

고1 수학 치트키

수학의 구조 Part I × 초격차 문제분석



어수강 수학

들어가며

① 이 파일은 “맞보기 파일”입니다. 문제 1번부터 3번까지 모두 풀어본 후에 아래 QR코드로 공부하면 됩니다. 본 전자책에는 문제 14번까지 모든 문제의 해설 영상이 QR코드에 담겨 있습니다.



② 본 전자책에서는 “**수학의 구조 Part I**”에서 다루는 내용을 근간으로 체계적&압도적인 문제 풀이 방법을 소개합니다. **공통수학(고1)의 문제를 예로 들고 있지만, 내신·수능·면접·논술의 모든 문제에 적용가능한 Master Key이자 치트키입니다.**

이 책에서 다루는 내용에 대해 충분히 고민해보고, 철저한 복습을 통해 책의 내용을 온전히 자신의 것으로 만드는 것을 강력하게 권장합니다. **이 책의 내용을 숙지한 후에, 여러분이 공부하는 교재의 모든 개념과 문제에 이를 적용하기 위해 노력해야 합니다.** 이와 같이 ‘성실’하게 ‘노력’한다면 시행착오는 줄어들고, 수학 1등급까지 걸리는 시간은 단축되며, 그 과정은 즐거워질 것입니다. 그리고 그 결과 압도적인 1등급 및 최상위권 대학 진학도 어렵지 않을거라 생각합니다.

③ 전자책 “**수학의 구조 Part I**”은 다음 링크에 docs.orbi.kr/docs/13742/에서 확인 가능합니다.

④ 고2를 위한 연습문제, 수험생을 위한 연습문제와 해설을 담은 책을 추가로 출간할 계획입니다.

추가 문제

[문제1] 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2023)$ 의 값을 구하시오.¹

(가) $f(x) = 2 - |x - 3|$ ($1 \leq x \leq 5$)

(나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(5x) = 5f(x)$ 이다.

[문제2] 이차방정식 $x^2 - \sqrt{2}x + 2 = 0$ 의 서로 다른 두 근 α, β 에 대하여 다음 식의 값을 구하시오.²

$$\frac{(1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^{11})(1 + \beta + \beta^2 + \cdots + \beta^{11})}{3 + \sqrt{2}}$$

[문제3] 수열 $\{a_n\}$ 은 $0 < a_1 < 1$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$

(나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_8 - a_{15} = 63$ 일 때, $\frac{a_8}{a_1}$ 의 값을 구하시오.³

[문제4] x 에 대한 다항식 $P(x) = x^4 - (2n + 9)x^2 + n^2$ 이 계수가 정수인 일차식의 곱으로만 인수분해되도록 하는 100 이하의 자연수 n 의 개수를 구하시오.⁴

[문제5] 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $\frac{z^2}{1+z}$ 와 $\frac{z^2+1}{z}$ 이 모두 실수일 때, $z^4 + \bar{z}^4$ 의 값을 구하시오. (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수)⁵

[문제6] 두 다항식 $f(x) = x^2 + x + 1$, $g(x) = ax^2 + bx + 2$ 에 대하여, $f(x) = 0$ 의 두 근 α, β 가

$$g(\alpha^2) = 3\alpha \text{이고 } g(\beta^2) = 3\beta$$

를 만족할 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오. (단, $a \neq 0$)⁶

[문제7] x 에 대한 이차방정식 $x^2 - px + p + 3 = 0$ 이 허근 α 를 가질 때, α^3 이 실수가 되도록 하는 실수 p 를 모두 곱한 값을 구하시오.⁷

[문제8] $-1 \leq x \leq 1$ 에서 부등식 $x + a \leq x^2 \leq 2x + b$ 가 항상 성립할 때, $b - a$ 의 최솟값을 구하시오. (단, a, b 는 상수)⁸

[문제9] 정수 a 와 실수 x, y, z 에 대하여

$$x + y - z = 1, \quad x - y = 6, \quad 3y + z = 5a$$

가 성립할 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값을 구하시오.⁹

[문제10] 서로 다른 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a - b = 5, a - c = 2$ 이고

$$a^2(b - c)^3 + b^2(c - a)^3 + c^2(a - b)^3 = -180$$

이 성립할 때, $|ab + bc + ca|$ 의 값을 구하시오.¹⁰

[문제11] 두 양수 a, b 에 대하여

$$\frac{(a^2 + 1)b}{a - 1} = 5 \text{이고} \frac{a^2(b + 1)}{a + 1} = \frac{8}{3}$$

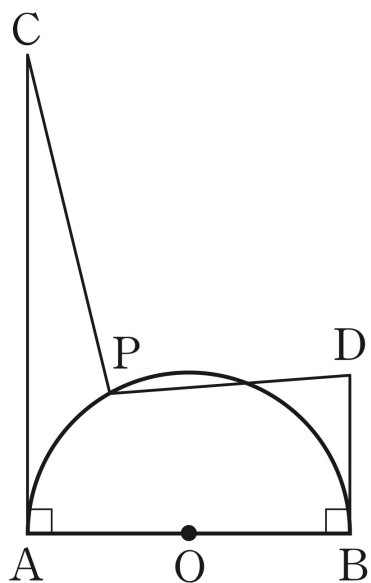
가 성립할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.¹¹

[문제12] 두 이차함수 $f(x) = ax^2 - 2ax + 3$, $g(x) = -3x^2 + 6x - 1$ 에 대하여

모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > g(x)$

가 성립하도록 하는 하는 상수 a 의 값의 범위를 구하시오.¹²

[문제13] 다음 그림의 반원에서 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{BD} = 2$ 이고, $\overline{AB} \perp \overline{AC}$, $\overline{AB} \perp \overline{BD}$ 이다.
 점 P가 반원의 호 AB 위를 움직일 때, 다각형 ACPDB의 넓이의 최댓값을 구하시오.¹³



[문제14] 함수 $y = f(x)$ 와 그 역함수 $y = g(x)$ 에 대하여

$$f\left(2g(x) - \frac{4x + 7}{2x - 5}\right) = x$$

가 성립할 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오.¹⁴

맺음말

: 그저 열심히‘만’ 공부 중인가요? **잘못된 방법으로 그저 열심히‘만’ 공부한다면 ‘노력’이 당신을 ‘배신’할 수도 있습니다.** 열심히 공부하는데도 성적이 오르지 않는다면 공부 방법을 바꾸어야 합니다. **수학의 구조와 원리에 대한 이해를 바탕으로 공부한다면 훨씬 쉽고 재미있게 공부할 수 있습니다.**

이 책에서는 효과적인 공부방법을 제시하고, 이에 대한 이해를 돕기 위해 내신 · 수능 · 논술 · 면접 기출 문항 등 다양한 예제를 제시하였지만, 사실은 수학의 모든 문제가 예제입니다. 공부 방법을 숙지한 후에는 수학의 개념과 문제에 이를 적용하기 위한 노력해야 합니다.

공부 방법을 바꾸는 것은 무척 어려운 일이지만 ‘의식적’으로 ‘노력’한다면 충분히 가능합니다. **이 책의 내용을 숙지한 후에 수학의 모든 개념과 문제에 이를 적용해 공부한다면, 시행착오는 줄어들고, 수학 1등급까지 걸리는 시간은 단축되며, 그 과정은 즐거워질 것입니다.** 이를 통해 수학에 대한 흥미와 자신감을 되찾고, 수학 시험뿐 아니라 대학 입시에서도 좋은 결과를 거두기를 바랍니다.

더 많은 전자책, 무료 칼럼, 손풀이, 강의가 보고싶다면?

- 어수강 수학 홈페이지 (강의) : soogangmath.com
- 어수강 선생님 블로그 (칼럼, 손풀이) : blog.naver.com/math-fish
- 어수강 선생님 유튜브 (해설 영상) : youtube.com/@soogangmath
- 서울대 박사가 알려주는 수학의 비밀 (전자책) : docs.orbi.kr/docs/11799/
- 당신이 수학을 망치는 N가지 이유 (전자책) : docs.orbi.kr/docs/11802/
- 수학의 구조 Part I (전자책) : docs.orbi.kr/docs/13742/

어수강 선생님 소개

[약력]

서울대학교 이학박사 (Ph.D. in Mathematics)

(前) 하나고등학교 교사

(前) 서울과학고등학교 교사

(前) EBS & KAIST 수학캠프 지도교사

(前) 서울대학교 과학영재원 지도교사

(現) 어수강 수학 학원 원장

하나고, 민사고, 외대부고 및 강남지역 최상위권 학생 지도
최근 10년간 지도한 학생의 70% 이상 SKY 및 의치한 진학
이산수학 교과서 집필 및 문항 제작, 교재 및 논문 검토 다수

[논문]

석사논문

[A study on competition numbers of planar graphs \(2016\)](#)

박사논문

[Study on structures of digraphs and graphs in the aspect of their holes \(2019\)](#)

국제 전문학술지 게재 논문¹⁾

1. [On \(1, 2\)-step competition graphs of bipartite tournaments \(2017\)](#)
2. [The partial order competition dimensions of bipartite graphs \(2019\)](#)
3. [A graph with the partial order competition dimension greater than five \(2019\)](#)
4. [The graph grabbing game on \$\{0, 1\}\$ -weighted graphs \(2019\)](#)
5. [The niche graphs of bipartite tournaments \(2020\)](#)
6. [On \$m\$ -step competition graphs of bipartite tournaments \(2020\)](#)
7. [On chordal phylogeny graphs \(2021\)](#)
8. [The niche graphs of multipartite tournaments \(2023\)](#)
9. [The phylogeny number of a graph in the aspect of its triangles and diamonds \(2025\)](#)

¹⁾현재 국제 전문학술지에 투고하여 심사 중인 논문은 scholar.google.com에서 “Soogang Eoh”로 검색하면 확인하실 수 있습니다.

정답

- ¹[문제1] 1102
²[문제2] 567
³[문제3] 92
⁴[문제4] 8
⁵[문제5] -1
⁶[문제6] $a = 5$ 이고 $b = 2$
⁷[문제7] -3
⁸[문제8] $\frac{13}{4}$
⁹[문제9] $a = -2$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은 19
¹⁰[문제10] 6
¹¹[문제11] 3
¹²[문제12] $-3 \leq a < 0$ 또는 $0 < a < 1$
¹³[문제13] $8 + 4\sqrt{2}$
¹⁴[문제14] $\frac{27}{4}$