02

두 양의 실수 t, a $(a>1)$에 대하여 삼차함수 $f(x)=a(x-t)(x-4t)^2-a$가 있다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<3t) \\ f(6t-x) & (x\geq 3t) \end{cases}$$

라 하고 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{a^{2n}\{g(x)-a\}}{\{g(x)\}^{2n}+a^{2n}}$$

라 할 때, 두 함수 $g(x)$와 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $g(x)=a$의 실근의 개수는 3이상이다. (나) 구간 $(2t,\ 4t)$에서 함수 $h(x)$는 미분가능하다.

$\lim_{x\to 5t-}h(x)=-4$일 때, $f(a)+g(2a)$의 값을 구하시오. [4점]

73 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

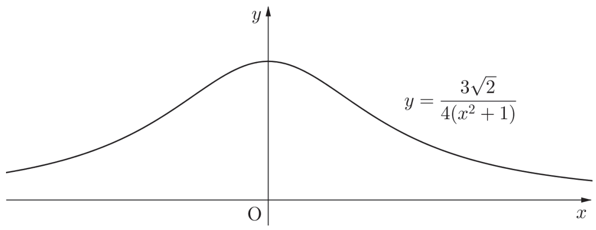
(가) $f(x) > 0$

(나) $\{f(x)\}^3 = \dfrac{2x f(x)}{x^2+1} + af(x) - 2$

실수 a의 최솟값을 구하시오. [4점]

80

다음 그림은 $y=\dfrac{3\sqrt{2}}{4(x^2+1)}$의 그래프를 나타낸 것이다.



위 그래프를 원점을 중심으로 시계방향으로 45° 회전시킨 함수를 $f(x)$라 하고 함수 $g(x)=x^3-x^2-4x+4$라 할 때, 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 함수 $p(x)$와 $q(x)$을

$$p(x)=g(f(x)),\ \ q(x)=f(g(x))$$

라 하자. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{p(x)+q(x)}{g(x)}=a$, $\{p(q(a+1))\}'=b$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

86 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 한 점 P를 $\angle PAB = \theta$가 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점을 O라 하고, 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 H을 지나고 선분 PB에 평행한 직선이 선분 AP와 만나는 점을 C라 하고 선분 OP와 선분 BC의 교점을 Q라 하자. 사각형 AOQC의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PQB의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때, $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \{f(\theta) - g(\theta)\}d\theta = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]