

서경대학교 수학

실제 문제 + 상세해설 맛보기

핵심유형 FINAL 01 로그함수 교점과 길이의 비

문제 및 제시문: 원본 PDF 4-4쪽

Seokyeong_Core12_Questions.pdf

상세해설: 원본 PDF 4-5쪽

Seokyeong_Core12_Solutions.pdf

판매 통합본에 포함된 원본 페이지를 그대로 발췌했습니다.

문제와 필요한 제시문, 대응 상세해설을 함께 제공합니다.

전체 자료가 아닌 일부 발췌본입니다.

대학이 제작하거나 승인한 교재가 아닙니다.

FINAL 01 로그함수 교점과 길이의 비

2026학년도 서경대학교 모의논술 · 문제 1

$2 < a < b$, $a : b = 2 : 3$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 직선 $y = 3$ 과 세 곡선

$$y = \log_2 x, \quad y = \log_a x, \quad y = \log_b x$$

가 만나는 점을 각각 A, B, C 라 하자. $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 4$ 이고

$$a^3 + b^3 = \frac{q}{p} \quad (p, q \text{는 서로소인 자연수})$$

일 때, (1) A 의 좌표, (2) $p + q$ 를 구하시오.

답안 작성 포인트 조건을 식으로 바꾸는 첫 줄과, 최종 요구값을 달는 마지막 줄을 반드시 쓰십시오.

답안 작성

FINAL 01 로그함수 교점과 길이의 비

2026학년도 서경대학교 모의논술 · 문제 1

문제

$2 < a < b$, $a : b = 2 : 3$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 직선 $y = 3$ 과 세 곡선

$$y = \log_2 x, \quad y = \log_a x, \quad y = \log_b x$$

가 만나는 점을 각각 A, B, C 라 하자. $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 4$ 이고

$$a^3 + b^3 = \frac{q}{p} \quad (p, q \text{는 서로소인 자연수})$$

일 때, (1) A 의 좌표, (2) $p + q$ 를 구하시오.

핵심 발상 수평선 $y = 3$ 과 로그함수의 교점은 밑을 세제곱한 x 좌표가 된다. 길이의 비를 곧바로 x 좌표 차의 비로 바꾼다.

상세해설

A 는 $y = 3$ 과 $y = \log_2 x$ 의 교점이므로

$$3 = \log_2 x \iff x = 2^3 = 8.$$

따라서

$$A = (8, 3).$$

같은 방식으로 $B = (a^3, 3)$, $C = (b^3, 3)$ 이다. $2 < a < b$ 이므로 $8 < a^3 < b^3$ 이고 세 점은 한 직선 위에서 A, B, C 순서로 놓인다. 따라서 길이는 절댓값을 따로 쓸 필요 없이

$$\overline{AB} = a^3 - 8, \quad \overline{BC} = b^3 - a^3.$$

주어진 비가 $1 : 4$ 이므로

$$\frac{a^3 - 8}{b^3 - a^3} = \frac{1}{4}.$$

즉

$$b^3 - a^3 = 4a^3 - 32. \tag{1}$$

또 $a : b = 2 : 3$ 이므로 양의 실수 k 를 두어

$$a = 2k, \quad b = 3k$$

라 둘 수 있다. (1)에 대입하면

$$27k^3 - 8k^3 = 4 \cdot 8k^3 - 32,$$

$$19k^3 = 32k^3 - 32,$$

따라서

$$13k^3 = 32, \quad k^3 = \frac{32}{13}.$$

이제

$$a^3 + b^3 = (2k)^3 + (3k)^3 = (8 + 27)k^3 = 35 \cdot \frac{32}{13} = \frac{1120}{13}.$$

1120과 13은 서로소이므로 $q = 1120, p = 13$ 이고

$$p + q = 1133.$$

숏컷 / 시험장 판단 비례식에 $a = 2k, b = 3k$ 를 바로 넣으면 미지수가 k^3 하나로 줄어 계산이 매우 짧아집니다.

채점 포인트 교점 $x = 8, a^3, b^3$ 를 얻는 단계, 길이의 비를 차의 비로 바꾸는 단계, $a = 2k, b = 3k$ 치환이 각각 핵심입니다.

최종 답 $A = (8, 3), p + q = 1133$

Blue Math 교재 연계 직접 연계는 약함. 수학 I의 로그함수 기본기이며, 간접적으로 Lecture 11 「함수 그래프의 응용」의 교점 좌표를 식으로 번역하는 구조와 연결됩니다.