

지수 로그 함수

Level
1

유형
1

거듭제곱근의 뜻과 성질

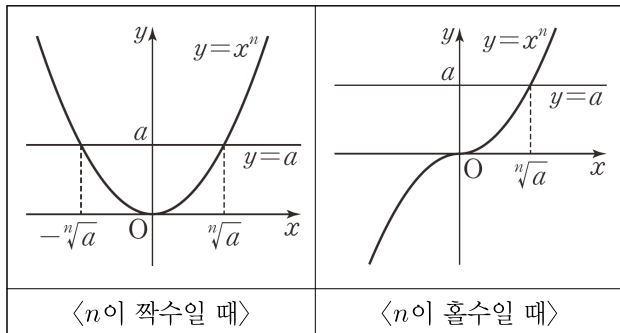
출제유형 | 거듭제곱근의 뜻과 성질을 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 거듭제곱근의 뜻과 성질을 이용하는 문제를 해결한다.

(1) 실수 a 와 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $x^n = a$ 를 만족시키는 실수 x , 즉 a 의 n 제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

- ① n 이 짝수인 경우
 - $a > 0$ 일 때 : $\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$ 로 2개다.
 - $a = 0$ 일 때 : 0으로 1개다.
 - $a < 0$ 일 때 : 없다.

- ② n 이 홀수인 경우
 $\sqrt[n]{a}$ 로 1개뿐이다.



(2) $a > 0$, $b > 0$ 이고 m, n 이 2 이상의 자연수일 때,

- ① $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- ② $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- ③ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- ④ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- ⑤ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a^{mp}}} = \sqrt[n]{a^m}$ (단, p 는 자연수)

001

2021학년도 6월 모평

자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때, $-n^2 + 9n - 18$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은?

- ① 31
- ② 33
- ③ 35
- ④ 37
- ⑤ 39

002

$\sqrt{25} + \sqrt{\sqrt{81}} + \sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}}$ 의 값을 구하시오.

유형 5

로그의 여러 가지 성질

출제유형 | 로그의 여러 가지 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그의 밑의 변환 공식을 포함한 여러 가지 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

$a > 0, a \neq 1$ 이고 $b > 0$ 일 때

① $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ (단, $c > 0, c \neq 1$)

② $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ (단, $b \neq 1$)

③ $\log_a b \times \log_b a = 1$ (단, $b \neq 1$)

④ $\log_a b \times \log_b c = \log_a c$ (단, $b \neq 1, c > 0$)

038

2024학년도 9월 평가원

두 실수 a, b 가

$$3a + 2b = \log_3 32, ab = \log_9 2$$

를 만족시킬 때, $\frac{1}{3a} + \frac{1}{2b}$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{25}{12}$

039

2021학년도 6월 모평

두 양수 a, b 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(2, \log_4 a), (3, \log_2 b)$ 를 지나는 직선이 원점을 지날 때, $\log_a b$ 의 값은? (단, $a \neq 1$)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

유형
8

지수함수의 활용

출제유형 | 지수에 포함된 방정식, 부등식의 해를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수에 미지수가 포함된 방정식, 부등식의 해를 구할 때는 다음과 같은 성질을 이용하여 해결한다.

(1) $a > 0, a \neq 1$ 일 때, $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

(2) $a > 1$ 일 때, $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$

(3) $0 < a < 1$ 일 때, $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$

081

2024학년도 11월 수능

방정식 $3^{x-8} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.

082

2024학년도 6월 평가원

부등식 $2^{x-6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오.

지수 로그 함수

Level
2

164

2024학년도 11월 수능 21

양수 a 에 대하여 $x \geq -1$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x & (-1 \leq x < 6) \\ a \log_4(x-5) & (x \geq 6) \end{cases}$$

이다. $t \geq 0$ 인 실수 t 에 대하여 닫힌구간

$[t-1, t+1]$ 에서의 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 구간 $[0, \infty)$ 에서 함수 $g(t)$ 의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

165

2024학년도 11월 수능 21-변형

양수 a 에 대하여 $x \geq -2$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & (-2 \leq x \leq 1) \\ a \log_9 x & (x > 1) \end{cases}$$

이다. $t \geq 0$ 인 실수 t 에 대하여 닫힌구간

$[t-1, t+1]$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 구간 $[-1, \infty)$ 에서 함수 $g(t)$ 가 연속이 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

지수 로그 함수

Level
3

204

2024학년도 6월 평가원 21

실수 t 에 대하여 두 곡선 $y = t - \log_2 x$ 와 $y = 2^{x-t}$ 이
만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자.

〈보기〉의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C
의 값을 정할 때, $A + B + C$ 의 값을 구하시오. (단,
 $A + B + C \neq 0$) [4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A = 100$, 거짓이면 $A = 0$ 이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B = 10$, 거짓이면 $B = 0$ 이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C = 1$, 거짓이면 $C = 0$ 이다.

— | 보기 | —

- ㄱ. $f(1) = 1$ 이고 $f(2) = 2$ 이다.
- ㄴ. 실수 t 의 값이 증가하면 $f(t)$ 의 값도 증가한다.
- ㄷ. 모든 양의 실수 t 에 대하여 $f(t) \geq t$ 이다.

205

2024학년도 6월 평가원 21-변형

실수 t 에 대하여 두 곡선 $y = 2^x - t$ 와 $y = \log_2(t - x)$ 가
만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자. 〈보기〉의 각 명제에
대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C 의 값을 정할 때,
 $A + B + C$ 의 값을 구하시오. [4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A = 100$, 거짓이면 $A = 0$ 이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B = 10$, 거짓이면 $B = 0$ 이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C = 1$, 거짓이면 $C = 0$ 이다.

— | 보기 | —

- ㄱ. $f(1) + f(2) = 1$ 이다.
- ㄴ. 실수 t 의 값이 증가하면 $f(t)$ 의 값도 증가한다.
- ㄷ. 부등식 $t - f(t) < 1$ 의 해는 $1 < t < 2$ 이다.

565

2018학년도 6월 모평 나형 29번

공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

수열 $\{b_n\}$ 은 $b_1 = a_1$ 이고, 2이상의 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} b_{n-1} + a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1} - a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10} = a_{10}$ 일 때, $\frac{b_8}{b_{10}} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의

값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)
[4점]

566

2018학년도 6월 모평 나형 29번-변형

공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$A_k = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{으로 나눈 나머지가 } k \text{인 수}\}$ 인 집합

A_k 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 은 $b_1 = 2a_1$ 이고, 2이상의 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} b_{n-1} + a_{n-1} & (n \in A_1) \\ b_{n-1} - a_{n+1} & (n \in A_2) \\ b_{n-1} + 2a_n & (n \in A_0) \end{cases}$$

이다. $b_{10} = a_{10}$ 일 때, $\frac{b_9}{b_{10}} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을

구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]