BlueMath | 최민구

서울과학기술대학교 자연계

실제 문제 + 상세해설 맛보기

서울과기대 자연 · CORE 01 로그·근호 부등식

문제 및 제시문: 개별 교재 PDF 4쪽

Seoultech_Core12_Questions.pdf

상세해설: 개별 교재 PDF 4-5쪽

Seoultech_Core12_Solutions.pdf

판매 통합본에 포함된 교정본 페이지를 그대로 발췌했습니다.

문제와 필요한 제시문, 대응 상세해설을 함께 제공합니다.

전체 자료가 아닌 일부 발췌본입니다.

대학이 제작하거나 승인한 교재가 아닙니다.

CORE 01

로그·근호를 절댓값 부등식으로

2026학년도 수시 · [1.1] 공통

원자료 대조: 서울과기대 통합본 문제편 PDF 9쪽 · 해설편 PDF 11쪽

문제

다음 부등식을 푸시오.

$$\sqrt{\log_3 x \cdot \log_3(81x) + 4} + \sqrt{4\log_3 x \cdot \log_3\left(\frac{x}{3}\right) + 1} \le 4.$$

답안 작성

CORE 01

로그·근호를 절댓값 부등식으로

2026학년도 수시 · [1.1] 공통

원자료 대조: 서울과기대 통합본 문제편 PDF 9쪽 · 해설편 PDF 11쪽

정답 $\dfrac{1}{3} \le x \le 3$

문제 읽기

근호가 두 개라고 해서 먼저 양변을 제곱하면 계산만 길어집니다. 두 근호 안이 각각 완전제곱식인지 먼저 보아야 합니다. 로그의 진수 조건으로 $x>0$이며, 이 조건은 풀이가 끝날 때까지 유지합니다.

핵심 발상

$t=\log_3 x$로 놓으면 $\log_3(81x)=t+4$, $\log_3\left(\frac{x}{3}\right)=t-1$입니다. 따라서 두 근호는 각각 $\sqrt{(t+2)^2}$와 $\sqrt{(2t-1)^2}$가 됩니다. **실수 u에 대하여 $\sqrt{u^2}=|u|$**라는 사실이 핵심입니다.

강의식 단계 풀이

STEP 1 로그를 하나의 변수로 통일합니다

$x>0$에서 주어진 부등식은 다음과 동치입니다.

$$\sqrt{t(t+4)+4}+\sqrt{4t(t-1)+1}\le 4,$$
$$|t+2|+|2t-1|\le 4.$$

완전제곱식이므로 근호 안이 음수가 되는 추가 제한은 없습니다.

STEP 2 절댓값의 분할점을 정확히 잡습니다

$t+2=0$, $2t-1=0$에서 분할점은 -2, $\frac{1}{2}$입니다.

$$|t+2|+|2t-1|=\begin{cases} -3t-1, & t<-2,\\ -t+3, & -2\le t<\frac{1}{2},\\ 3t+1, & t\ge\frac{1}{2}. \end{cases}$$

STEP 3 각 부등식의 해와 해당 구간을 교집합으로 취합니다

$t<-2$에서는 $-3t-1\le 4$, 즉 $t\ge -\frac{5}{3}$입니다. 두 조건은 동시에 성립할 수 없어 해가 없습니다.

$-2\le t<\frac{1}{2}$에서는 $-t+3\le 4$, 즉 $t\ge -1$이므로 $-1\le t<\frac{1}{2}$입니다.

$t\ge\frac{1}{2}$에서는 $3t+1\le 4$, 즉 $t\le 1$이므로 $\frac{1}{2}\le t\le 1$입니다. 따라서 전체 해는 $-1\le t\le 1$입니다.

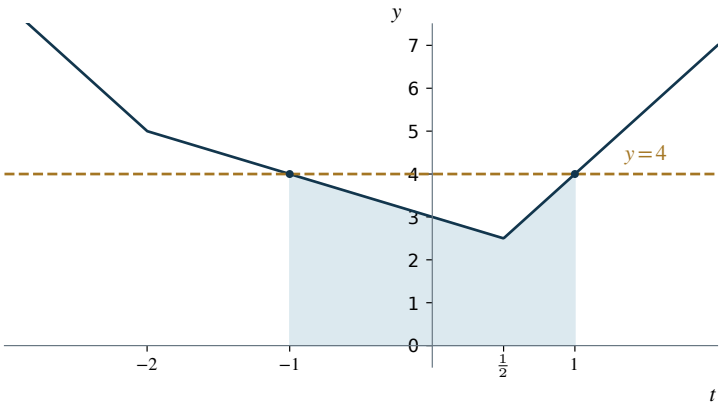
STEP 4 원래 변수로 되돌립니다

밑 3이 1보다 크므로 지수함수 3^t는 증가합니다. 따라서

$$-1\le \log_3 x\le 1 \quad\Longleftrightarrow\quad 3^{-1}\le x\le 3.$$

양 끝값을 대입하면 부등식의 등호가 성립하므로 끝점을 모두 포함합니다.

그림으로 확인



절댓값의 식이 바뀌는 점과 부등식의 해의 끝점은 서로 다릅니다.

실전 숏컷

두 근호를 완전제곱식으로 만든 뒤, 절댓값의 그래프와 수평선 $y=4$를 비교합니다. 경계점은 가운데 직선 $y=-t+3$에서 $t=-1$, 오른쪽 직선 $y=3t+1$에서 $t=1$입니다. 그래프를 이용하더라도 논술 답안에는 이 두 경계식을 남기십시오.

자주 하는 실수

$\sqrt{(t+2)^2}$를 $t+2$라고 쓰면 $t<-2$에서 틀립니다. 또한 t의 범위만 적고 끝내면 원래 질문에 답하지 않은 것입니다. 분할 구간 밖에서 나온 부등식의 해를 그대로 합치지 않습니다.

수리논술 모범답안

$x>0$에서 $t=\log_3 x$로 놓으면 주어진 식은 $|t+2|+|2t-1|\le 4$이다. $t<-2$, $-2\le t<\frac{1}{2}$, $t\ge\frac{1}{2}$로 나누어 풀면 각각 해 없음, $-1\le t<\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}\le t\le 1$을 얻는다. 따라서 $-1\le \log_3 x\le 1$이고, 밑이 1보다 크므로 $\boxed{\dfrac{1}{3}\le x\le 3}$이다.

채점기준

원자료의 공식 10점 채점 구조를 유지했습니다.

평가 요소	배점
로그의 성질로 두 근호를 완전제곱식으로 정리	3점
t로 치환하여 절댓값 부등식의 해를 결정	5점
원래 변수 x의 범위 제시	2점
합계	**10점**

Blue Math 교재연계

간접 연계: Blue Math 수리논술 개념총정리 2026 압축개념, Lecture 10 「그래프의 개형」(문제 10-1 10-7, 교재 pp.55–61). 구간별 식과 수평선을 비교하는 관점을 복습합니다. 로그·절댓값 부등식 자체를 동일 문항의 직접 연계로 표시하지는 않습니다. **후속 훈련:** WB 05의 치역 포함 조건과 CORE 04의 절댓값 구간 분할을 이어서 풉니다.