유형 2 함수의 극한에 대한 성질

출제유형 | 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | $\lim_{x\to a}f(x)=L$, $\lim_{x\to a}g(x)=M$

(L, M은 실수)일 때

(1) $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}=L+M$

(2) $\lim_{x\to a}\{f(x)-g(x)\}=L-M$

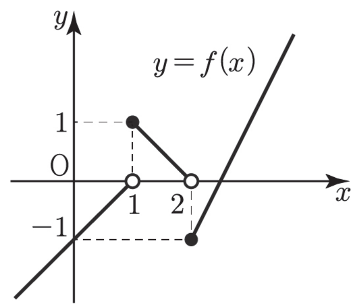
(3) $\lim_{x\to a}cf(x)=cL$ (단, c는 상수)

(4) $\lim_{x\to a}f(x)g(x)=LM$

(5) $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{L}{M}$ (단, $M\neq 0$)

03

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. 최고차항의 계수와 이차항의 계수가 모두 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 0}f(x+1)g(x)$, $\lim_{x\to 3}f(x-1)g(x+1)$의 값이 모두 존재할 때, $g(5)$의 값은? [4점]



① 20 ② 30 ③ 40
④ 50 ⑤ 60

함수의 극한 **단원 평가**

31

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=-f(-x)$이다. (나) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)+5}{x-1}=4$

$f(1)+f'(-1)$의 값은? [4점]

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

32

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 $x=0$을 제외한 모든 실수에서 연속이고 $x=1$에서 미분가능하지 않은 함수 $g(x)$에 대하여

$x<0$일 때, $f(x)+g(x)=x^2+x+1$

$0<x<1$일 때, $f(x)-2g(x)=x^2+10$

$x>1$일 때, $f(x)+2x^2g(x)=-11x^2$

이다.

$$\lim_{x\to 0-}g(x)+\lim_{x\to 0+}g(x)=-4$$

$$\lim_{h\to 0-}\frac{g(1+h)-g(1)}{h}-\lim_{h\to 0+}\frac{g(1+h)-g(1)}{h}=-1$$

일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [4점]

47

실수 t와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 x의 값이 t부터 $t+2$까지 변할 때의 평균변화율을 $g(t)$라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(7)$의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(1+x)+f(1-x)=0$이다.
(나) $g(-5)=-9$, $g(-1)=2$, $g(3)=0$

① 13 ② -13 ③ 14 ④ -14 ⑤ 15

48

두 양수 a, b에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax\cos(\pi x)+bx & (0 \le x < 1) \\ x^2 & (x \ge 1) \end{cases}$$

이 있다. x의 값이 0에서 t $(t>0)$까지 변할 때의 함수 $f(x)$의 평균변화율을 $g(t)$라 하자. 방정식 $g(t)-k=0$이 오직 한 근을 갖도록 하는 실수 k중 두 번째로 작은 값이 10일 때, $a+b$의 값은? [4점]

① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$

미분법

단원 평가

109

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)f'(x)}{f(x)-1}=3$
(나) $f(a)=1,\ f'(a)=-1$

$f(-1)$의 값은? (단, $a\neq -2$인 상수이다.) [4점]

① -2　② 0　③ 1　④ 3　⑤ 5

110

실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 $x\neq 0$인 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1+x)f(1-x)=-x^4+36$
(나) $g(1+x)+g(1-x)=x^2-4$

함수 $f(x)$와 $\left|\dfrac{f(x)}{g(x)}\right|$가 $x=1$에서 연속일 때,

$\left|\dfrac{f(1)}{g(1)}\right|$의 값을 구하시오. [4점]

적분법

단원 평가

203

최고차항의 계수가 1이고 역함수가 존재하는 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여
$f'(x)g(x)+f(x)g'(x)=4x^3+3x^2+6x+4$
(나) $f'(0)g'(0)=3$

$f(1)\times g(1)$의 최댓값을 구하시오. [4점]

204

$a<b$인 모든 실수 a, b에 대하여

$$\int_a^b (x^4-4x^3)dx > k(a-b)$$

이 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값을 구하시오. [4점]