

# 숙명여자대학교 자연계

## 실제 문제 + 상세해설 맛보기

숙명여대 자연 · C01 적분하지 않고 정적분 비교하기

문제 및 제시문: 원본 PDF 4-4쪽

Sookmyung\_Natural\_Core12\_Questions.pdf

상세해설: 원본 PDF 5-5쪽

Sookmyung\_Natural\_Core12\_Solutions.pdf

판매 통합본에 포함된 원본 페이지를 그대로 발췌했습니다.

문제와 필요한 제시문, 대응 상세해설을 함께 제공합니다.

전체 자료가 아닌 일부 발췌본입니다.

대학이 제작하거나 승인한 교재가 아닙니다.

## C01 · 적분하지 않고 정적분 비교하기

공식 기출 · 모의논술 발제 · 재구성 | S01 · 원문 PDF 1쪽 | 권장 20분

### 핵심 개념

연속함수의 대소관계는 정적분의 대소관계로 이어진다.  $u, v > 0$ 이면  $\frac{u+v}{2} \geq \sqrt{uv}$ . 적분함수가 복잡하면 먼저 쉬운 함수로 위아래를 감싼다.

다음 두 부등식을 각각 증명하시오.

$$1. \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx \leq \frac{3\pi^2}{8}$$

$$2. \int_1^2 \frac{x^3}{x^6 + x^3 + 1} dx \leq \frac{1}{3}$$

풀이의 근거와 결론을 문장으로 남기세요.

---

---

---

---

---

---

## C01 · 적분하지 않고 정적분 비교하기

2027학년도 모의논술 자연계열(일반) 1-1, 1-2 | S01 · PDF 1쪽

### 정답

두 부등식 모두 성립하며 실제로는 모두 엄격한 부등식이다.

### 출발점

연속함수의 대소관계는 정적분의 대소관계로 이어진다.  $u, v > 0$ 이면  $\frac{u+v}{2} \geq \sqrt{uv}$ . 적분함수가 복잡하면 먼저 쉬운 함수로 위아래를 감싼다.

### 1. 비교 대상 선택

$h(u) = u - \sin u$ 라 두면  $h(0) = 0, h'(u) = 1 - \cos u \geq 0$ . 따라서  $u \geq 0$ 에서  $\sin u \leq u$ 이다.  $u = \frac{1}{x}$ 를 대입하면  $x^2 \sin(\frac{1}{x}) \leq x$ 를 얻는다.

### 2. 첫 번째 적분

$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x^2 \sin(\frac{1}{x}) dx \leq \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x dx = \frac{3\pi^2}{8}$ . 여기서  $0 < \frac{1}{x} < \pi$ 이고  $\sin u < u$ 이므로 실제 부등식은 엄격하다.

### 3. 분모가 3 이상임을 이용하기

$x > 0$ 에서  $x^3 + x^{-3} \geq 2$ 이다. 따라서  $\frac{x^3}{x^6 + x^3 + 1} = \frac{1}{x^3 + 1 + x^{-3}} \leq \frac{1}{3}$ . 길이가 1인 구간에서 적분하면 원하는 결론이다. 등호는  $x = 1$ 에서만 성립하므로 적분에서는 엄격하다.

### 모범답안

$\sin u \leq u$ 에  $u = \frac{1}{x}$ 를 대입하면 첫 적분함수는  $x$  이하이다. 따라서 (1)의 적분은  $\frac{3\pi^2}{8}$  이하이다. (2)는  $x^3 + x^{-3} \geq 2$ 로부터 적분함수가  $\frac{1}{3}$  이하이므로 성립한다.

### 오답을 막는 확인

복잡한 적분의 원시함수를 억지로 구하지 않는다. 점 하나에서 등호가 성립한다고 적분 전체의 등호가 성립하는 것은 아니다.

### 연습용 채점 · 10점

조건과 원리 3점 / 주요 계산·증명 5점 / 결론과 경계 확인 2점.