

경희대학교 자연계

실제 문제 + 상세해설 맛보기

경희대 자연계 · CORE 02 물을 넣고 빼는 점화식

문제 및 제시문: 원본 PDF 5-5쪽

05_2027_BlueMath_Kyunghee_FINAL_Core12_Questions.pdf

상세해설: 원본 PDF 5-5쪽

06_2027_BlueMath_Kyunghee_FINAL_Core12_V2.pdf

판매 통합본에 포함된 원본 페이지를 그대로 발췌했습니다.

문제와 필요한 제시문, 대응 상세해설을 함께 제공합니다.

전체 자료가 아닌 일부 발췌본입니다.

대학이 제작하거나 승인한 교재가 아닙니다.

수열·귀납법

문제

$$V_{n+1} = V_n - \frac{V_n^2}{4} + 1.$$

- 5/20

CORE 02 물을 넣고 빼는 점화식의 범위와 증가

수열 · 귀납법

2015학년도 경희대학교 수시 자연계 B · 논제 I-1, I-2

문제

첫 단계에서 물의 양은 $V_1 = 1$ 이다. 이후 매 단계에서 현재 물의 양 V_n 의 절반을 제외한 양을 덜어내고 1을 더 넣는다. 따라서

$$V_{n+1} = V_n - \frac{V_n^2}{4} + 1.$$

- (1) 모든 n 에 대해 $0 < V_n < 2$ 임을 수학적 귀납법으로 보이시오.
 (2) 수열 $\{V_n\}$ 이 증가함을 보이시오.

핵심 발상

점화식을 2에서 떨어진 양의 제곱으로 고쳐 쓴다.

강의식 단계 풀이

점화식은

$$V_{n+1} = 2 - \frac{(2 - V_n)^2}{4}$$

이다. $V_1 = 1$ 이고 $0 < V_n < 2$ 이면 $0 < (2 - V_n)^2/4 < 1$ 이므로 $1 < V_{n+1} < 2$. 따라서 귀납적으로 $0 < V_n < 2$. 또

$$V_{n+1} - V_n = 1 - \frac{V_n^2}{4} > 0$$

이므로 엄밀히 증가한다.

실전 슛컷

증가성을 보이기 전에 반드시 $V_n < 2$ 를 먼저 확보한다.

수리논술 모범답안 · 최종 결과

최종 결과 모든 n 에 대해 $0 < V_n < 2$ 이고 $V_{n+1} > V_n$.

채점기준표

- 3점** 핵심 조건을 정확히 식으로 번역한다.
4점 핵심 계산 · 증명 단계를 논리적으로 완성한다.
3점 범위 · 부호 · 끝점 · 최종 결론을 정확히 확인한다.

Blue Math 교재 연계

직접/주요 연계: Lecture 02