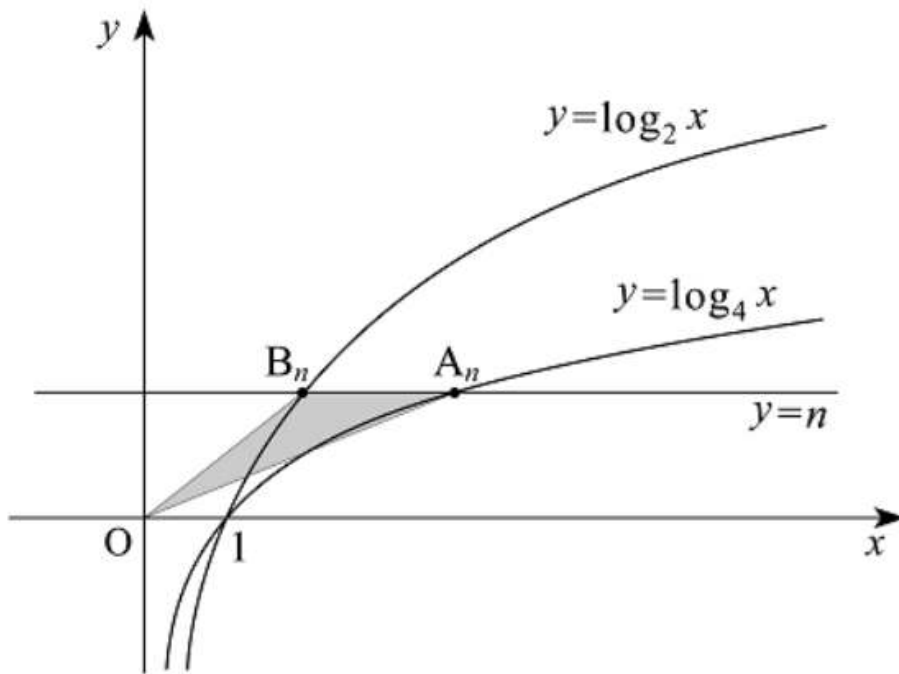


1. 자연수 n 에 대하여 두 함수 $y = \log_4 x$, $y = \log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y = n$ 의 교점을 각각 A_n, B_n 이라 하자. 삼각형 OA_nB_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1}}{S_n}$ 의 값은? [4점]



① 2

② 3

③ 4

④ 6

⑤ 8

(2007년 10월 나형 29번)

1. [출제의도] 수열의 극한을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\log_4 x = n$ 에서 $A_n(4^n, n)$, $\log_2 x = n$ 에서 $B_n(2^n, n)$

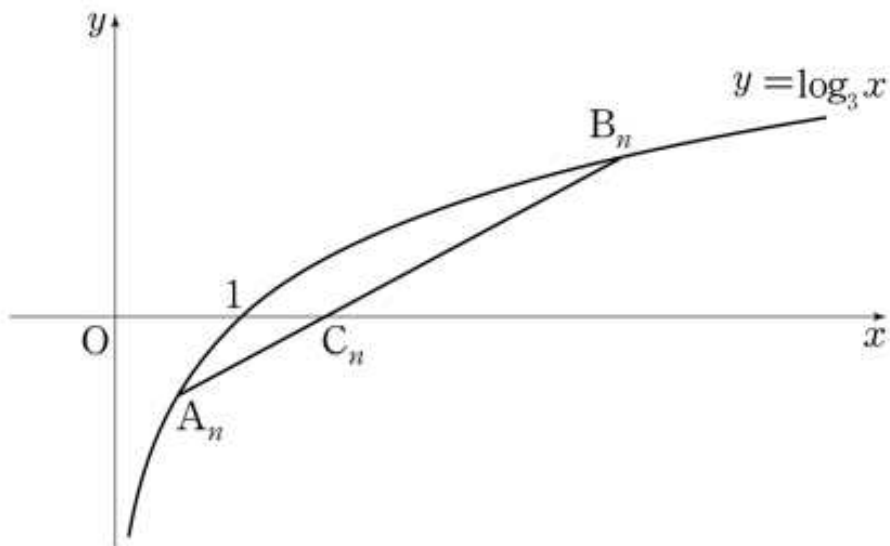
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1}}{S_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2}(n+1)(4^{n+1} - 2^{n+1})}{\frac{1}{2}n(4^n - 2^n)} = 4$$

2. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 x 좌표가 $\frac{1}{n}$ 인 점을 A_n 이라 하자. 그래프 위의 점 B_n 과 x 축 위의 점 C_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 C_n 은 선분 $A_n B_n$ 과 x 축의 교점이다.
 (나) $\overline{A_n C_n} : \overline{C_n B_n} = 1 : 2$

점 C_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1



(2013학년도 9월 나형 15번)

2. 출제의도 : 로그방정식을 풀 수 있고 수열의 극한값을 구할 수 있는가?

A_n 의 x 좌표가 $\frac{1}{n}$ 이므로

$$A_n\left(\frac{1}{n}, \log_3 \frac{1}{n}\right)$$

한편, B_n 의 좌표를 $(b_n, \log_3 b_n)$ 이라 하면 점 C_n 은 선분 $A_n B_n$ 을 1 : 2로 내분하는 점이므로

$$C_n\left(\frac{b_n + 2 \times \frac{1}{n}}{1+2}, \frac{\log_3 b_n + 2 \log_3 \frac{1}{n}}{1+2}\right)$$

즉,

$$C_n\left(\frac{b_n + \frac{2}{n}}{3}, \frac{\log_3 b_n + 2 \log_3 \frac{1}{n}}{3}\right)$$

이때, 점 C_n 의 y 좌표가 0이므로

$$\log_3 b_n + 2 \log_3 \frac{1}{n} = 0$$

$$\log_3 b_n = \log_3 n^2$$

$$\therefore b_n = n^2$$

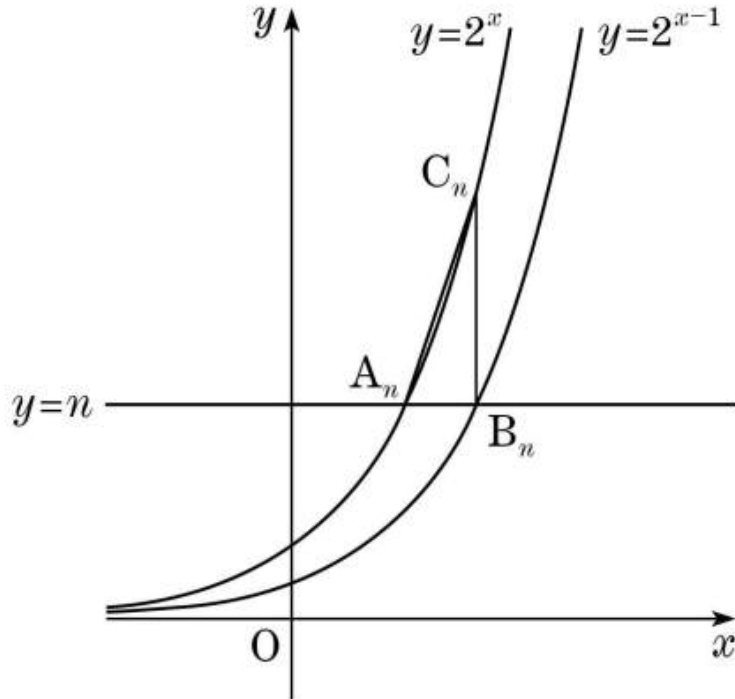
따라서,

$$x_n = \frac{b_n + \frac{2}{n}}{3} = \frac{n^2 + \frac{2}{n}}{3} = \frac{n^3 + 2}{3n}$$

이므로

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^2} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2}{3n^3} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{n^3}}{3} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

3. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=n$ 이 두 곡선 $y=2^x$, $y=2^{x-1}$ 과 만나는 점을 각각 A_n , B_n 이라 하자. 또, 점 B_n 을 지나고 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 C_n 이라 하자.



선분 A_nC_n 의 길이를 $f(n)$, 선분 B_nC_n 의 길이를 $g(n)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n \{f(n) - g(n)\}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

(2013년 3월 A형 11번)

3. [출제의도] 지수함수의 그래프를 이용하여 수열의 극한에 대한 문제를 해결한다.

점 A_n 이 곡선 $y=2^x$ 위에 있으므로 $A_n(\log_2 n, n)$ 이다. 점 B_n 의 좌표를 (b_n, n) 이라 하면 점 B_n 이 곡선 $y=2^{x-1}$ 위의 점이므로 $2^{b_n-1} = n$ 이다.

$$b_n - 1 = \log_2 n, \quad b_n = 1 + \log_2 n = \log_2 2n$$

$$\therefore B_n(\log_2 2n, n)$$

또, 점 C_n 이 곡선 $y=2^x$ 위에 있으므로

$$C_n(\log_2 2n, 2n)$$

따라서 $\overline{A_n B_n} = 1$, $\overline{B_n C_n} = 2n - n = n$ 이므로

$$\overline{A_n C_n} = \sqrt{n^2 + 1} \text{ 이다.}$$

$$\therefore f(n) = \sqrt{n^2 + 1}, \quad g(n) = n$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} n\{f(n) - g(n)\}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - n)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(\sqrt{n^2 + 1} - n)(\sqrt{n^2 + 1} + n)}{(\sqrt{n^2 + 1} + n)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1} + n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} + 1}$$

$$= \frac{1}{2}$$

4. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x-2)}{g(x)+2}$ 의 값은?

[4점]

① $(\ln 2)^2$

② $\ln 2$

③ 1

④ $\frac{1}{\ln 2}$

⑤ $\frac{1}{(\ln 2)^2}$

(2013년 11월 B형 14번)

4. [출제의도] 지수함수와 로그함수의 극한 이해하기

$f(x) = \log_2(x+3)$ 의 역함수는 $g(x) = 2^x - 3$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x-2)}{g(x)+2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(x+1)}{2^x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(x+1)}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2^x - 1} \\ &= \frac{1}{\ln 2} \times \frac{1}{\ln 2} = \frac{1}{(\ln 2)^2}\end{aligned}$$

따라서 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x-2)}{g(x)+2} = \frac{1}{(\ln 2)^2}$

5. 세 양수 a, b, c 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^a \ln \left(b + \frac{c}{x^2} \right) = 2$$

일 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

(2011학년도 6월 가형 29번)

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^a = \infty$ 이므로 주어진 등식이 성립하려면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(b + \frac{c}{x^2} \right) = 0 \text{ 이어야 한다.}$$

따라서 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(b + \frac{c}{x^2} \right) = 1$ 이어야 하므로

$$b = 1$$

이때,

$$\text{(주어진 식)} = \lim_{x \rightarrow \infty} cx^{a-2} \ln \left(1 + \frac{c}{x^2} \right)^{\frac{x^2}{c}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} cx^{a-2} = 2$$

이어야 하므로

$$a - 2 = 0, \quad c = 2$$

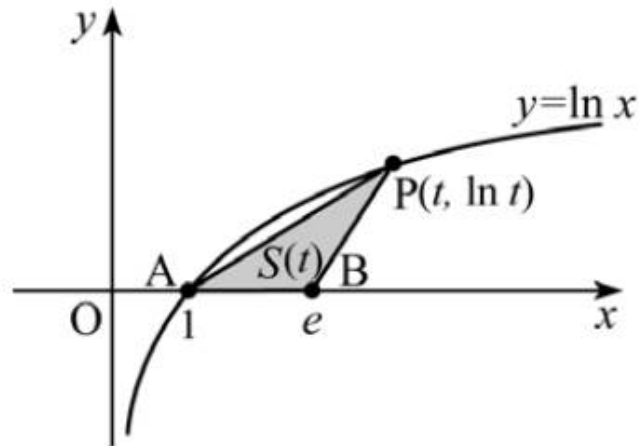
이어야 한다.

$$\therefore a = 2, \quad c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 1 + 2 = 5$$

답 ①

6. 곡선 $y = \ln x$ 위를 움직이는 점 $P(t, \ln t)$ 와 두 점 $A(1, 0)$, $B(e, 0)$ 에 대하여 삼각형 PAB 의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1+0} \frac{S(t)}{t-1}$ 의 값은?(단, e 는 자연로그의 밑) [4점]



- ① $e-1$
- ② $2(e-1)$
- ③ $\frac{e-1}{2}$
- ④ $\frac{e-1}{2e}$
- ⑤ $\frac{e(e-1)}{2}$

(2005년 10월 가형 29번)

6. [출제의도] 초월함수의 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\triangle PAB$ 의 넓이 $S = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \ln t = \frac{1}{2}(e-1)\ln t$ 이므로

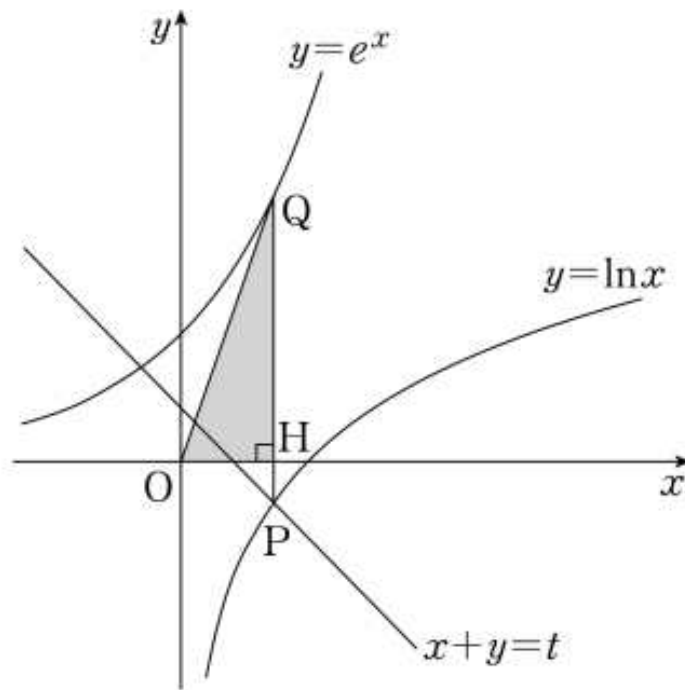
$$\lim_{t \rightarrow 1+0} \frac{S}{t-1} = \lim_{t \rightarrow 1+0} \frac{(e-1)\ln t}{2(t-1)} = \frac{e-1}{2} \lim_{t \rightarrow 1+0} \frac{\ln t}{t-1}$$

$$= \frac{e-1}{2} \times 1 \quad (\because \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\ln t}{t-1} = 1)$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow 1+0} \frac{S}{t-1} = \frac{e-1}{2}$$

7. $t < 1$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \ln x$ 와 직선 $x + y = t$ 가 만나는 점을 P 라 하자. 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H , 직선 PH 와 곡선 $y = e^x$ 이 만나는 점을 Q 라 할 때, 삼각형 OHQ 의 넓이를 $S(t)$ 라 하자. $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{2S(t) - 1}{t}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $e - 1$ ③ 2 ④ e ⑤ 3



(2017년 10월 가형 17번)

7. [출제의도] 지수함수를 이용하여 극한값을 추측한다.

점 P의 좌표를 $(a, \ln a)$ ($a > 0$)라 하면 점 Q의 좌표는 (a, e^a)

점 P는 직선 $x + y = t$ 위의 점이므로 $a + \ln a = t$

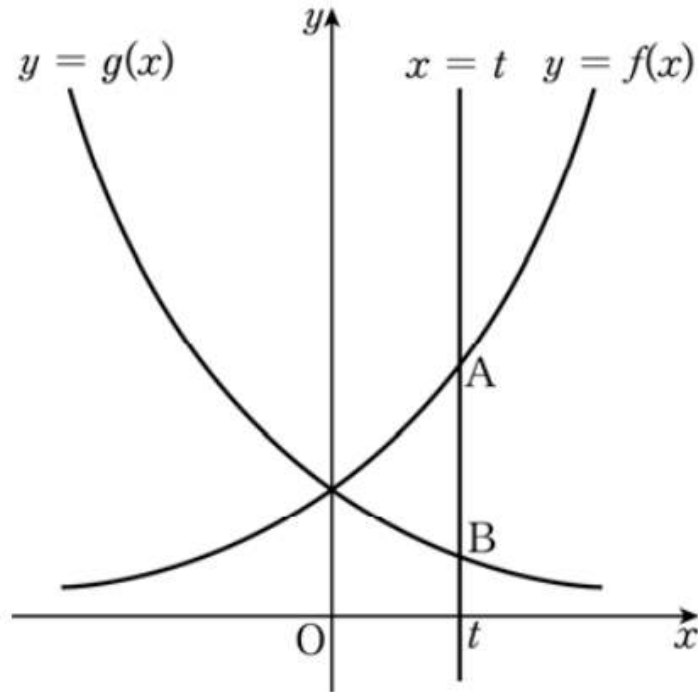
$\ln ae^a = t$ 이므로 $ae^a = e^t$

그러므로 삼각형 OHQ의 넓이 $S(t)$ 는

$$S(t) = \frac{1}{2} \times \overline{OH} \times \overline{HQ} = \frac{1}{2} \times a \times e^a = \frac{1}{2} ae^a = \frac{1}{2} e^t$$

따라서
$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{2S(t) - 1}{t} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{2 \times \frac{1}{2} e^t - 1}{t} = 1$$

8. 좌표평면에 두 함수 $f(x) = 2^x$ 의 그래프와 $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프가 있다. 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 가 직선 $x = t$ ($t > 0$)과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



점 A에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{AB}}{\overline{AH}}$ 의

값은? [4점]

- ① $2\ln 2$ ② $\frac{7}{4}\ln 2$ ③ $\frac{3}{2}\ln 2$ ④ $\frac{5}{4}\ln 2$ ⑤ $\ln 2$

(2016년 3월 가형 14번)

8. [출제의도] 선분의 길이를 이용하여 지수함수의 극한값을 구한다.

$A(t, 2^t)$, $B\left(t, \left(\frac{1}{2}\right)^t\right)$, $H(0, 2^t)$ 에서

$\overline{AH} = t$ 이고, $\overline{AB} = 2^t - \left(\frac{1}{2}\right)^t$ 이므로

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{AB}}{\overline{AH}} &= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{2^t - \left(\frac{1}{2}\right)^t}{t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{2^t - 1}{t} - \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^t - 1}{t} \right\} \\ &= \ln 2 - \ln \frac{1}{2} = 2 \ln 2 \end{aligned}$$

[참고]

$a > 0$ 일 때, $a^t - 1 = s$ 로 놓으면

$$a^t = s + 1 \text{ 이므로 } t = \frac{\ln(s+1)}{\ln a} \quad (a \neq 1)$$

$t \rightarrow 0$ 일 때, $s \rightarrow 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{a^t - 1}{t} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \ln a}{\ln(s+1)} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\ln a}{\frac{\ln(s+1)}{s}} = \ln a \end{aligned}$$

9. $a > e$ 인 실수 a 에 대하여

두 곡선 $y = e^{x-1}$ 과 $y = a^x$ 이 만나는 점의 x 좌표를 $f(a)$ 라 할 때,

$\lim_{a \rightarrow e^+} \frac{1}{(e-a)f(a)}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{1}{e^2}$

② $\frac{1}{e}$

③ 1

④ e

⑤ e^2

(2016년 4월 가형 17번)

9. [출제의도] 지수함수와 로그함수의 극한 추론하기

두 곡선 $y=e^{x-1}$ 과 $y=a^x$ 이 만나는 점의 x 좌표는 방정식 $e^{x-1}=a^x$ 의 해이다.

$$\text{양변에 } \frac{e}{a^x} \text{를 곱하면 } \left(\frac{e}{a}\right)^x = e$$

$$x = \frac{1}{\ln \frac{e}{a}} \text{이므로 } f(a) = \frac{1}{\ln \frac{e}{a}}$$

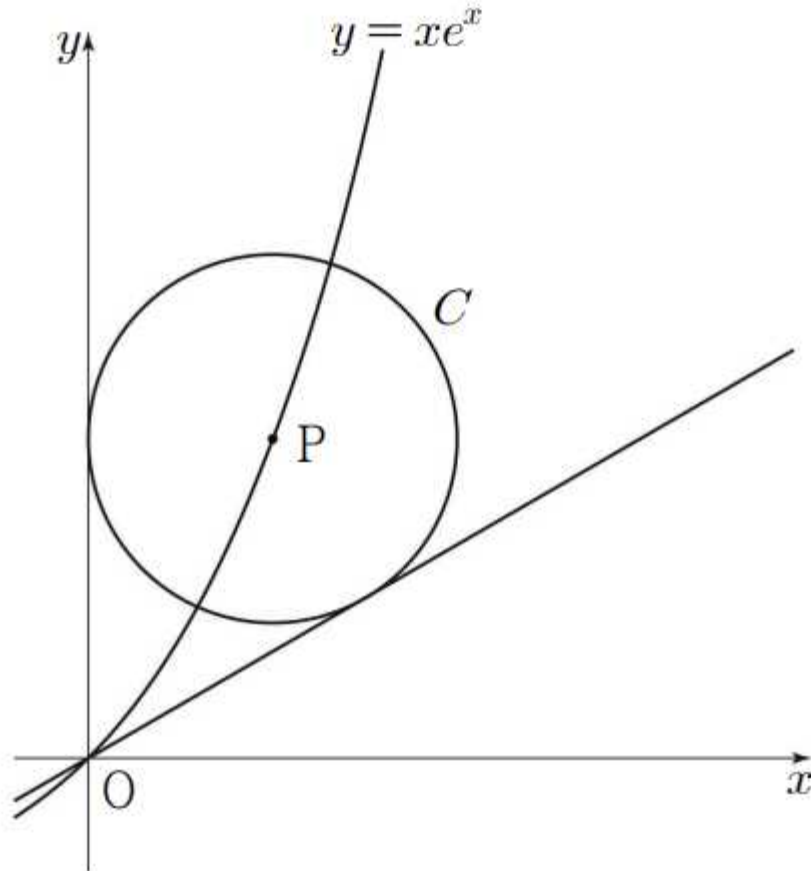
$a-e=t$ 라 하면 $a=t+e$ 이고,

$a \rightarrow e+$ 일 때 $t \rightarrow 0+$ 이므로

$$\begin{aligned} \lim_{a \rightarrow e+} \frac{1}{(e-a)f(a)} &= \lim_{a \rightarrow e+} \frac{\ln \frac{e}{a}}{(e-a)} = \lim_{t \rightarrow 0+} \frac{\ln \frac{e}{t+e}}{-t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0+} \ln \left(1 + \frac{t}{e}\right)^{\frac{1}{t}} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0+} \ln \left\{ \left(1 + \frac{t}{e}\right)^{\frac{e}{t}} \right\}^{\frac{1}{e}} = \frac{1}{e} \end{aligned}$$

10. 그림과 같이 곡선 $y = xe^x$ 위의 점 $P(t, te^t)$ ($t > 0$)을 중심으로 하고 y 축에 접하는 원을 C 라 하자.
 원 C 의 반지름의 길이를 $r(t)$, 원점 O 를 지나고 원 C 에 접하는 직선 중에서 y 축이 아닌 직선의 기울기를 $m(t)$ 라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{4r(t) - e^t \times m(t)}{t}$ 의 값을 구하시오. [4점]



(2017년 11월 가형 28번)

10. [출제의도] 지수함수의 극한을 활용하여

문제해결하기

$r(t) = t$ 이고, 원점 O 를 지나는 원 C 의

접선의 방정식은 $y = m(t)x$

점 P 에서 접선까지의 거리는 원 C 의 반지름의 길이와 같으므로

$$t = \frac{|t \times m(t) - te^t|}{\sqrt{\{m(t)\}^2 + 1}}$$

$$|m(t) - e^t| = \sqrt{\{m(t)\}^2 + 1}$$

$$\{m(t) - e^t\}^2 = \{m(t)\}^2 + 1$$

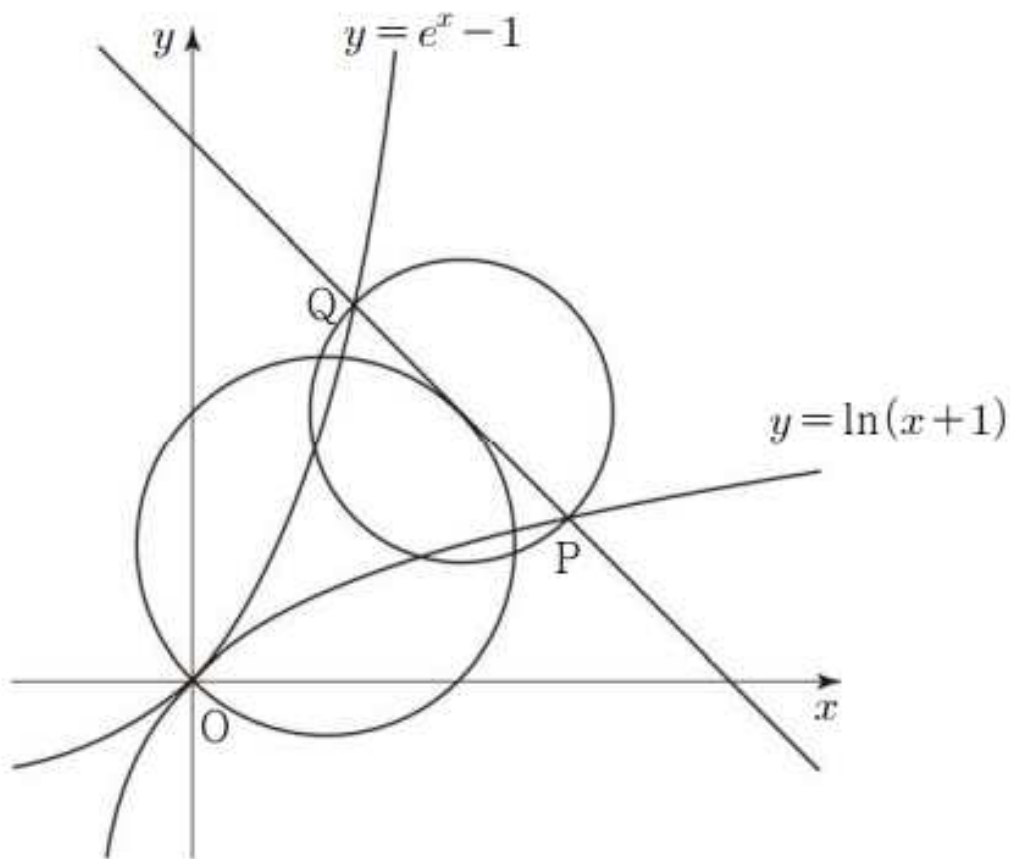
$$e^t \times m(t) = \frac{e^{2t} - 1}{2}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{4r(t) - e^t \times m(t)}{t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{4t - \frac{e^{2t} - 1}{2}}{t} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \left(4 - \frac{e^{2t} - 1}{2t} \right) = 3$$

11. 곡선 $y = \ln(x+1)$ 위를 움직이는 점 $P(a, b)$ 가 있다. 점 P 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = e^x - 1$ 과 만나는 점을 Q 라 하자. 두 점 P, Q 를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 넓이를 $S(a)$, 원점 O 와 선분 PQ 의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 넓이를 $T(a)$ 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{4T(a) - S(a)}{\pi a^2}$ 의 값은? (단, $a > 0$)

[4점]



- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

11. [출제의도] 로그함수의 극한 문제해결하기

두 곡선 $y = \ln(x+1)$, $y = e^x - 1$ 은 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이고, 두 점 P, Q는 기울기가 -1 인 직선 위의 점이므로 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

두 점 $P(a, b)$, $Q(b, a)$ 에 대하여

선분 PQ의 중점을 M이라 하면 $M\left(\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$

$$\overline{PM} = \frac{\sqrt{2}}{2}(a-b) \quad (\because a > b)$$

$$\therefore S(a) = \frac{\pi}{2}(a-b)^2$$

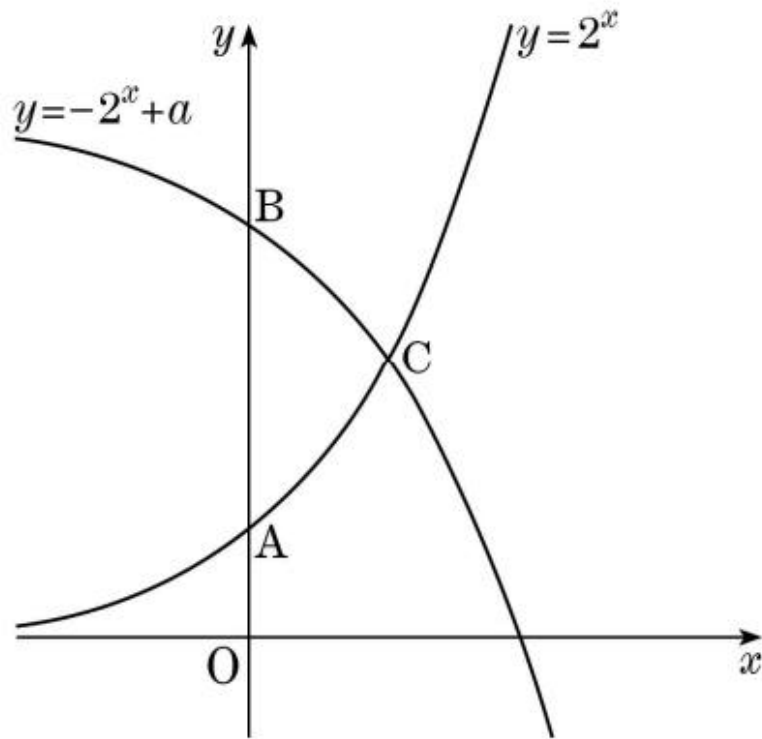
$$\frac{1}{2}\overline{OM} = \frac{\sqrt{2}}{4}(a+b)$$

$$\therefore T(a) = \frac{\pi}{8}(a+b)^2$$

$$\begin{aligned} 4T(a) - S(a) &= 2\pi ab \\ &= 2\pi a \ln(a+1) \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } \lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{4T(a) - S(a)}{\pi a^2} = \lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{2\ln(a+1)}{a} = 2$$

12. 2보다 큰 실수 a 에 대하여 두 곡선 $y=2^x$, $y=-2^x+a$ 가 y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선의 교점을 C라 하자.



직선 AC의 기울기를 $f(a)$, 직선 BC의 기울기를 $g(a)$ 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 2+0} \{f(a) - g(a)\}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{\ln 2}$ ② $\frac{2}{\ln 2}$ ③ $\ln 2$ ④ $2\ln 2$ ⑤ 2

(2014년 3월 B형 14번)

12. [출제의도] 로그함수의 극한의 성질을 이용하여 극한값을 구한다.

$A(0, 1)$, $C\left(\log_2 \frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ 이므로 직선 AC의 기울기는

$$f(a) = \frac{\frac{a}{2} - 1}{\log_2 \frac{a}{2} - 0} = \frac{\frac{a}{2} - 1}{\log_2 \frac{a}{2}}$$

$B(0, a-1)$, $C\left(\log_2 \frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ 이므로 직선 BC의 기울기는

$$g(a) = \frac{\frac{a}{2} - (a-1)}{\log_2 \frac{a}{2} - 0} = -\frac{\frac{a}{2} - 1}{\log_2 \frac{a}{2}}$$

$$\therefore f(a) - g(a) = 2 \times \frac{\frac{a}{2} - 1}{\log_2 \frac{a}{2}}$$

$\frac{a}{2} - 1 = t$ 라 하면 $a \rightarrow 2+0$ 일 때 $t \rightarrow +0$ 이므로

$$\lim_{a \rightarrow 2+0} \{f(a) - g(a)\} = 2 \lim_{t \rightarrow +0} \frac{t}{\log_2 (t+1)}$$

$$= 2 \lim_{t \rightarrow +0} \frac{1}{\frac{\log_2 (t+1)}{t}}$$

$$= 2 \lim_{t \rightarrow +0} \frac{1}{\log_2 (t+1)^{\frac{1}{t}}}$$

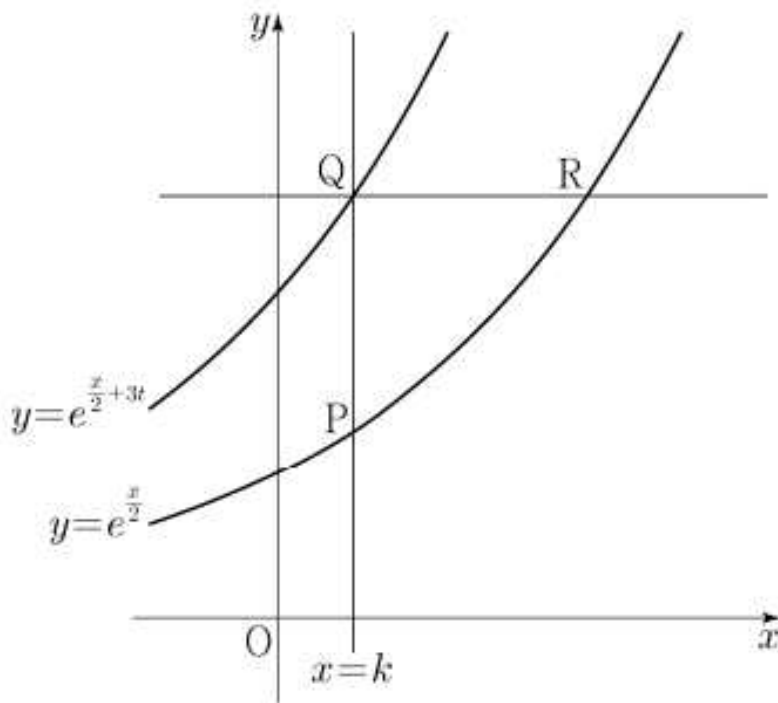
$$= 2 \times \frac{1}{\log_2 e} = 2 \ln 2$$

13. 양수 t 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수 k 의 값을 $f(t)$ 라 하자.

직선 $x=k$ 와 두 곡선 $y=e^{\frac{x}{2}}$, $y=e^{\frac{x}{2}+3t}$ 이 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 점 Q를 지나고 y 축에 수직인 직선이 곡선 $y=e^{\frac{x}{2}}$ 과 만나는 점을 R라 할 때, $\overline{PQ}=\overline{QR}$ 이다.

함수 $f(t)$ 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$ 의 값은? [4점]

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $\ln 4$ ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$



(2021학년도 6월 가형 16번)

13. 정답풀이 :

두 점 P, Q의 y 좌표는 각각 $e^{\frac{k}{2}}$, $e^{\frac{k}{2}+3t}$
이므로

$$\overline{PQ} = e^{\frac{k}{2}+3t} - e^{\frac{k}{2}} = e^{\frac{k}{2}}(e^{3t} - 1)$$

점 R의 x 좌표는 방정식

$$e^{\frac{x}{2}} = e^{\frac{k}{2}+3t}$$

의 실근이므로

$$\frac{x}{2} = \frac{k}{2} + 3t \text{에서}$$

$$x = k + 6t$$

따라서

$$\overline{QR} = (k + 6t) - k = 6t$$

$\overline{PQ} = \overline{QR}$ 에서

$$e^{\frac{k}{2}}(e^{3t} - 1) = 6t$$

$$e^{\frac{k}{2}} = \frac{6t}{e^{3t} - 1} \text{이므로}$$

$$k = 2 \ln \frac{6t}{e^{3t} - 1}$$

즉,

$$f(t) = 2 \ln \frac{6t}{e^{3t} - 1}$$

이므로

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) &= 2 \lim_{t \rightarrow 0^+} \ln \frac{6t}{e^{3t} - 1} \\ &= 2 \lim_{t \rightarrow 0^+} \ln \frac{2}{\frac{e^{3t} - 1}{3t}} \\ &= 2 \ln 2 = \ln 4 \end{aligned}$$

14. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax & (x < 1) \\ -3x + 4 & (x \geq 1) \end{cases}, \quad g(x) = 2^x + 2^{-x}$$

에 대하여 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

(2016학년도 6월 B형 16번)

14. 정답풀이 :

함수 $f(x)$ 는 $x \neq 1$ 일 때 연속이고, 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이므로 함수 $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이기 위해서는 $x=1$ 에서 연속이면 된다.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1+0} (g \circ f)(x) &= \lim_{t \rightarrow 1-0} g(t) \\ &= 2 + 2^{-1} = \frac{5}{2} \dots \textcircled{\text{㉠}} \end{aligned}$$

$a \geq 0$ 일 때,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1-0} (g \circ f)(x) &= \lim_{t \rightarrow a-0} g(t) \\ &= 2^a + 2^{-a} \end{aligned}$$

$a < 0$ 일 때,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1-0} (g \circ f)(x) &= \lim_{t \rightarrow a+0} g(t) \\ &= 2^a + 2^{-a} \text{이므로} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} (g \circ f)(x) = 2^a + 2^{-a} \dots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\begin{aligned} (g \circ f)(1) &= g(f(1)) = g(1) \\ &= 2 + 2^{-1} = \frac{5}{2} \dots \textcircled{\text{㉢}} \end{aligned}$$

㉠, ㉡, ㉢이 일치해야 하므로

$$2^a + 2^{-a} = \frac{5}{2}$$

이때, $2^a = s (s > 0)$ 라 하면

$$s + \frac{1}{s} = \frac{5}{2}, \quad 2s^2 - 5s + 2 = 0$$

$$(2s-1)(s-2) = 0$$

$$\therefore s = \frac{1}{2} \text{ 또는 } s = 2$$

즉, $2^a = \frac{1}{2}$ 에서 $a = -1$, $2^a = 2$ 에서

$a = 1$ 이므로 모든 실수 a 의 값의 곱은 $-1 \times 1 = -1$

정답 ⑤