한권에 정리하는 수1

"수열"의 해석 - ① 함수

② 수의 나열 ─ 1) 특이한 수열 ─ 특징 & 성질 → 계산 직접 가능!

2) 일반수열 ─ 직접 작성해보면서 → 규칙성을 찾자

↳ [무조건! 직접 써보자! 특이항 주의하면서!]

수열의 합이 복잡 + 규칙성 가질 때,

K항과 K+1, K-1 항과의 관계를 구한다

→ <자체소거꼴의 합!!!>

- $\sum_{K=1}^{n} K\cdot K!$

$K\cdot K! = a(K+1)! - aK!$

$1\cdot 1! + 2\cdot 2! + 3\cdot 3! + \cdots + 100\cdot 100!$

$-1! \quad 2! \quad -2! \quad 3! \quad -3! \quad 4! \quad \cdots \quad -100! \quad 101!$

$= 101! - 1!$

1 등차수열

- ① 서로 다른 두 항 → 공차 알기 ex) $a_{12} - a_6 = 6d$
- ② a_1, 공차
- ③ 기울기가 d인 n에 대한 일차식

등차수열의 합 = (평균) × 항의 개수 $\left[평균 = \frac{첫+끝}{2}, \ \therefore \frac{n(a+l)}{2} \right]$

ex) $a_1, a_2 \cdots a_7 = 7 \times \frac{a_1 + a_7}{2} = 7 \times a_4$

등차수열 합의 대칭성 $a_1 + a_7 = a_2 + a_6 = a_3 + a_5 = 2a_4$

⇒ 짝수항) $a_1 + \cdots + a_6$

→ $6 \times \frac{a_1 + a_6}{2} = 6 \times \boxed{a_{3.5}}$

없는 항 생성하여 계산해도 OK!

∴ 그 합이 "0"이다 = 센터가 "0"이다

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 0$

$|a_1| = |a_7|, \ |a_3| = |a_5|$] 대칭이 되는 것끼리 절댓값(=)

- 등차수열의 재구성

↳ 등차수열은 등차수열끼리 +, −, 실수배해도 등차수열

$\left[\begin{array}{l} a_n + 3b_n, \ a_n + a_{n+1} \Rightarrow 등차 \\ a_1 + a_2 - a_3, \ a_4 + a_5 - a_6 \cdots \Rightarrow 등차 \end{array} \right.$

/ S_n의 등차수열 존재

ex) $S_{10} = 10, \ S_{20} - S_{10} = 20, \ S_{30} - S_{20} = 30 \cdots$

↳ $\underbrace{a_1 + \cdots + a_{10}}, \ \underbrace{a_{11} + \cdots + a_{20}}, \ \underbrace{a_{21} + \cdots + a_{30}}$

$10d \quad 10d$

등차수열 이룬다

↳ 일차식 합성해도 등차수열

a_n → 공차 : d $\quad n \to pn+q$

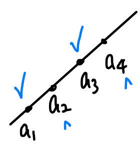
∴ 공차 : pd 인 등차수열

등차수열 홀수번째 합, 짝수번째 합

i) 항의 개수 = 짝수 ─ 1st. 합의 비 = 평균비

2nd. 차 = $3d, -3d$ → 공차와 연관

3rd. 합 = 전체 합



check) 내가 무엇을 구해야 하는지 정하고 들어가자! 필요한 요소만 찾자!

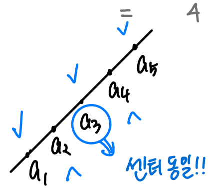
ii) 항의 개수 = 홀수 ─ 1st. 합의 비 = 항의 개수 비

2nd 차 = 센터

센터가 같다

ex) $a_1 \cdots a_7 \quad (a_1 + a_3 + a_5 + a_7) : (a_2 + a_4 + a_6)$

$= \quad 4 \quad : \quad 3$



$a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5$ 같은 합 구조

여기서 답을 찾기 어려울 때 새로운 항으로 비교

2 등차수열의 합은 상수항이 "0"인 이차식이다

* 그래프 해석 기준 *
1. $S_1 = a_1$ · 최고차 (+)·(-) = 공차 (+)·(-)
2. 대칭축 = "합의 최대/최소" 관련
3. y절편 = 합이 최초로 "0" 되는 → "센터 0"
4. 최초로 ⊕, ⊖ → 평균변화율

$S_{a_n} = An^2 + ▨ n$ ← $a_n \underset{\text{미분}}{\overset{\text{적분}}{\rightleftharpoons}} S_n$ → $S_n = An^2 + Bn$

$a_1 = S_1$

$\hookrightarrow a_n = 2An + ▨$ ∴ $a_1 = S_1$

미/적분시 생기는 적분상수… 는 여기선 제외! ∴ S_n에서 상수항 존재 X개념

- 등차수열 합의 일반항
  ① 이차 n 상수 = 0
  ② 최고차 계수 × 2 = d
  ③ $a_1 = S_1$

→ 등차수열의 합 = 이차식
∴ 그래프적 해석이 가능하다
↳ 최대, 최소 존재!!

a_n과 S_n의 동시출현
→ a_n, S_n 中 하나로 소거해서

※ $S_n = an^2 + bn$ vs $S_n = an^2 + bn + C$ → $S_0 \neq 0$

→ $S_0 = 0$

n≥2 때부터 등차수열을 이룬다 : a_n
∴ n=1, a_1은 따로 구하자!!

3 등비수열 (특이한 수열) → 서로 다른 두항 / 한 항 + 공비

미출제 요소
- 등비수열은 짝수 th 끼리, 홀수 th 끼리 부호가 같다 → 공비<0 일때에도 성립
- 이웃한 4개의 항의 곱은 항상 > 0
  8
  12
  ⋮

n-1	n	n+1	n+2
⊕	⊕	⊕	⊕
⊕	⊖	⊕	⊖
⊖	⊕	⊖	⊕
⊖	⊖	⊖	⊖

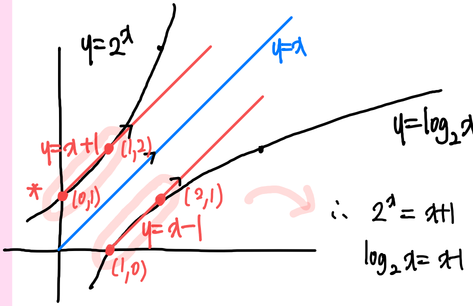
"항상 ≥ 0"

- 등비수열의 곱의 대칭성 = 등비수열 나열시 중앙을 중심으로 대칭항의 곱 → 일정!!!

등비 → 곱 = $(\text{평균})^{\text{항의개수}}$

등비중항 : $(a_{3.5})^4$ 과 같이 없는 항을 만들어서 계산해도 OK
(등차와 동일)

<· 밑이 2인 지수·로그함수> with $y=x$



$\therefore$ $2^x = x+1$
$\log_2 x = x-1$ 의 교점을 바로 알수 OK

→ 혹시 모르니
외우는 것도 좋다!
이런 특이한 함수 다룰시
계산하지 말고 바로 대입하자!

<· 좌표의 대칭>

ex) $y=2^x$

- 원점대칭 : $y=-2^{-x}$
  - ⊕ x축 $+m$: $(\frac{m}{2}, 0)$ 점대칭
  - ⊕ y축 $+n$: $(0, \frac{n}{2})$ 점대칭
  - ⊕ x축 $+m$, y축 $+n$: $(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})$ 점대칭

<· 지수/로그의 조작>

① 식조작 → ② 밑변환

$y = k\cdot a^x = a^{\log_a k}\cdot a^x = a^{\log_a k + x}$: x축 평이

$y = \log_a kx = \log_a k + \log_a x$: y축 평이

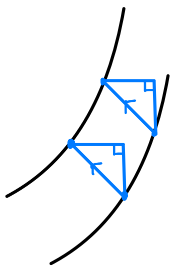
<· 평행이동의 기하적 의미>

직각△

① 기울기 일정
② 거리 일정

역추적도 OK

[기울기가 일정한 직선 ⟷ 거리 일정]



<· 선대칭 + 평행이동>

- y축 대칭 + x축 평이 OK
  + y축 평이(X)

- x축 대칭 + y축 평이 OK
  + x축 평이 (X)
- 대칭의 기준선 ⇒ 1. 수직이등분선
  2. 이등변 △ → 직각 △

10, 11 <· 지수와 로그의 성질>

지수 – 거듭제곱

- $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ $(a<0, b<0)$
- $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ $(a>0, b<0)$

+) 밑통일
지수통일 경우에 따라 맞게

ex) $\sqrt[3]{-16} = -\sqrt[3]{16} = -2^{\frac{4}{3}} = -2\times 2^{\frac{1}{3}}$

밑 <0 일때 매우 조심히 다뤄야 한다

로그 – 밑변환공식, 상용로그

- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- $\log x = n + \alpha$ $(0 \le \alpha < 1)$

소수점의 이동

ex) $\log x = \boxed{2} + 0.4924$ → 3.xxx / $\boxed{-2} + 0.4924$ → 0.03.xxx

7 지수, 로그함수는 역함수 관계다

↳ 최근 기출에 14, 20번 등 준킬러 역할로 자주 등장

· 지수·로그함수
- 좌표계산 → 대입 + 수선의 발 + 미지수
- 그래프 특징 → 각각의 상황에 주어진 특징 catch

1) 로그 단독 좌표관찰
- 점 2개 : 로그점의 이용
- 점 3개 : 등차, 등비 이용

지수 단독 계산

2) 지수 + 지수, 로그 + 로그 – 연립계산, 평행이동, 대칭이동

3) 지수 + 로그 – $y=x$ 대칭이동, 역함수!!

· $y=x$ 특징 中 $y=-x$ 대칭인 경우, $y=-x+▨$: $x+y=$ 일정!

<역함수 그래프의 주의점>

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 교점

1) $f(x)$ 증가 → $f^{-1}(x)$ 증가

$y=x$ 대칭의 기준선 = 교점 무조건 $y=x$ 위

2) $f(x)$ 감소 → $f^{-1}(x)$ 감소

특수

: 무조건 $y=x$ 위에 1개 + 그외 짝수개 = 홀수개 ≥1

($y=x$ 대칭)

8 지수 로그 방·부등식 : 간단하게 고친다!

→ 주로 치환을 사용하여 문제 풀이 → 치환시 정의역에 따른 치역 범위 check!

로그는 밑, 진수조건 고려 먼저

9 그래프 해석

→ 그래프는 무조건 크게 + 정확하게 / 지수, 로그 + 직선 : 연립 X, instead 특징파악

1. 좌표대입 + 교점주변좌표
   (주어진) (대소관계)
2. 수선의 발 + 위치 + 거리
3. 기울기 표현 (서로다른두점 + 직각 △)

** 일직선 위의 세점 → 닮음

x, y축 수선의 발 → 좌표

* 특수직선 기울기: 1, −1 [45° 직각 이등변 △]

지수 + 로그 with $y=x$ 대칭

지수+지수, 로그+로그 꼴 만들기

* 기울기 비교 (교점이후 오른쪽)

↳ 교점 오른쪽이 올라와있다 = 더큰기울기 !!

그래프 해석 도구들