

## B052

(2008(3)고2-공통11) ○○

직선  $y = -\frac{4}{3}x$  위의 점  $P(a, b)$  ( $a < 0$ )에 대하여 선분  $OP$ 가  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\sin(\pi - \theta) + \cos(\pi + \theta)$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

- ①  $\frac{7}{5}$                       ②  $\frac{1}{5}$                       ③ 0
- ④  $-\frac{1}{5}$                       ⑤  $-\frac{7}{5}$

## B053

(2022(11)고2-공통16) ○○

$3\sin^2\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) = 8\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$ 일 때,

$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{1}{5}$                       ③  $\frac{1}{4}$
- ④  $\frac{1}{3}$                       ⑤  $\frac{1}{2}$

## B. 삼각함수와 방정식

## B054

◇(2001-인문19/예체능19) ○○

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 일 때,  $\log(\sin\theta) - \log(\cos\theta) = \frac{1}{2}\log 3$

을 만족시키는  $\theta$ 의 값은? (단,  $\log$ 는 밑이 10인 상용로그) [3점]

- ①  $\frac{1}{6}\pi$                       ②  $\frac{1}{4}\pi$                       ③  $\frac{2}{7}\pi$
- ④  $\frac{1}{3}\pi$                       ⑤  $\frac{2}{5}\pi$

## B055

◇(1997-인문예체능3) ○○

이차방정식  $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > \beta$ )

라고 할 때,  $\tan\theta = \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}$ 를 만족하는  $\theta$ 는?

(단,  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [3점]

- ①  $\frac{\pi}{6}$                       ②  $\frac{\pi}{4}$                       ③  $\frac{\pi}{3}$
- ④  $-\frac{\pi}{4}$                       ⑤  $-\frac{\pi}{3}$

### B056

(2022(5)고2-공통15) ○○

좌표평면 위의 원점 O에서 x축의 양의 방향으로 시초선을 잡을 때, 원점 O와 점 P(5, a)를 지나는 동경 OP가 나타내는 각의 크기를  $\theta$ , 선분 OP의 길이를 r이라 하자.

$\sin\theta + 2\cos\theta = 1$ 일 때,  $a+r$ 의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{5}{2}$                       ② 3                      ③  $\frac{7}{2}$   
 ④ 4                      ⑤  $\frac{9}{2}$

### B057

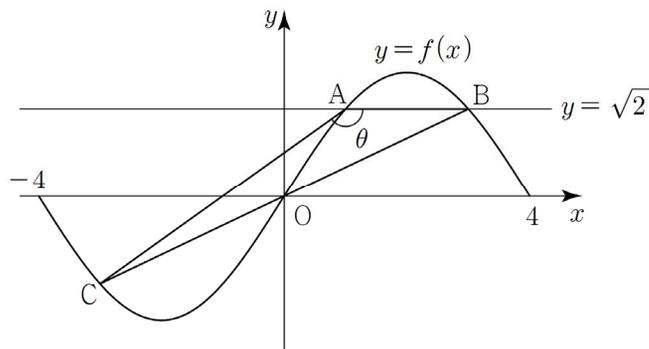
(2022(9)고2-공통16) ○○

집합  $\{x \mid -4 \leq x \leq 4\}$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = 2\sin\frac{\pi x}{4}$$

가 있다. 그림과 같이 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 직선  $y=\sqrt{2}$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하고, 두 점 B, O를 지나는 직선이 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 B와 O가 아닌 점을 C라 하자.

$\angle BAC = \theta$ 라 할 때,  $\sin\theta$ 의 값은? (단, 점 B의 x좌표는 점 A의 x좌표보다 크고, O는 원점이다.) [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       ②  $\frac{7\sqrt{3}}{18}$                       ③  $\frac{4\sqrt{3}}{9}$   
 ④  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       ⑤  $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

## B. 삼각함수와 방정식: 실근의 개수

### B058

(2020(4)고3-가형26) ○○

$0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수  $y = a\sin 3x + b$ 의 그래프가 두 직선  $y=9$ ,  $y=2$ 와 만나는 점의 개수가 각각 3, 7이 되도록 하는 두 양수 a, b에 대하여  $a \times b$ 의 값을 구하시오. [4점]

### B059

(2016(4)고3-가형26) ○○

x에 대한 방정식  $\left| \cos x + \frac{1}{4} \right| = k$ 가 서로 다른 3개의 실근을 갖도록 하는 실수 k의 값을  $\alpha$ 라 할 때,  $40\alpha$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 \leq x < 2\pi$ ) [4점]

### B060

(2023(7)고3-확률과통계10/미적분10/기하10) ○○

$0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 곡선  $y = |4\sin 3x + 2|$ 와 직선  $y=2$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수는? [4점]

- ① 3                      ② 6                      ③ 9  
 ④ 12                      ⑤ 15

$$(\because \sin(\pi + \theta) = -\sin\theta, \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta)$$

$$3 - 3\cos^2\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 8\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$(\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1)$$

$$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = t \text{로 두면}$$

$$3t^2 + 8t - 3 = 0, (3t - 1)(t + 3) = 0, t = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

답 ④

## B054 | 답 ④

[풀이]

로그의 성질에 의하여

$$(\text{좌변}) = \log \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \log(\tan\theta)$$

$$(\text{우변}) = \frac{1}{2} \log 3 = \log \sqrt{3}$$

주어진 방정식은

$$\log(\tan\theta) = \log \sqrt{3}$$

방정식을 풀면

$$\tan\theta = \sqrt{3}$$

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2} \text{이므로}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$$

답 ④

## B055 | 답 ①

[풀이]

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2\sqrt{3}, \alpha\beta = 2$$

곱셈공식에 의하여

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 4$$

주어진 조건에서  $\alpha > \beta$ 이므로

$$\alpha - \beta = 2$$

$$\tan\theta = \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{그런데 } -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \text{이므로}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$$

답 ①

## B056 | 답 ①

[풀이]

문제에서 주어진 등식에서

$$2\cos\theta = 1 - \sin\theta$$

$$4\cos^2\theta = 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta$$

$$4 - 4\sin^2\theta = 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta$$

$$(\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1)$$

$$5\sin^2\theta - 2\sin\theta - 3 = 0$$

$$(5\sin\theta + 3)(\sin\theta - 1) = 0$$

$$\sin\theta = -\frac{3}{5}, \cos\theta = \frac{4}{5} \quad (\because -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2})$$

$$\cos\theta = \frac{5}{r} = \frac{4}{5}, \sin\theta = \frac{a}{r} = -\frac{3}{5}$$

$$r = \frac{25}{4}, a = -\frac{15}{4}$$

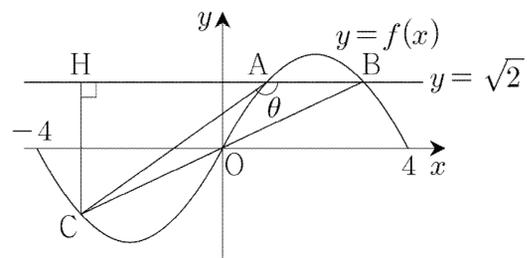
$$\therefore a + r = \frac{5}{2}$$

답 ①

## B057 | 답 ①

[풀이]

점 C에서 직선  $y = \sqrt{2}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하자.



$$f(x) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin \frac{\pi x}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi x}{4} = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow x = 1, 3$$

$$\text{이므로 } \overline{AB} = 2, C(-3, -\sqrt{2})$$

( $\because$  두 점 B, C는 원점에 대하여 대칭이다.)

$$\overline{AC} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \sin\theta = \sin(\pi - \angle HAC)$$

$$= \sin(\angle HAC) = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

답 ①

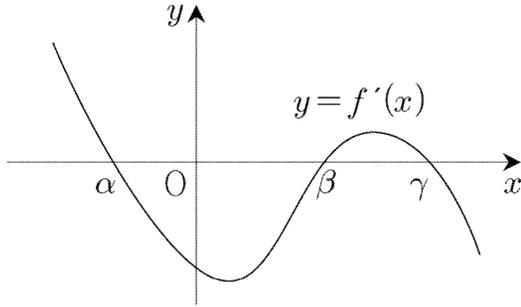
**E. 사차함수의 그래프: 도함수**

**E084**

○○  
(2003사관(1차)-문과15)

사차함수  $f(x)$ 에 대하여  $y=f'(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같다.

$f'(\alpha)=0, f'(\beta)=0, f'(\gamma)=0$ 이고,  
 $f(\alpha)=4, f(\beta)=-4, f(\gamma)=-1, f(0)=-3$ 일 때,  
방정식  $|f(x)|-3=0$ 의 실근의 개수는? [4점]

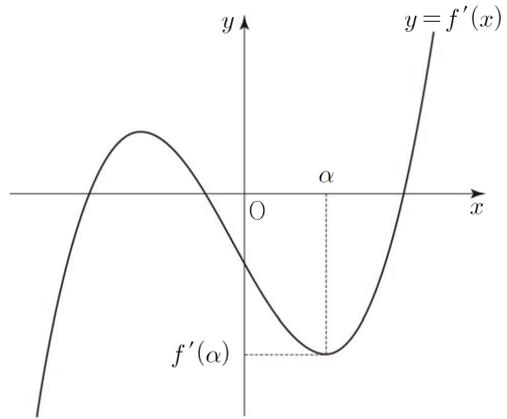


- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

**E085**

○○  
(2015(11)고2-가형20)

최고차항의 계수가 양수인 사차함수  $y=f(x)$ 의 도함수  $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



양수  $\alpha$ 에 대하여  $f'(\alpha) > -2$ 이고  $f(0)=0$ 이다. 함수  $h(x)$ 를  $h(x)=f(x)+2x$ 라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 함수  $f'(x)$ 는  $x=\alpha$ 에서 극소이다.) [4점]

- ㄱ.  $h'(\alpha) > 0$
- ㄴ. 함수  $y=h(x)$ 는 열린구간  $(0, \alpha)$ 에서 감소한다.
- ㄷ. 방정식  $h(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

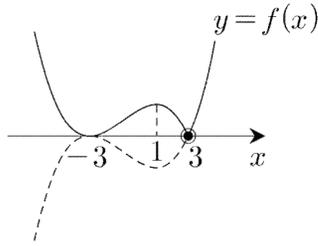
- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

**E086**

○○  
(2015(10)고3-A형27)

함수  $f(x)=x^4-16x^2$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수  $k$ 값의 제곱의 합을 구하시오. [4점]

- (가) 구간  $(k, k+1)$ 에서  $f'(x) < 0$ 이다.
- (나)  $f'(k)f'(k+2) < 0$



$y = (x-3)(x+3)^2$ 의 도함수는

$$y' = 3(x-1)(x+3)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$x = 1$ 의 좌우에서  $y'$ 의 부호가 음(-)에서 양(+)으로 바뀌므로 함수  $y$ 는  $x = 1$ 에서 극솟값을 갖는다. 그러므로 함수  $|f(x)|$ 는  $x = 1$ 에서 극댓값을 갖는다.

또는 삼차함수의 비율관계를 이용하면

$$\frac{2 \times 3 + 1 \times (-3)}{2 + 1} = 1$$

임을 바로 구할 수 있긴 하다.

함수  $f(x)$ 의 극댓값은

$$f(1) = 32$$

답 ①

### E083 | 답 2

[풀이]

$$f'(x) = 4x^3 + 2ax, f'(1) = 4 + 2a = 0, a = -2$$

$$f'(x) = 0 \quad (4x(x+1)(x-1) = 0)$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 1 \text{ 또는 } x = 0$$

$x = 0$ 의 좌우에서  $f'(x)$ 의 부호가 양(+)에서 음(-)으로 바뀌므로 함수  $f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 극댓값을 갖는다.

$$f(0) = b = 4$$

$$\therefore a + b = -2 + 4 = 2$$

답 2

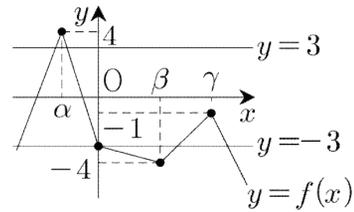
### E084 | 답 ⑤

[풀이]

$x = \alpha$ 의 좌우에서  $f'(x)$ 의 부호가 양(+)에서 음(-)으로 바뀌므로 함수  $f(x)$ 는  $x = \alpha$ 에서 극댓값을 갖는다.

마찬가지의 방법으로 함수  $f(x)$ 는  $x = \beta$ 에서 극솟값을 갖고,  $x = \gamma$ 에서 극댓값을 갖는다.

함수  $f(x)$ 의 증가감소를 선분으로 표시하면 아래 그림과 같다.



주어진 방정식을 풀어 쓰면

$$f(x) = 3 \text{ 또는 } f(x) = -3$$

이므로 위의 그림에서 이 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

답 ⑤

### E085 | 답 ④

[풀이]

함수  $h(x)$ 의 도함수는

$$h'(x) = f'(x) + 2$$

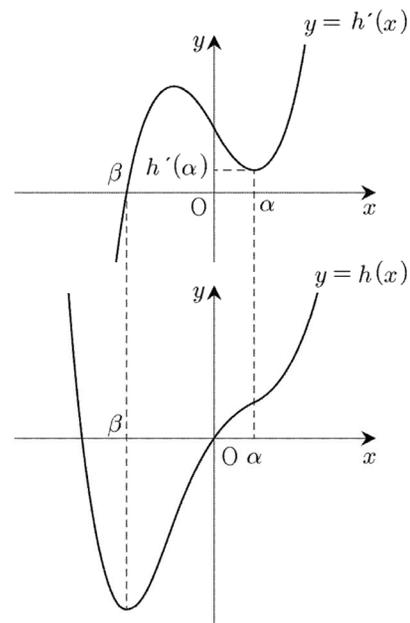
문제에서 주어진 조건에 의하여

$$h'(\alpha) = f'(\alpha) + 2 > 0$$

함수  $f'(x)$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 함수  $h'(x)$ 의 그래프와 일치하므로 함수  $h'(x)$ 는  $x = \alpha$ 에서 극소이다.

함수  $h'(x)$ 의 그래프는  $x$ 축과 오직 한 점에서 만난다. 이 점의  $x$ 좌표를  $\beta$ 라고 하자. (단,  $\beta < 0$ )

함수  $h'(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



$x = \beta$ 의 좌우에서 함수  $h'(x)$ 의 부호가 음(-)에서 양(+)으로 바뀌므로 함수  $h(x)$ 는  $x = \beta$ 에서 극솟값을 갖는다.

그리고  $h(0) = f(0) + 2 \times 0 = 0$ 이므로

함수  $h(x)$ 의 그래프는 위의 그림과 같다.

▶ ㄱ. (참)

$h'(\alpha) = f'(\alpha) + 2 > 0$ 이므로 보기 ㄱ은 참이다.

▶ ㄴ. (거짓)

구간  $(0, \alpha)$ 에서  $h'(x) > 0$ 이므로

구간  $(0, \alpha)$ 에서 함수  $h(x)$ 는 증가한다.

▶ ㄷ. (참)

방정식  $h(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

**답** ④

## E086 | 답 17

[풀이]

함수  $f(x)$ 의 도함수는

$$f'(x) = 4x^3 - 32x = 4x(x + 2\sqrt{2})(x - 2\sqrt{2})$$

방정식  $f'(x) = 0$ 을 풀면

$$x = -2\sqrt{2} \text{ 또는 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2\sqrt{2}$$

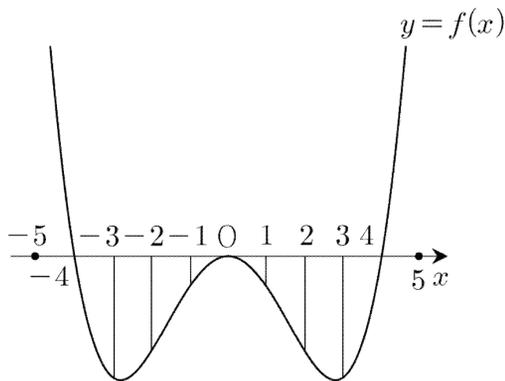
함수  $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 정리하면

$x$	...	$-2\sqrt{2}$	...	0	...	$2\sqrt{2}$	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	\	극소	/	극대	\	극소	/

극댓값:  $f(0) = 0$

극솟값:  $f(-2\sqrt{2}) = f(2\sqrt{2}) = -64$

함수  $f(x)$ 의 그래프는



구간  $(-5, -4)$ 에서  $f'(x) < 0$ ,

구간  $(-4, -3)$ 에서  $f'(x) < 0$ ,

구간  $(-2, -1)$ 에서  $f'(x) > 0$ ,

구간  $(-1, 0)$ 에서  $f'(x) > 0$ ,

구간  $(0, 1)$ 에서  $f'(x) < 0$ ,

구간  $(1, 2)$ 에서  $f'(x) < 0$ ,

구간  $(3, 4)$ 에서  $f'(x) > 0$ ,

구간  $(4, 5)$ 에서  $f'(x) > 0$

이다.

조건 (가)를 만족시키는 정수  $k$ 의 값은

..., -5, -4, 0, 1

그런데

$$f'(-5)f'(-3) > 0 \text{ (음수} \times \text{음수)}$$

$$f'(-4)f'(-2) < 0 \text{ (음수} \times \text{양수)}$$

$$f'(0)f'(2) = 0 \text{ (0} \times \text{음수)}$$

$$f'(1)f'(3) < 0 \text{ (음수} \times \text{양수)}$$

조건 (나)를 만족시키는 정수  $k$ 의 값은 -4 또는 1이다.

따라서 구하는 값은 17이다.

**답** 17

## E087 | 답 ④

[풀이]

$f(x)$ 의 도함수는

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

$f'(x) = 0$ 에서  $x = 0$  또는  $x = 2$

$x = 2$ 의 좌우에서  $f'(x)$ 의 부호가 음(-)에서 양(+)으로 바뀌므로 함수  $f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 극솟값을 갖는다. 이때, 극솟값은  $a - 4 (= f(2))$ 이다.

$$f(1) = a - 2, \quad f(4) = 16 + a$$

함수  $f(x)$ 가 구간  $[1, 4]$ 에서 연속이므로

최대최소의 정리에 의하여

$$M = f(4), \quad m = f(2)$$

주어진 조건에서

$$M + m = 2a + 12 = 20$$

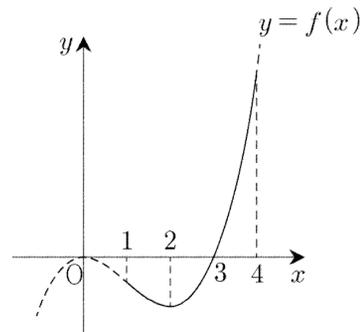
$$\therefore a = 4$$

**답** ④

[풀이] **시험장**

삼차함수의 비율관계를 이용하면 함수  $f(x)$ 의 그래프를 빠르게 그릴 수 있다.

예를 들어  $a = 0$ 일 때, 함수  $f(x) = x^2(x - 3)$ 의 그래프는 다음과 같다.



(단, 함수  $f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 극솟값을 갖는다.)

$$M = f(4) = 16 + a,$$

$$m = f(2) = -4 + a$$

이므로

## K. 곱셈정리(표 만들기)

### K049

◇(2010-가형7/나형7) ○○

철수가 받은 전자우편의 10%는 '여행'이라는 단어를 포함한다. '여행'을 포함한 전자우편의 50%가 광고이고, '여행'을 포함하지 않은 전자우편의 20%가 광고이다. 철수가 받은 한 전자우편이 광고일 때, 이 전자우편이 '여행'을 포함할 확률은? [3점]

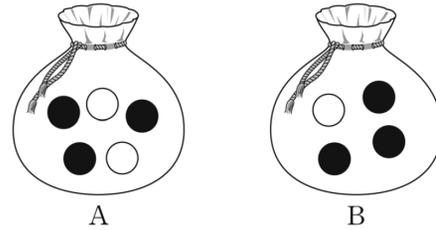
- ①  $\frac{5}{23}$                       ②  $\frac{6}{23}$                       ③  $\frac{7}{23}$   
 ④  $\frac{8}{23}$                       ⑤  $\frac{9}{23}$

## K. 곱셈정리

### K050

◇(2014-A형15) ○○

주머니 A에는 흰 공 2개와 검은 공 3개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 1개와 검은 공 3개가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 흰 공이면 흰 공 2개를 주머니 B에 넣고 검은 공이면 검은 공 2개를 주머니 B에 넣은 후, 주머니 B에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때 꺼낸 공이 흰 공일 확률은? [4점]



- ①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{1}{5}$                       ③  $\frac{7}{30}$   
 ④  $\frac{4}{15}$                       ⑤  $\frac{3}{10}$

### K051

(2008(7)고3-가형16) ○○

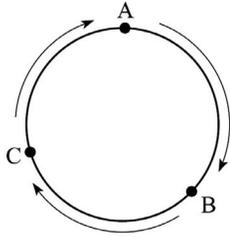
A학생의 주머니에는 빨간 구슬 2개와 노란 구슬 3개, B학생의 주머니에는 노란 구슬 1개와 파란 구슬 4개가 들어 있다. 두 명의 학생이 각자의 주머니에서 한 개의 구슬을 꺼내어 색깔에 따라 승부를 가리는데, 빨간 구슬이 노란 구슬에 이기고, 노란 구슬은 파란 구슬에 이기고, 파란 구슬은 빨간 구슬에 이긴다고 한다. 이때, A학생이 이길 확률은? (단, 같은 색의 구슬이 나왔을 때는 구슬을 한 개씩 더 꺼내어 승부를 가리고, 꺼낸 구슬은 다시 넣지 않는다.) [4점]

- ①  $\frac{29}{50}$                       ②  $\frac{31}{50}$                       ③  $\frac{33}{50}$   
 ④  $\frac{7}{10}$                       ⑤  $\frac{37}{50}$

### K052

(2005(7)고3-가형28확률과통계)

그림과 같이 둘레의 길이가 3인 원을 삼등분하는 세 점 A, B, C가 있고, 각 점 위를 움직이는 말이 있다. 이 말은 한 개의 주사위를 던져 홀수의 눈이 나오면 시계방향으로 1만큼 움직이고, 짝수의 눈이 나오면 그 수만큼 시계방향으로 움직인다.



예를 들면, 말이 A에서 출발할 때 주사위를 던져 3이 나오면 B로 움직이고, 다시 주사위를 던져 2가 나오면 B에서 A로 움직인다.

A에서 출발한 말이 주사위를  $n$ 번 던진 후 A, B, C에 있을 확률을 각각  $p_n, q_n, r_n$ 이라 하면

$$p_{n+1} = ap_n + bq_n + cr_n$$

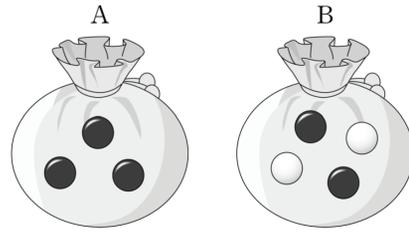
이 성립한다. 세 상수  $a, b, c$ 의 곱  $abc$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{15}$       ②  $\frac{1}{18}$       ③  $\frac{1}{27}$   
 ④  $\frac{1}{36}$       ⑤  $\frac{1}{54}$

### K053

◇(2014(예비)-B형10)

주머니 A에는 검은 구슬 3개가 들어 있고, 주머니 B에는 검은 구슬 2개와 흰 구슬 2개가 들어 있다. 두 주머니 A, B 중 임의로 선택한 하나의 주머니에서 동시에 꺼낸 2개의 구슬이 모두 검은 색일 때, 선택된 주머니가 B이었을 확률은? [3점]



- ①  $\frac{5}{14}$       ②  $\frac{2}{7}$       ③  $\frac{3}{14}$   
 ④  $\frac{1}{7}$       ⑤  $\frac{1}{14}$

### K054

◇(2012-나형13)

주머니 A에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수이면 주머니 A에서 임의로 카드를 한 장 꺼내고, 3의 배수가 아니면 주머니 B에서 임의로 카드를 한 장 꺼낸다. 주머니에서 꺼낸 카드에 적힌 수가 짝수일 때, 그 카드가 주머니 A에서 꺼낸 카드일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{2}{9}$       ③  $\frac{1}{4}$   
 ④  $\frac{2}{7}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore p^2 + q^2 = 13$$

답 13

## K046 | 답 ①

[풀이]

빨간색 밴드, 주황색 밴드, 노란색 밴드, 초록색 밴드, 파란색 밴드를 각각 R, O, Y, G, B라고 하자.

- (1) 세 번째 날에 B가 오는 경우

$$B \circ B \circ B$$

경우의 수는  $4 \times 4 = 16$ 이다.

- (2) 세 번째 날에 B가 오지 않는 경우

$$B \circ \circ \circ B$$

경우의 수는  $4 \times 3 \times 3 = 36$ 이다.

따라서 구하는 확률은

$$\frac{16 + 36}{4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{13}{64}$$

답 ①

## K047 | 답 ③

[풀이]

문제에서 주어진 조건을 만족시키는 경우를 표로 정리하자.

흰 공	검은 공
1, 2 (합은 3)	5 또는 7 또는 9
1, 3 (합은 4)	5 또는 7 또는 9
1, 4 (합은 5)	7 또는 9
2, 3 (합은 5)	7 또는 9
2, 4 (합은 6)	7 또는 9
3, 4 (합은 7)	9

경우의 수는 합의 법칙에 의하여

$$3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 1 = 13$$

따라서 구하는 확률은 수학적 확률의 정의에 의하여

$$\frac{13}{{}_4C_2 \times {}_4C_1} = \frac{13}{24}$$

답 ③

## K048 | 답 25

[풀이]

두 수의 곱의 모든 양의 약수의 개수가 3이하인 경우를 모두

쓰면

$$1 \times 2, 1 \times 3, 1 \times 4, 1 \times 5, 2 \times 2, 3 \times 3, 5 \times 5$$

이 중에서 두 수의 합이 짝수인 경우는

$$1 + 3, 1 + 5, 2 + 2, 3 + 3, 5 + 5$$

구하는 확률은

$$\frac{3 + 5 + 1 + {}_3C_2 + {}_5C_2}{2 + 3 + 4 + 5 + 1 + {}_3C_2 + {}_5C_2} = \frac{11}{14}$$

$$\therefore p + q = 25$$

답 25

## K049 | 답 ①

[풀이1]

문제에서 주어진 조건을 표로 정리하자.

	여행○	여행×	합
광고○	5	18	23
광고×	5	72	77
합	10	90	100

조건부확률의 정의에 의하여

$$\text{구하는 확률은 } \frac{5}{5 + 18} = \frac{5}{23} \text{이다.}$$

답 ①

[풀이2]

철수가 받은 전자우편이 '여행' 이라는 단어를 포함한 사건을 A, 광고인 사건을 B라고 하자.

$$P(A) = 0.1, P(B|A) = 0.5$$

확률의 곱셈정리에 의하여

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = 0.05$$

여사건의 확률에 의하여

$$P(A^C) = 0.9, P(B|A^C) = 0.2$$

확률의 곱셈정리에 의하여

$$P(A^C \cap B) = P(A^C)P(B|A^C) = 0.18$$

조건부확률의 정의에 의하여

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(A^C \cap B)} = \frac{5}{23}$$

답 ①

## K050 | 답 ⑤

[풀이]

주머니 A에서 흰 공을 꺼낼 사건을 C, 주머니 B에서 흰 공을 꺼낼 사건을 D라고 하자.

주머니 A에서 흰 공을 꺼내고, 주머니 B에서 흰 공을 꺼낼 확률은

확률의 곱셈정리에 의하여

$$P(C \cap D) = P(C)P(D|C) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{5}$$

주머니 A에서 검은 공을 꺼내고, 주머니 B에서 흰 공을 꺼낼 확률은

$$P(C^c \cap D) = P(C^c)P(D|C^c) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{10}$$

구하는 확률을  $p$ 라고 두자.

따라서 확률의 덧셈정리에 의하여

$$\therefore p = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

**답** ⑤

## K051 | 답 ②

[풀이]

A학생이 이기는 경우는 다음과 같다. (세 경우)

- (1) A:빨강-B:노랑  $\frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{25}$
- (2) A:노랑-B:파랑  $\frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25}$
- (3) A:노랑-B:노랑  $\Rightarrow$  A:노랑-B:파랑

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{2}{4} \times 1 = \frac{3}{50}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{2}{25} + \frac{12}{25} + \frac{3}{50} = \frac{31}{50}$$

**답** ②

## K052 | 답 ⑤

[풀이]

전체를 다음의 세 경우로 구분할 수 있다.

- (1)  $A \rightarrow A$ 인 경우 ( $n$ 회  $\rightarrow n+1$ 회)

주사위를 던져서 6이 나올 확률은  $\frac{1}{6}$ 이므로

$$a = \frac{1}{6}$$

- (2)  $B \rightarrow A$ 인 경우 ( $n$ 회  $\rightarrow n+1$ 회)

주사위를 던져서 2가 나올 확률은  $\frac{1}{6}$ 이므로

$$b = \frac{1}{6}$$

- (3)  $C \rightarrow A$ 인 경우 ( $n$ 회  $\rightarrow n+1$ 회)

주사위를 던져서 1, 3, 4, 5가 나올 확률은  $\frac{2}{3}$ 이므로

$$c = \frac{2}{3}$$

(1), (2), (3)에서

$$abc = \frac{1}{54}$$

**답** ⑤

## K053 | 답 ④

[풀이]

- 주머니 A를 선택하는 경우

주머니 A에서 동시에 꺼낸 2개의 구슬이 모두 검은 색일 확률을  $p$ 라고 하면

확률의 곱셈정리에 의하여

$$p = \frac{1}{2} \times \frac{{}_3C_2}{{}_3C_2} = \frac{1}{2}$$

- 주머니 B를 선택하는 경우

주머니 B에서 동시에 꺼낸 2개의 구슬이 모두 검은 색일 확률을  $q$ 라고 하면

확률의 곱셈정리에 의하여

$$q = \frac{1}{2} \times \frac{{}_2C_2}{{}_4C_2} = \frac{1}{12}$$

조건부 확률의 정의에 의하여

구하는 확률은

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{12}} = \frac{1}{7}$$

**답** ④

[참고]

다음은 잘못된 풀이의 예이다.

A에서 두 개를 동시에 뽑을 때 모두 검은색인 경우의 수는 3, B에서 두 개를 동시에 뽑을 때 모두 검은색인 경우의 수는 1이므로 총 경우의 수는 4이다.

따라서 구하는 확률은 수학적 확률의 정의에 의하여

$$\frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$$

이다.

하지만 위의 풀이는 잘못되었다. 왜냐하면 두 주머니 A, B에 들어 있는 구슬의 개수가 서로 다르기 때문이다. 이를 좀 더 자세하게 설명하면 다음과 같다.

주머니 A의 3개의 검은 구슬을 각각 ①, ②, ③, 주머니 B의 2개의 흰 구슬과 2개의 검은 구슬을 각각 ①, ②, ③, ④라고

하자.

주머니 A에서 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때 발생하는 모든 근원사건을 쓰면

$$\{①, ②\}, \{①, ③\}, \{②, ③\}$$

각각의 근원사건이 일어날 확률은  $\frac{1}{3}$ 이다.

주머니 B에서 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때 발생하는 모든 근원사건을 쓰면

$$\{①, ②\}, \{①, ③\}, \{①, ④\}, \\ \{②, ③\}, \{②, ④\}, \{③, ④\}$$

각각의 근원사건이 일어날 확률은  $\frac{1}{6}$ 이다.

이처럼 두 주머니 A, B에 대하여 근원사건이 일어날 확률은 다르다. 따라서 수학적 확률의 정의를 이용하여 특정 사건이 일어날 확률을 계산할 수 없다.

만약 두 주머니 A, B의 구슬의 개수가 서로 같다면 즉, 근원사건이 일어날 확률이 같다면 수학적 확률의 정의를 이용하여 특정 사건이 일어날 확률을 계산할 수 있다.

예를 들어 주머니 A에는 검은 구슬 3개가 들어 있고, 주머니 B에는 검은 구슬 2개와 흰 구슬 1개가 들어 있다고 하자. 두 주머니 A, B 중 임의로 선택한 하나의 주머니에서 동시에 꺼낸 2개의 구슬이 모두 검은 색일 때, 선택된 주머니가 B이었을 확률을 구하자.

(방법1) 확률의 덧셈정리와 확률의 곱셈정리를 이용

- 주머니 A에서 동시에 2개의 구슬을 꺼낼 경우 꺼낸 2개의 구슬이 모두 검은 색일 확률은 1이다.
- 주머니 B에서 동시에 2개의 구슬을 꺼낼 경우

꺼낸 2개의 구슬이 모두 검은 색일 확률은  $\frac{1}{3}C_2 = \frac{1}{3}$ 이다.

구하는 확률은 조건부 확률의 정의에서

$$\frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{4}$$

이다.

(방법2) 수학적 확률의 정의를 이용

A에서 두 개를 동시에 뽑을 때 모두 검은색인 경우의 수는 3, B에서 두 개를 동시에 뽑을 때 모두 검은색인 경우의 수는 1 이므로 총 경우의 수는 4이다.

따라서 구하는 확률은 수학적 확률의 정의에 의하여

$$\frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$$

이다.

## K054 | 답 ④

[풀이]

주사위를 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수일 확률은  $\frac{2}{6}$ 이고,

주머니 A에서 꺼낸 카드에 적힌 수가 짝수일 확률은  $\frac{2}{5}$ 이다.

확률의 곱셈정리에 의하여 이 경우의 확률은

$$\frac{2}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$$

주사위를 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수가 아닐 확률은  $\frac{4}{6}$

이고, 주머니 B에서 꺼낸 카드에 적힌 수가 짝수일 확률은  $\frac{3}{6}$

이다.

확률의 곱셈정리에 의하여 이 경우의 확률은

$$\frac{4}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{3}$$

따라서 조건부확률의 정의에 의하여 구하는 확률은

$$\frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{15} + \frac{1}{3}} = \frac{2}{7}$$

답 ④

## K055 | 답 ④

[풀이]

흰 공과 검은 공을 각각 ○, ●라고 하자.

$$A(\text{○}) \Rightarrow B(\bullet, \bullet, \bullet): \frac{1}{3} \times \frac{{}_3C_3}{{}_7C_3} = \frac{1}{105}$$

$$A(\bullet) \Rightarrow B(\bullet, \bullet, \bullet): \frac{2}{3} \times \frac{{}_4C_3}{{}_7C_3} = \frac{8}{105}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \left( \frac{1}{105} + \frac{8}{105} \right) = \frac{32}{105}$$

답 ④

## K056 | 답 ①

[풀이]

7 이하의 자연수 중에서 홀수는 1, 3, 5, 7이고, 짝수는 2, 4, 6이므로 7 이하의 자연수 중에서 짝수의 개수는 3이다. 5 번째까지 시행을 한 후 시행을 멈추기 위해서는 4번째 시행까지 짝수가 적혀 있는 공과 홀수가 적혀 있는 공이 나오는 횟수가 각각 2, 2이어야 하고, 5번째 시행에서는 짝수가 적힌 공