기·출·의 파·급·효·과

확률과 통계 워크북

확률과 통계 워크북

기출의 파급효과

orbi.kr

확률과 통계

Chapter 01. 경우의 수와 확률을 다루는 기본적인 도구_8p

Chapter 02. 여사건, 부분 여사건_27p

Chapter 03. 자주 나오는 상황 유형 정리_30p

Chapter 04. 확률과 경우의 수의 차이점, 조건부확률, 독립시행_41p

Chapter 05. 이산확률변수의 확률분포_56p

Chapter 06. 표본평균, 연속확률변수의 확률분포, 모평균 추정_61p

저자의 말

안녕하세요. 오르비 파급효과입니다. 집필한 지 5년째네요. EBS 선별, 기출의 파급효과 시리즈를 통해 큰 사랑을 받았습니다. 여기까지 오는데 너무 과분한 사랑을 주신 분들 너무 감사합니다. 이제 본격적으로 교재 소개를 해보겠습니다.

저는 다음과 같은 교재를 만들었습니다.

1. 기출의 파급효과에는 확률과 통계 기출을 푸는 데 정말 필요한 태도와 도구만을 모두 정리했습니다.

각 Chapter를 나누는 기준이 교과서 목차가 아닌 기출을 푸는 데 정말 필요한 태도와 도구입니다. 기존 개념서들보다 훨씬 얇습니다. 빠르게 실전 개념을 정리할 수 있습니다. 예제 해설까지 꼼꼼히 읽는다면 준킬러, 킬러 문제에서 생각의 틀이 확실히 잡힐 것입니다. 각 Chapter를 '순서대로' 학습하신다면 더욱 큰 학습효과를 기대할 수 있습니다.

2. 최중요 준킬러 이상급의 기출을 기출의 파급효과 칼럼 예제로 들어 칼럼에서 배운 태도와 도구를 바로 활용할 수 있도록 하였습니다.

확률과 통계 기출 중 킬러는 물론 오답률이 높은 문제들을 예제로 들었습니다. 본문 속 태도와 도구가 킬러, 준킬러에서 어떻게 보편적으로 이용되는지 직접 확인한다면 태도와 도구들이 더욱 와닿을 것입니다. 어떠한 한 문제에만 적용되는 특수한 스킬 같은 것이 아닙니다.

예제로 든 평가원 기출을 태도와 도구뿐만 아니라 진화 단계별로도 배치했습니다. 예제들을 '순서대로' 풀다보면 자연스럽게 기출의 진화과정을 느낄 수 있습니다. 기출의 진화과정을 느낀다면 자연스럽게 기출에 대한 태도와 도구들이 정리됩니다. 태도와 도구 정리가 완성되면 최종 진화 형태인 후반부의 최신 기출문제는 혼자 clear 할 수 있고 이에 대한 보람을 느끼실 겁니다.

예전 킬러 문제에 쓰였던 아이디어 2개 이상이 현재의 준킬러, 킬러에 쓰입니다. 수능 때 킬러를 풀 생각이 없어 과거의 킬러를 제대로 학습하지 않는 우를 범한다면 준킬러도 못 풀거나 빨리 풀기 힘듭니다. 따라서 태도와 도구를 기반으로 한 기출의 킬러 학습은 필수입니다.

3. 평가원 문항뿐만 아니라 교육청, 사관학교 문항도 중요한 기출들입니다.

교육청 및 사관학교 문제가 진화한 형태가 평가원에 출제되고 있습니다. 따라서 기존 평가원 기출만을 푸는 것만으로 매년 빠르게 발전하는 수능을 대비하기에는 부족합니다. 하지만 교육청 및 사관학교 문제들까지 모두 풀자니 양이 너무 많습니다.

이를 해결하기 위해 핵심적인 평가원, 교육청, 사관학교 문제를 필요한 만큼만 선별했습니다.
기출의 파급효과에는 평가원, 교육청, 사관학교 기출 중 가장 핵심이 되는 102문제를 담았습니다.

※ 문제 좌표에서 '나형' 또는 'A형' 또는 '인문계'라고 표시된 것을 제외하면 전부 '가형' 또는 'B형' 또는 '자연계' 기출입니다.

4. 예제 해설과 유제 해설은 문제를 푸는데에 있어 필요한 생각의 흐름을 매우 자세하게 담았습니다.

예제 해설과 유제 해설은 단계별로 분리되어 있어 이해가 더욱 쉽습니다. 문제에서 필요한 태도와 도구들을 어떻게 쓰는지 과외처럼 매우 자세히 알려줍니다.

5. 더 많은 좋은 기출을 풀어보고 싶은 학생들을 위하여 기출의 파급효과 워크북 전자책도 준비하였습니다.

기출의 파급효과 워크북은 기출에 대한 태도와 도구를 체화하기 시키기 위해 예제보다는 다소 쉬운 유제 180문제로 구성되어 있습니다. 워크북의 유제는 연도순으로 배치되어있습니다.

본권과의 호환성을 위하여 워크북에 담긴 기출 역시 본권의 목차를 따릅니다. **본권 학습을 하면서 워크북도 병행한다면 효과도 배가 될 것입니다.** 본권을 잘 학습하셨다면 워크북에 담긴 기출도 무리 없이 풀릴 겁니다.

본권을 학습하고 더 이상의 기출보단 n제로 학습하길 희망하는 학생들은 n제로 넘어가셔도 좋습니다.
본권만으로도 정말 중요한 기출을 거의 다 본 것이나 마찬가지이기 때문입니다.

짧거나 쉬운 Chapter는 2~3일을 잡으시고 길거나 어려운 Chapter는 6~7일 정도를 잡으시면 됩니다.
이를 따른다면 교재를 빠르면 한 달 내로 늦어도 두 달 내로 완료할 수 있을 것입니다.

개념을 한 번 떼고 쉬운 3~4점 n제(쎈 등등)를 완료한 후 혼자 힘으로 할 수 있는 만큼 기출을 한 번 정도 열심히 풀고 기출의 파급효과를 시작하면 효과가 좋을 것입니다.

9월 평가원을 응시하기 전에 본권 워크북을 '제대로' 1회독을 완료하기만 해도 실력이 부쩍 늘어나 있을 것입니다. 9월 평가원 이후 수능 전까지는 기출의 파급효과에서 잘 안 풀렸던 기출 위주로 다시 풀며 끊임없이 실전 모의고사로 실전 연습을 한다면 수능 때도 분명 좋은 결과가 있을 것입니다.

수학 1등급, 아직 늦지 않았습니다. 마지막으로 한 번쯤 봐야 할 기출, 기출의 파급효과와 함께 합시다.

파급의 기출효과

cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 시리즈는 기출 분석서입니다. 기출의 파급효과 시리즈는 국어, 수학, 영어, 물리학 1, 화학 1, 생명과학 1, 지구과학 1, 사회·문화가 예정되어 있습니다.

준킬러 이상 기출에서 얻어갈 수 있는 '꼭 필요한 도구와 태도'를 정리합니다.

'꼭 필요한 도구와 태도' 체화를 위해 관련도가 높은 준킬러 이상 기출을 바로바로 보여주며 체화 속도를 높입니다.
단시간 내에 점수를 극대화할 수 있도록 교재가 설계되었습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.

교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

기출의 파급효과 팀 소속 오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.
위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

모킹버드

mockingbird.co.kr
수능 대비 온라인 문제은행

모킹버드는 수능 대비에 초점을 맞춘 문제은행 서비스입니다. AI 문항 추천 알고리즘을 통해 이용자의 학습에 최적화된 맞춤형 모의고사를 제공하여 효율적인 수능 성적향상을 목표로 합니다. **수학, 과탐을 서비스 중입니다.**

문항 제작과 검수에 기출의 파급효과 팀뿐만 아니라 지인선 님을 포함한 시대/강대/메가 컨텐츠 팀에서 근무하였고 여러 문항 공모전에서 수상한 이력이 있는 여러 문항 제작자들이 함께 하였습니다.
웹 개발과 알고리즘 개발에는 서울대 컴공, 카이스트 전산학부 출신 개발자들이 참여하였습니다.

모킹버드를 통해 싸고 맛좋은 실모를 온라인으로 뽑아 풀어보고,
AI 문항 추천 알고리즘 기술의 도움을 받아 학습 효율을 극대화해보세요.
가입만 해도 기출은 무제한 무료 이용 가능하고, 자작 실모 1회도 무료로 제공됩니다.

Chapter

02

여사건, 부분 여사건

유제

01 15학년도 6월 평가원 20번

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는? [4점]

(가) $a+b+c=6$
(나) 좌표평면에서 세 점 $(1, a)$, $(2, b)$, $(3, c)$가 한 직선 위에 있지 않다.

① 19 ② 20 ③ 21
④ 22 ⑤ 23

02 16학년도 6월 평가원 27번

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, u의 모든 순서쌍 (x, y, z, u)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $x+y+z+u=6$
(나) $x \neq u$

03 18학년도 9월 평가원 나형 16번

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z)의 개수는? [4점]

(가) $x+y+z=10$
(나) $0<y+z<10$

① 39 ② 44 ③ 49
④ 54 ⑤ 59

04 17년 10월 교육청 나형 28번

다음 조건을 만족시키는 세 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $abc=180$
(나) $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$

05 19학년도 6월 평가원 10번

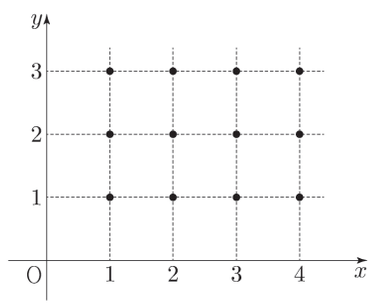
어느 지구대에서는 학생들의 안전한 통학을 위한 귀가도우미 프로그램에 참여하기로 하였다. 이 지구대의 경찰관은 모두 9명이고, 각 경찰관은 두 개의 근무조 A, B 중 한 조에 속해있다. 이 지구대의 근무조 A는 5명, 근무조 B는 4명의 경찰관으로 구성되어 있다. 이 지구대의 경찰관 9명 중에서 임의로 3명을 동시에 귀가도우미로 선택할 때, 근무조 A와 근무조 B에서 적어도 1명씩 선택될 확률은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

06 20학년도 9월 평가원 나형 14번

다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 점 $(a,\ b)$중에서 임의로 서로 다른 두 점을 선택할 때, 선택된 두 점 사이의 거리가 1보다 클 확률은? [4점]

(가) a, b는 자연수이다.
(나) $1 \le a \le 4,\ 1 \le b \le 3$

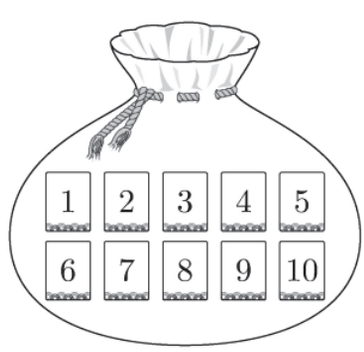


① $\frac{41}{66}$ ② $\frac{43}{66}$ ③ $\frac{15}{22}$

④ $\frac{47}{66}$ ⑤ $\frac{49}{66}$

07 22학년도 수능 확률과 통계 26번

1부터 10까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 3장을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적혀있는 세 자연수 중에서 가장 작은 수가 4 이하이거나 7 이상일 확률은? [3점]



① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{13}{15}$

④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{14}{15}$

08 23년 10월 교육청 확률과 통계 29번

다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a \le b \le c \le 8$
(나) $(a-b)(b-c)=0$

CHAPTER

02 해설

01 15학년도 6월 평가원 20번

답 : ⑤

1. **먼저 실수를 방지하기 위해 '음이 아닌 정수'에 동그라미 쳐주자.** 조건 (가)를 만족시키는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{H}_6 = 28$가지이다.

2. 여사건이 더 편할까? (나)^C**는 '세 점** $(1, a)$, $(2, b)$, $(3, c)$**가 한 직선 위에 있는 사건'이다.**
   (가)$\cap$(나)를 **만족시키는 순서쌍** $(a,\ b,\ c)$**의 개수보다** (가)$\cap$(나)^{C}를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하기가 훨씬 쉬워 보인다.

3. (가)$\cap$(나)^{C}는 $a+b+c=6$을 만족하며 세 점 $(1, a)$, $(2, b)$, $(3, c)$가 한 직선 위에 있게 하는 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수이다.

   세 점 $(1, a)$, $(2, b)$, $(3, c)$가 한 직선 위에 있게 하려면 a, b, c가 등차수열을 이뤄야 하므로 $2b = a + c$이다. $a+b+c=6$이므로 여기에 $2b = a + c$를 대입하면 $a+c=4$, $b=2$이다.

   $a+c=4$를 만족하는 순서쌍 (a, c)의 개수는 ${}_2\mathrm{H}_4 = 5$이다.
   따라서 (가)$\cap$(나)^{C}에 해당하는 경우의 수는 5이다.

4. 조건 (가), 조건 (나)를 동시에 만족시키는 경우의 수는 $28 - 5 = 23$이다.

02 16학년도 6월 평가원 27번

답 : 68

1. **먼저 실수를 방지하기 위해 '음이 아닌 정수'에 동그라미 쳐주자.** 조건 (가)를 만족시키는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{H}_6 = 84$가지이다.

2. 여사건이 더 편할까? (나)^{C}는 $x = u$**인 사건이다. (가)$\cap$(나)를 만족시키는 순서쌍** (x, y, z, u)**의 개수보다** (가)$\cap$(나)^{C}를 만족시키는 순서쌍 (x, y, z, u)의 개수를 구하기가 훨씬 쉬워 보인다.

3. (가)$\cap$(나)^{C}는 $x+y+z+u=6$, $x=u$를 동시에 만족시키는 순서쌍 (x, y, z, u)의 개수이다. $x = u$이면 $2x+y+z=6$이다. x를 **기준**으로 CASE 분류를 하자.

(1) $x=0$일 때 $y+z=6$을 만족하는 순서쌍 (y, z)의 수는 ${}_2\mathrm{H}_6={}_7\mathrm{C}_1=7$

(2) $x=1$일 때 $y+z=4$을 만족하는 순서쌍 (y, z)의 수는 ${}_2\mathrm{H}_4={}_5\mathrm{C}_1=5$

(3) $x=2$일 때 $y+z=2$을 만족하는 순서쌍 (y, z)의 수는 ${}_2\mathrm{H}_2={}_3\mathrm{C}_1=3$

(4) $x=3$일 때 $y+z=0$을 만족하는 순서쌍 (y, z)의 수는 ${}_2\mathrm{H}_0={}_1\mathrm{C}_1=1$

4. (가)$\cap$(나)^{C}에 해당하는 경우의 수는 $7+5+3+1=16$이다. 따라서 조건 (가), 조건 (나)를 동시에 만족시키는 경우의 수는 $84-16=68$이다.

03 18학년도 9월 평가원 나형 16번

답 : ④

1. **먼저 실수를 방지하기 위해 '음이 아닌 정수'에 동그라미 쳐주자.** 조건 (가)를 만족시키는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{H}_{10}=66$가지이다.

2. 여사건이 더 편할까? (나)^C**는 '**$y+z\le 0$ **또는** $y+z\ge 10$**'이다. (가)$\cap$(나)를 만족시키는 순서쌍** $(x,\ y,\ z)$**의 개수보다** (가)$\cap$(나)^{C}를 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수를 구하기가 훨씬 쉬워 보인다.

3. (가)$\cap$(나)^{C}의 개수는 $x+y+z=10$, $y+z=0$ 또는 $y+z=10$을 동시에 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수이다.

   (1) $y+z=0$일 때
   $x=10$이다. $y+z=0$을 만족하는 순서쌍 (y, z)의 수는 ${}_2\mathrm{H}_0={}_1\mathrm{C}_0=1$이다.

   (2) $y+z=10$일 때
   $x=0$이다. $y+z=10$을 만족하는 순서쌍 (y, z)의 수는 ${}_2\mathrm{H}_{10}={}_{11}\mathrm{C}_1=11$이다.

4. (가)$\cap$(나)^{C}에 해당하는 경우의 수는 $1+11=12$이다. 따라서 조건 (가), 조건 (나)를 동시에 만족시키는 경우의 수는 $66-12=54$이다.

04 17년 10월 교육청 나형 28번

답 : 96

1. $180=2^2\times 3^2\times 5^1$이다. $a=2^{a_1}\times 3^{a_2}\times 5^{a_3}$, $b=2^{b_1}\times 3^{b_2}\times 5^{b_3}$, $c=2^{c_1}\times 3^{c_2}\times 5^{c_3}$ 라 하자.
   a, b, c가 자연수이므로 a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3**는 모두 음이 아닌 정수이다.**
   ※ a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3는 꼭 자연수여야 한다고 착각하기 쉬우니 주의하자.

   조건 (가)를 만족하려면 $a_1+b_1+c_1=2$, $a_2+b_2+c_2=2$, $a_3+b_3+c_3=1$을 동시에 모두 만족해야 한다.

$a_1+b_1+c_1=2$를 만족하는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{H}_2=6$이다.
$a_2+b_2+c_2=2$를 만족하는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{H}_2=6$이다.
$a_3+b_3+c_3=1$를 만족하는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{H}_1=3$이다.

따라서 조건 (가)를 만족하는 순서쌍 (a, b, c) 개수는 $6\times6\times3=108$이다.

2. 여사건이 더 편할까? (나)^{C}는 '$a=b$ **또는** $b=c$ **또는** $c=a$'**이다.**
$\sqrt[3]{180}$**이 자연수가 아니므로** $a=b=c$**인 사건은 없다.**
따라서 (가)∩(나)를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c)**의 개수보다** (가)∩(나)^{C}를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하기가 훨씬 쉬워 보인다.

3. (가)∩(나)^{C}는 $abc=180$, $a=b$ 또는 $b=c$ 또는 $c=a$를 동시에 만족시키는 순서쌍 (a, b, c)의 개수이다.

이를 만족하는 a, b, c 구성에는 $(1, 1, 180)$, $(2, 2, 45)$, $(3, 3, 20)$, $(6, 6, 5)$가 있다.
각 구성마다 a, b, c에게 분배하는 경우의 수는 $\frac{3!}{2!}=3$이므로
(가)∩(나)^{C}를 만족하는 순서쌍 (a, b, c)의 개수는 $4\times3=12$이다.

4. 따라서 조건 (가), 조건 (나)를 동시에 만족시키는 경우의 수는 $108-12=96$이다.

05 19학년도 6월 평가원 10번

답 : ⑤

1. 경찰관 9명 중 3명의 귀가도우미를 선택하는 경우의 수는 ${}_9\mathrm{C}_3$이다.

2. 여사건이 더 편할까? **'근무조 A와 근무조 B에서 적어도 1명씩 선택되는 사건'의 여사건은** '근무조 A에서만 3명의 귀가도우미가 선택되거나 근무조 B에서만 3명의 귀가도우미가 선택되는 사건'이다.
여사건을 이용하는 것이 편해 보인다.

3. 근무조 A에서만 3명의 귀가도우미가 선택되거나 근무조 B에서만 3명의 귀가도우미가 선택되는 사건의 경우의 수를 구해보자.

근무조 A에서만 3명이 선택되는 사건의 경우의 수는 ${}_5\mathrm{C}_3$이다.
근무조 B에서만 3명이 선택되는 사건의 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_3$이다.
따라서 근무조 A에서만 3명의 귀가도우미가 선택되거나 근무조 B에서만 3명의 귀가도우미가 선택되는 사건의 경우의 수는 ${}_5\mathrm{C}_3+{}_4\mathrm{C}_3$이다.

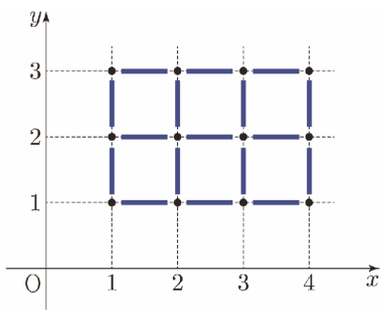
4. 임의로 3명을 동시에 귀가도우미로 선택할 때, 근무조 A와 근무조 B에서 적어도 1명씩 선택될 확률은 $1-\frac{{}_5\mathrm{C}_3+{}_4\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$이다.

06 20학년도 9월 평가원 나형 14번

답 : ⑤

1. 12개의 점 중 서로 다른 점 2개를 고르는 경우의 수는 $_{12}C_2 = 66$이다.

2. 여사건이 더 편할까? '선택된 두 점 사이의 거리가 1보다 클 사건'의 **여사건은 선택된 두 점 사이의 거리가 1인 경우뿐**이다. 선택된 두 점 사이의 거리가 1보다 작아질 수 없기 때문이다.
   따라서 여사건을 이용하는 것이 훨씬 편하다.



   위의 그림에서 알 수 있듯이 선택된 두 점 사이의 거리가 1인 경우의 수는 $3\times3+2\times4=17$이다.
   따라서 선택된 두 점 사이의 거리가 1보다 클 사건의 경우의 수는 $66-17=49$이다.

3. 선택된 두 점 사이의 거리가 1보다 클 확률은 $\frac{49}{66}$이다.

07 22학년도 수능 확률과 통계 26번

답 : ③

1. 카드에 적혀 있는 세 자연수 중 가장 작은 수가 4 이하이거나 7 이상인 사건을 A라 하면
   가장 작은 수가 4보다 크고 7보다 작은 경우, 즉 5 또는 6인 사건은 A^C이다.

2. 10장의 카드 중 3장을 동시에 꺼내는 전체 경우의 수는 $_{10}C_3 = 120$이다.
   가장 작은 수가 5인 경우의 수는 5보다 큰 6부터 10까지의 카드 중 2장을 동시에 꺼내는 경우의 수와 같으므로 $_5C_2 = 10$이다.

   동일한 방법으로 가장 작은 수가 6인 경우의 수는 6보다 큰 7부터 10까지의 카드 중 2장을 동시에 꺼내는 경우의 수와 같으므로 $_4C_2 = 6$이다.

   따라서 여사건의 경우의 수는 16이므로 구하고자 하는 확률은 $1-\frac{16}{120}=1-\frac{2}{15}=\frac{13}{15}$이다.

08 23년 10월 교육청 확률과 통계 29번

답 : 64

1. $(a-b)(b-c)=0$ 이면 $a=b$ 또는 $b=c$ 이고,
   $(a-b)(b-c)\neq 0$ 이면 $a<b$, $b<c$ 이므로 $a<b<c$ 이다.
   조건 (나)를 만족시키지 않는 상황이 편하므로, 부분 여사건을 활용하자.

2. 조건 (가)를 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는
   1 부터 8 까지의 자연수 8 개 중에서 중복을 허락하여 3 개의 자연수를 선택하는 경우의 수이므로
   ${}_8\mathrm{H}_3 = {}_{10}\mathrm{C}_3 = 120$ 이다.
   조건 (가)를 만족시키고, 조건 (나)를 만족시키지 않는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $1 \le a < b < c \le 8$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수이므로
   ${}_8\mathrm{C}_3 = 56$ 이다.

   따라서 구하는 순서쌍의 개수는 $120-56=64$ 이다.