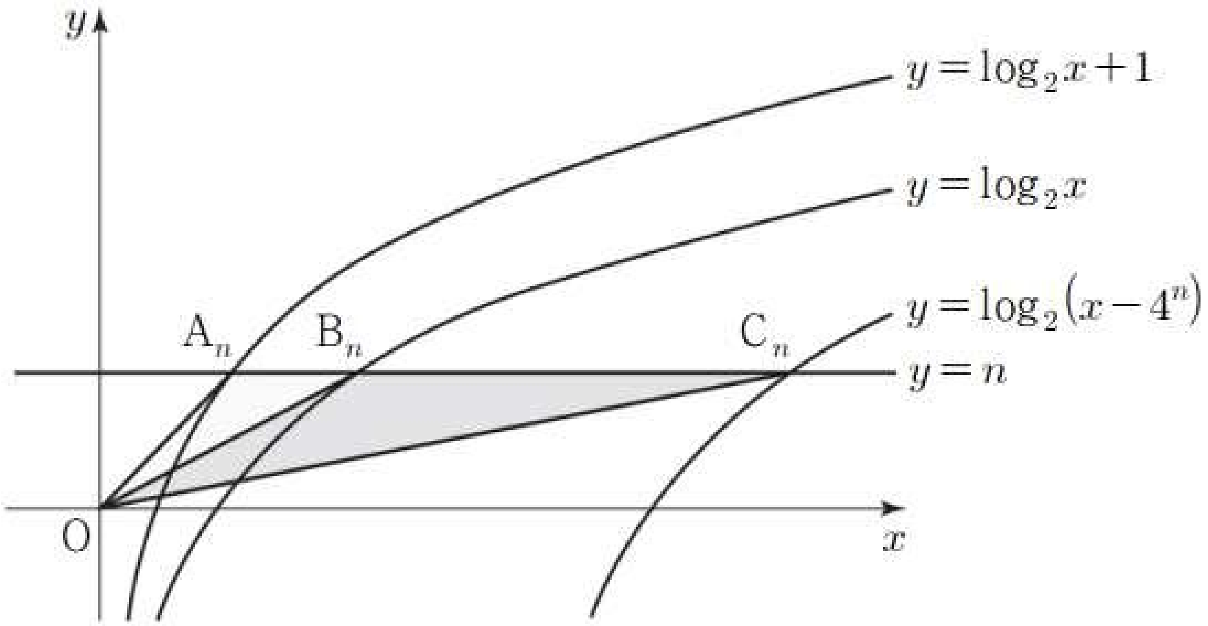
(가) $\overline{\mathrm{PQ}} : \overline{\mathrm{SR}} = 2 : 1$
(나) 선분 PR의 중점의 x좌표는 $\frac{9}{8}$이다.

두 상수 a, b에 대하여 $40(b-a)$의 값을 구하시오. [4점]



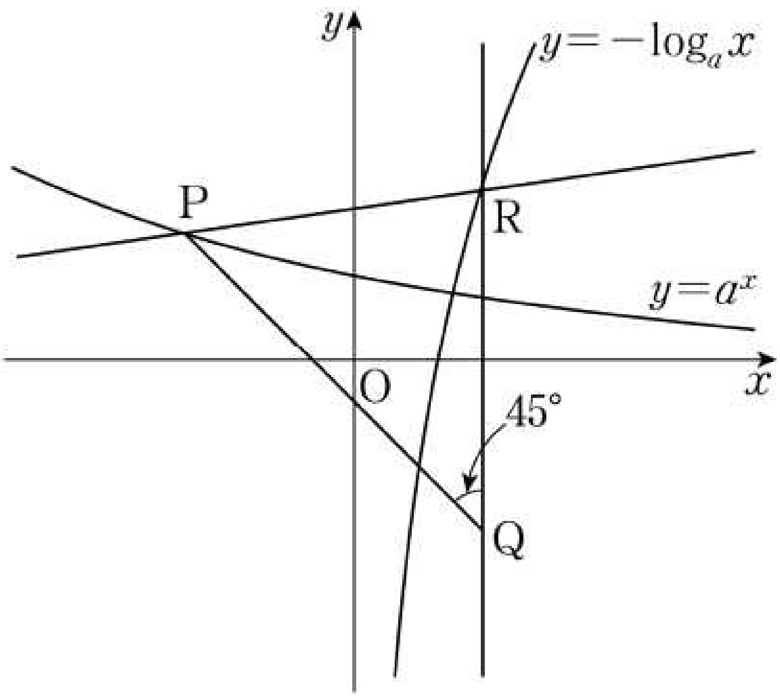
(2014년 3월 A형 28번)

37. 자연수 n에 대하여 그림과 같이 세 곡선 $y=\log_2 x+1$, $y=\log_2 x$, $y=\log_2(x-4^n)$이 직선 $y=n$과 만나는 세 점을 각각 A_n, B_n, C_n이라 하자. 두 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{OB}_n$, $\mathrm{B}_n\mathrm{OC}_n$의 넓이를 각각 S_n, T_n이라 할 때, $\dfrac{T_n}{S_n}=64$를 만족시키는 n의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



(2015년 4월 A형 27번)

46. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y=a^x(0<a<1)$ 위의 점 P가 제2사분면에 있다. 점 P를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 점 Q와 곡선 $y=-\log_a x$ 위의 점 R에 대하여 $\angle PQR=45°$이다. $\overline{PR}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$이고 직선 PR의 기울기가 $\frac{1}{7}$일 때, 상수 a의 값은? [4점]



① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

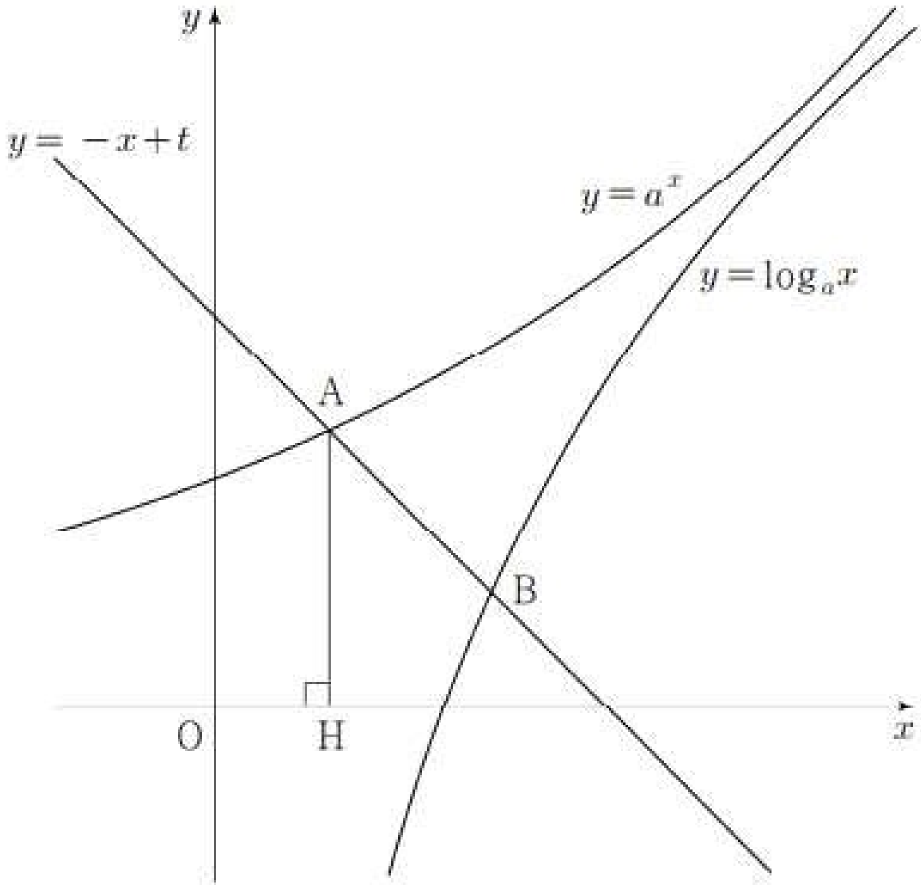
(2020년 10월 가형 15번)

47. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, t에 대하여 직선 $y=-x+t$가 두 곡선 $y=a^x$, $y=\log_a x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 세 점 A, B, H는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{\mathrm{OH}} : \overline{\mathrm{AB}} = 1 : 2$

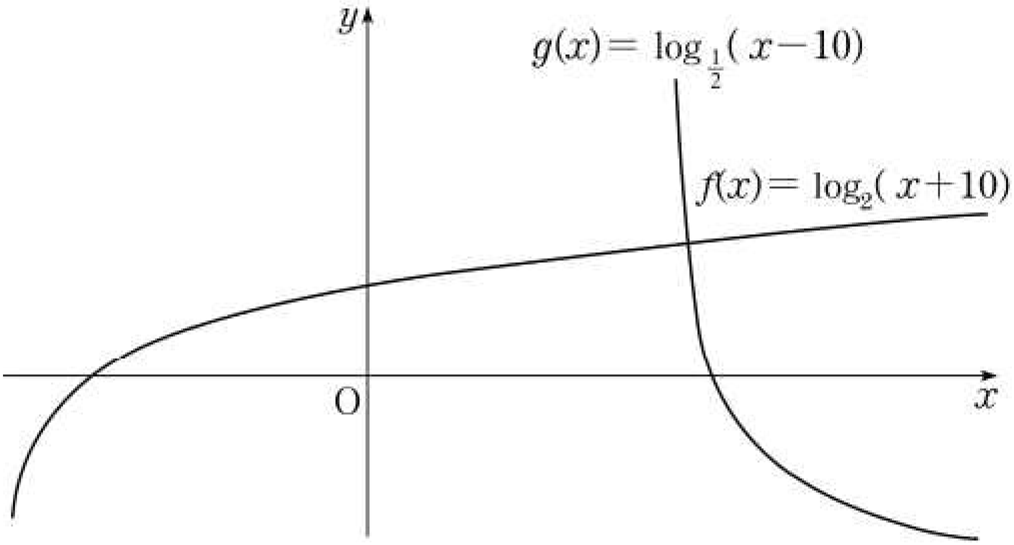
(나) 삼각형 AOB의 외접원의 반지름의 길이는 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이다.

$200(t-a)$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



(2020년 9월 고2 29번)

57. 두 함수 $f(x)=\log_2(x+10)$, $g(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x-10)$의 그래프가 그림과 같다.

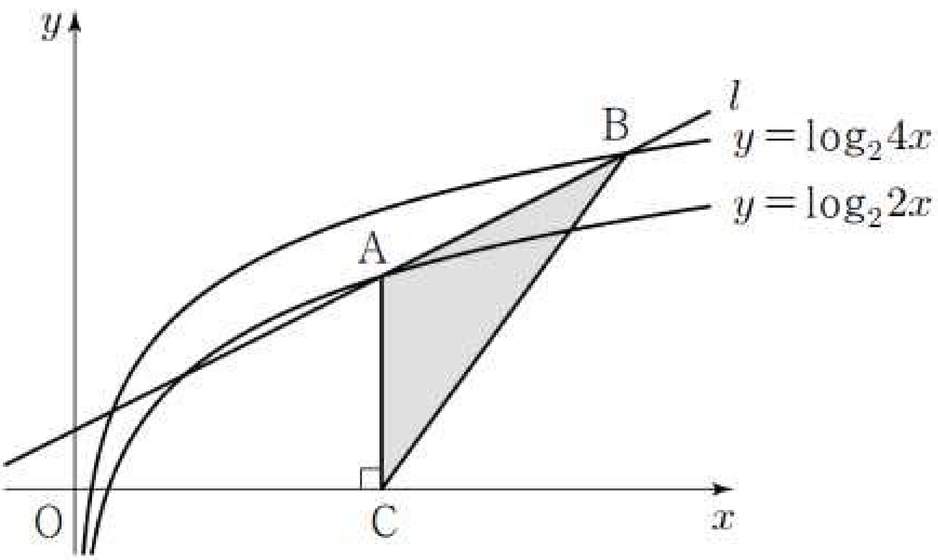


구간 $(10, \infty)$에서 정의된 함수 $y=|f(x)-g(x)|$는 $x=p$일 때 최솟값을 갖는다. p^2의 값을 구하시오. [4점]

(2014년 10월 A형 26번)

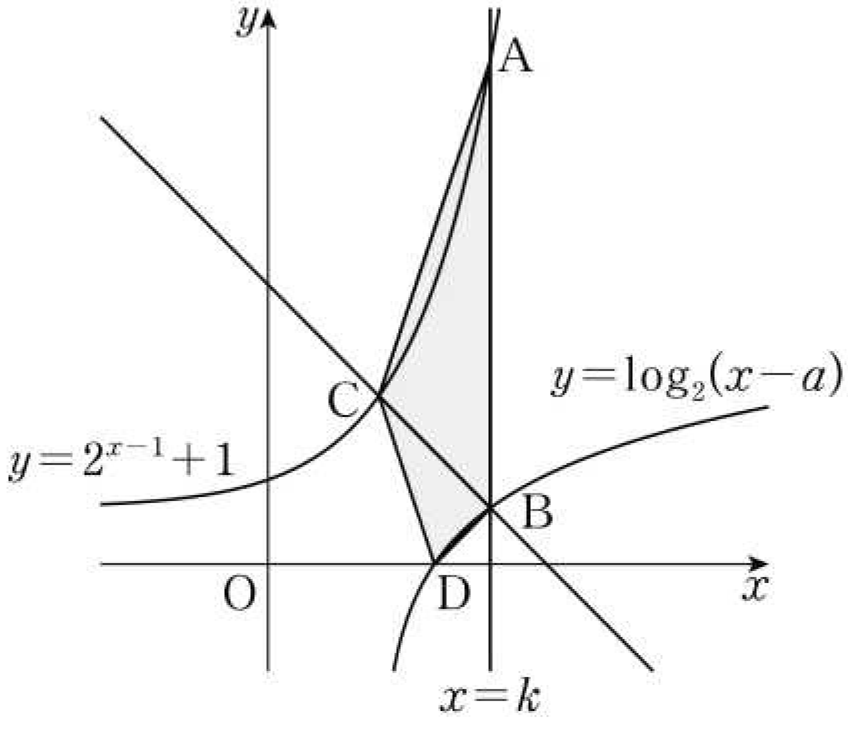
59. 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 2x$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 A 라 하고, 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 4x$ 와 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 B 라 하자. $\overline{\mathrm{AB}} = 2\sqrt{5}$ 일 때, 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발 C 에 대하여 삼각형 ACB 의 넓이는? [4점]

① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{23}{4}$ ⑤ 6



(2022년 7월 11번)

60. 그림과 같이 두 상수 a, k에 대하여 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=2^{x-1}+1$, $y=\log_2(x-a)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=2^{x-1}+1$과 만나는 점을 C라 하자.
$\overline{\mathrm{AB}}=8$, $\overline{\mathrm{BC}}=2\sqrt{2}$일 때, 곡선 $y=\log_2(x-a)$가 x축과 만나는 점 D에 대하여 사각형 ACDB의 넓이는? (단, $0<a<k$) [4점]



① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

(2022년 3월 11번)