광운대 수리논술 맛보기

2027학년도 대비 FULL PACKAGE

통합본 1,090쪽 중 문제와 상세해설·모범답안을 함께 담은 발췌본입니다.

이 맛보기에서 확인할 내용

CORE08: 원과 직선의 교점, 넓이함수의 증가·감소와 극값

WB23: 조합의 수와 가능한 답 전체를 찾는 논증

먼저 문제를 읽고 스스로 답안을 작성한 뒤 해설을 확인하세요.

각 본문의 기존 쪽수는 개별 교재 쪽수이며 맛보기 순서와 다릅니다.

판매 구성: 본문 40개 PDF 1,083쪽 + 표지·안내·목차 7쪽

가격: 풀패키지 100,000원

영상강의·개별 첨삭·외부 연계 교재는 포함되지 않습니다.

대학이 제작하거나 승인한 교재가 아닙니다.

검토 방식과 외부 연계 원자료의 확인 제한은 본 상품 안내를 참고하세요.

CORE 08 원과직선의교점 - 넓이함수의극값

2026 학년도광운대학교자연 1 교시·문제 2-[3]

공통·좌표기하/미분

문제

직선 $y=ax$ 와원

$$(x-1)^2+(y+1)^2=2$$

는원점과원점이아닌점 P 에서만난다. 점 $Q(-\frac{1}{2},\frac{7}{2})$ 에대하여다음물음에답하시오. 단, a 는 -7 과 1 이아닌실수이다.

(1) 삼각형 OPQ 의넓이를 $f(a)$ 라할때 $f(a)$ 를구하시오.

(2) $f(a)$ 의증가와감소를나타내고극값을구하시오.

답안작성

CORE 08 원과직선의교점 - 넓이함수의극값

2026 학년도광운대학교자연 1 교시 · 문제 2-[3]

공통 · 좌표기하/미분

문제

직선 $y=ax$ 와원

$$(x-1)^2+(y+1)^2=2$$

는원점과원점이아닌점 P 에서만난다. 점 $Q(-\frac{1}{2},\frac{7}{2})$ 에대하여다음물음에답하시오. 단, a 는 -7 과 1 이아닌실수이다.

(1) 삼각형 OPQ 의넓이를 $f(a)$ 라할때 $f(a)$ 를구하시오.

(2) $f(a)$ 의증가와감소를나타내고극값을구하시오.

핵심 발상

교점의 좌표를 구한 뒤 OP를 밑변으로 하고 Q에서 직선 OP까지의 거리를 높이로 삼는다. 절댓값 안의 부호와 도함수의 부호를 함께 조사한다.

강의식 단계 풀이

$y=ax$를 원의 방정식에 대입하면 $(1+a^2)x^2+2(a-1)x=0$이다. $a\neq 1$이므로 원점이 아닌 교점은

$$P\left(\frac{2(1-a)}{1+a^2},\frac{2a(1-a)}{1+a^2}\right),\qquad OP=\frac{2|1-a|}{\sqrt{1+a^2}}.$$

직선 OP는 $ax-y=0$이다. $Q=(-\frac{1}{2},\frac{7}{2})$에서 이 직선까지의 거리는 $\frac{|a+7|}{2\sqrt{a^2+1}}$이므로 밑변과 높이의 곱의 절반에서

$$f(a)=\frac{|(a+7)(a-1)|}{2(a^2+1)}.$$

$g(a)=\frac{a^2+6a-7}{2(a^2+1)}$라 두면 $f=|g|$이고

$$g'(a)=-\frac{(3a+1)(a-3)}{(a^2+1)^2}.$$

$g>0$인 $a<-7$ 또는 $a>1$에서는 $f'=g'$, $g<0$인 $-7<a<1$에서는 $f'=-g'$이다. 따라서 다음과 같다.

구간	$(-\infty,-7)$	$(-7,-\frac{1}{3})$	$(-\frac{1}{3},1)$	$(1,3)$	$(3,\infty)$
f'	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$
f	감소	증가	감소	증가	감소

도함수의 부호가 양에서 음으로 바뀌는 $a=-\frac{1}{3},3$에서 극댓값은 각각 $4,1$이다. $a=-7,1$은 정의역에 속하지 않으므로 극솟값이 없으며 최솟값도 없다.

실전 숏컷

절댓값을 없앨 구간과 도함수가 0인 점을 모두 표시한다. 정의역에서 제외된 점은 극값을 갖는 점으로 세지 않는다.

모범답안과 채점기준은 다음 쪽에 이어집니다.

CORE 08 수리논술 모범답안

원점이 아닌 교점은 $P=\left(\dfrac{2(1-a)}{1+a^2},\dfrac{2a(1-a)}{1+a^2}\right)$이다. $OP=\dfrac{2|1-a|}{\sqrt{1+a^2}}$이고 Q에서 OP까지의 거리는 $\dfrac{|a+7|}{2\sqrt{1+a^2}}$이므로

$$\boxed{f(a)=\frac{|(a+7)(a-1)|}{2(a^2+1)}}.$$

$g(a)=\dfrac{a^2+6a-7}{2(a^2+1)}$라 두면 $f=|g|$이고 $g'(a)=-\dfrac{(3a+1)(a-3)}{(a^2+1)^2}$이다. $a<-7$ 또는 $a>1$에서 $g>0$, $-7<a<1$에서 $g<0$이므로 f'의 부호는 다음과 같다.

구간	$(-\infty,-7)$	$\left(-7,-\frac{1}{3}\right)$	$\left(-\frac{1}{3},1\right)$	$(1,3)$	$(3,\infty)$
f'	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$

따라서 $a=-\dfrac{1}{3}$과 $a=3$에서 증가하다가 감소하므로 극댓값은 각각 $\boxed{4}$, $\boxed{1}$이다. 감소하다가 증가하는 경계인 $a=-7,1$은 정의역에서 제외되어 있다. 나머지 구간에서는 도함수의 부호가 바뀌지 않으므로 극솟값은 없다.

Blue Math 채점기준 (10점 환산)

배점	확인 요소
3점	교점 P의 좌표 계산
3점	넓이함수 $f(a)$ 도출
4점	절댓값 구간 분할과 증감·극값

Blue Math 교재연계

직접 연계: Lecture 10 문제 10-1-10-7, Lecture 11 문제 11-1-11-12.

WB 23 이항계수 제곱합과 가능한 값

2021 학년도광운대학교자연 2 교시·문제 2-[1](1)

공통·조합

문제

$\sum_{i=0}^{5}\binom{5}{i}^2=\binom{p}{q}$ 이고 $p\geq q\geq 0$ 일때 $p+q$ 를구하시오.

답안작성

WB 23 이항계수 제곱합과 가능한 값

2021 학년도광운대학교자연 2 교시 · 문제 2-[1](1)

공통·조합

문제

$\displaystyle\sum_{i=0}^{5}\binom{5}{i}^2=\binom{p}{q}$ 이고 $p\geq q\geq 0$ 일때 $p+q$ 를구하시오.

핵심 발상

조합의 수를 두 가지 방법으로 세어 합을 구한 뒤, 같은 조합의 수를 만드는 모든 정수 p,q를 조사한다. 하나의 표현만으로 답을 끝내면 안 된다.

강의식 단계 풀이

서로 다른 두 집단에 각각 5명이 있을 때 모두 10명 중 5명을 뽑자. 첫 집단에서 i명을 고르면 둘째에서는 $5-i$명을 골라야 하므로

$$\sum_{i=0}^{5}\binom{5}{i}^2=\sum_{i=0}^{5}\binom{5}{i}\binom{5}{5-i}=\binom{10}{5}=252.$$

$r=\min(q,p-q)$로 놓으면 $p\geq 2r$이고 $\binom{p}{q}=\binom{p}{r}=252$이다. r을 고정하면 $\binom{p}{r}$는 $p\geq r$에서 증가한다($r\geq 1$). 실제로 $\binom{p+1}{r}=\binom{p}{r}+\binom{p}{r-1}>\binom{p}{r}$이다. 따라서 다음과 같이 모든 경우를 조사할 수 있다.

r	가능성 판단
0	$\binom{p}{0}=1$이므로 불가능
1	$p=252$, 따라서 $q=1$ 또는 251
2	$\binom{22}{2}=231<252<253=\binom{23}{2}$이므로 불가능
3	$\binom{12}{3}=220<252<286=\binom{13}{3}$이므로 불가능
4	$\binom{10}{4}=210<252<330=\binom{11}{4}$이므로 불가능
5	$\binom{10}{5}=252$이므로 $p=10,q=5$
6 이상	$\binom{p}{r}\geq\binom{2r}{r}\geq\binom{12}{6}=924$이므로 불가능

마지막 줄에서 $\dfrac{\binom{2r+2}{r+1}}{\binom{2r}{r}}=\dfrac{2(2r+1)}{r+1}>1$을 썼다. 가능한 (p,q)는 $(10,5),(252,1),(252,251)$이고, $p+q$의 값은 $15,253,503$이다.

실전 숏컷

조합의 수가 같다고 위아래 수까지 같은 것은 아니다. 가능한 정수쌍을 끝까지 조사한다.

수리논술 모범답안

두 집단에서 5명을 뽑는 경우의 수를 세면 주어진 합은 $\binom{10}{5}=252$이다. $r=\min(q,p-q)$로 놓으면 $p\geq 2r$이다. $r\geq 1$일 때 $\binom{p+1}{r}=\binom{p}{r}+\binom{p}{r-1}>\binom{p}{r}$이므로 p가 증가하면 조합의 수도 증가한다. $r=0$이면 조합의 수는 1이고, $r=2,3,4$이면 각각 $\binom{22}{2}<252<\binom{23}{2}$, $\binom{12}{3}<252<\binom{13}{3}$, $\binom{10}{4}<252<\binom{11}{4}$인 인접한 조합의 수 사이이므로 불가능하다. 또한 $\dfrac{\binom{2r+2}{r+1}}{\binom{2r}{r}}=\dfrac{2(2r+1)}{r+1}>1$이므로 $r\geq 6$이면 $\binom{p}{r}\geq\binom{2r}{r}\geq\binom{12}{6}=924$라서 불가능하다. $r=1$에서 $(p,q)=(252,1),(252,251)$, $r=5$에서 $(10,5)$만 가능하다. 따라서 가능한 값은 모두 $\boxed{15,\ 253,\ 503}$이다.

Blue Math 채점기준 (10점 환산)

핵심 조건·구조 해석 3점 / 주요 계산·증명 4점 / 결론과 서술 완결 3점

Blue Math 교재연계

연계없음: 조합항등식은별도확통/공통복습.