

경기대학교 수리논술 맛보기

실제 문제와 상세해설 발췌

C01 원본 문제편 6~8쪽

C01 원본 상세해설편 9~11쪽

전체자료가 아닌 발췌본입니다.

C01 · 소인수의 개수와 경우 분류

2026학년도 본시험 A-1 · 2027 공식 가이드 PDF 82쪽

유형의 정의

곱셈을 소인수 개수의 덧셈으로 바꾸고, 수의 범위를 이용하여 경우를 빠짐없이 세는 유형이다.

대표 선정 근거

2026 본시험에서 경우 분류와 수열의 합을 한 함수로 연결한다. 소수의 중복을 허용하는 정의를 정확히 읽는 훈련에 적합하다.

출제의도 · 평가 요소

소수와 소인수에 대한 기본 개념을 이해하고 경우를 체계적으로 분류하며, 주어진 정의와 수열의 합을 적용하는 능력을 평가한다.

교과 단원

수학: 경우의 수와 다항식의 연산. 수학 I : 수열의 합.

개념 연결

$f(uv) = f(u) + f(v)$, $f(v^n) = nf(v)$. 서로소라는 조건이 없어도 소인수의 지수는 곱셈에서 더해진다.

풀이 흐름

필수 소인수 분리 → 작은 소수의 범위 → 경우 분류 → 합의 성질 적용.

답안 점검

소수를 서로 다르게 제한하지 않았는지, 같은 곱을 두 번 세지 않았는지 확인한다.

관련 기출훈련

워크북 W01에서 같은 원전 문항을 재훈련합니다.

분석 근거: 2027 공식 가이드 PDF 83쪽

C01 · 원전 제시문

2026학년도 본시험 A-1 · 2027 공식 가이드 PDF 82쪽

가 · 경우의 수

다양한 상황에서 경우의 수를 구하는 체계적인 방법이 존재한다. 경우의 수를 세는 방법을 통해 사건이 일어날 수 있는 모든 경우를 분류하고 체계화하는 수학적 사고를 경험할 수 있으며, 이는 합리적인 의사 결정의 중요한 도구가 된다.

나 · 합의 기호

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 합의 기호 $\sum$ 를 사용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k.$$

제시문 수학 내용 재조판 · 도형은 같은 원전에서 추출

C01 · 원전 문제

대표기출 분석 · 2소문항

2026학년도 본시험 A-1 · 2027 공식 가이드 PDF 82쪽

자연수 m 을 소수의 곱 $p_1 p_2 \cdots p_n$ 으로 나타낼 때 $f(m) = n$ 이라 하자. 단, $f(1) = 0$ 이다. 예를 들어 $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ 이므로 $f(12) = 3$ 이다.

(1) 210의 배수이고 $f(m) = 6$ 인 10000 이하의 자연수 m 의 개수를 구하시오.

(2) 자연수 a, b 가 $f(a) = 5, f(b) = 3$ 을 만족할 때 다음의 값을 구하시오.

$$\sum_{n=1}^{10} f(nab^n)$$

조건을 식으로 옮기고, 계산의 근거와 결론을 함께 쓰세요.

C01 · 소인수의 개수와 경우 분류

2026학년도 본시험 A-1 · 2027 공식 가이드 PDF 82쪽

유형의 정의

곱셈을 소인수 개수의 덧셈으로 바꾸고, 수의 범위를 이용하여 경우를 빠짐없이 세는 유형이다.

대표 선정 근거

2026 본시험에서 경우 분류와 수열의 합을 한 함수로 연결한다. 소수의 중복을 허용하는 정의를 정확히 읽는 훈련에 적합하다.

출제의도 · 평가 요소

소수와 소인수에 대한 기본 개념을 이해하고 경우를 체계적으로 분류하며, 주어진 정의와 수열의 합을 적용하는 능력을 평가한다.

교과 단원

수학: 경우의 수와 다항식의 연산. 수학 I : 수열의 합.

개념 연결

$f(uv) = f(u) + f(v)$, $f(v^n) = nf(v)$. 서로소라는 조건이 없어도 소인수의 지수는 곱셈에서 더해진다.

풀이 흐름

필수 소인수 분리 → 작은 소수의 범위 → 경우 분류 → 합의 성질 적용.

답안 점검

소수를 서로 다르게 제한하지 않았는지, 같은 곱을 두 번 세지 않았는지 확인한다.

관련 기출훈련

워크북 W01에서 같은 원전 문항을 재훈련합니다.

분석 근거: 2027 공식 가이드 PDF 83쪽

C01 · 소인수의 개수와 경우 분류

고교 개념으로 정리한 상세해설

2026학년도 본시험 A-1 · 2027 공식 가이드 PDF 82쪽

정답

(1) 16개 (2) 230

1. 반드시 포함되는 소인수를 먼저 분리한다

$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ 이므로 $m = 210u$ 로 놓으면 $f(m) = 4 + f(u)$ 이다. 따라서 $f(m) = 6$ 이라면 $f(u) = 2$ 여야 한다. 즉, u 는 소수 두 개의 곱이므로

$$m = 210pq, \quad p \leq q, \quad pq \leq \frac{10000}{210} = \frac{1000}{21}$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 p, q 는 같은 소수여도 된다. $p \leq q$ 로 정한 것은 두 소수의 순서만 바꾼 경우를 중복하여 세지 않기 위해서이다.

2. 작은 소수부터 빠짐없이 분류한다

$p^2 \leq pq \leq \frac{1000}{21}$ 이고 $7^2 > \frac{1000}{21}$ 이므로 p 는 2, 3, 5 중 하나이다.

$p = 2$ 일 때 $q \leq \frac{500}{21} < 24$ 이므로 가능한 q 는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23의 9개이다.

$p = 3$ 일 때 $3 \leq q \leq \frac{1000}{63} < 16$ 이므로 가능한 q 는 3, 5, 7, 11, 13의 5개이다.

$p = 5$ 일 때 $5 \leq q \leq \frac{200}{21} < 10$ 이므로 가능한 q 는 5, 7의 2개이다.

소인수분해의 유일성에 의해 서로 다른 위의 쌍은 서로 다른 m 을 만든다. 따라서 구하는 개수는 $9 + 5 + 2 = 16$ 이다. p, q 가 210에 이미 포함된 소수여도 상관없다.

3. 곱의 소인수 개수는 각 소인수 개수의 합이다

곱셈을 하면 같은 소수의 지수도 서로 더해지므로, 자연수 u, v 에 대하여

$$f(uv) = f(u) + f(v), \quad f(v^n) = nf(v)$$

이다. 이 관계는 u, v 가 서로소가 아니어도 성립한다. 따라서

$$f(nab^n) = f(n) + f(a) + nf(b) = f(n) + 5 + 3n.$$

$n = 1, 2, \dots, 10$ 에서 $f(n)$ 은 차례로 0, 1, 1, 2, 1, 2, 1, 3, 2, 2이므로 그 합은 15이다. 따라서

$$\sum_{n=1}^{10} f(nab^n) = 15 + 5 \cdot 10 + 3 \sum_{n=1}^{10} n = 15 + 50 + 3 \cdot 55 = 230.$$

a, b 의 실제 값은 구할 필요가 없다.

모범답안 · 교재 작성

(1) $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ 이고 $f(m) = 6$ 이므로 $m = 210pq$ 로 나타낼 수 있다. 여기서 p, q 는 소수이고 중복을 피하기 위해 $p \leq q$ 로 정한다. $pq \leq \frac{1000}{21}$ 및 $p^2 \leq pq$ 에서 $p = 2, 3, 5$ 만 가능하다. 각 경우 가능한 q 는 각각 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 3, 5, 7, 11, 13, 5, 7이므로 구하는 개수는 $9 + 5 + 2 = 16$ 이다.

(2) 소인수분해에서 곱의 각 지수는 더해지므로 $f(nab^n) = f(n) + 5 + 3n$ 이다. $f(1), \dots, f(10)$ 의 값은 0, 1, 1, 2, 1, 2, 1, 3, 2, 2이고 합은 15이다. 따라서

$$\sum_{n=1}^{10} f(nab^n) = 15 + 50 + 3 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} = 230.$$

오답을 막는 확인

$f(m)$ 은 서로 다른 소수의 개수가 아니다. 예를 들어 $f(8) = 3$ 이다. $p = q$ 인 경우를 제외하지 않으며, $p \leq q$ 로 정하여 같은 수를 두 번 세지 않는다. 곱의 관계를 사용할 때 서로소라는 조건을 추가할 필요도 없다.