

가천대학교 일반

실제 문제 + 상세해설 맛보기

가천대 일반 · CORE TYPE 01 지수·로그 그래프

문제 및 제시문: 원본 PDF 3-3쪽

01_Gachon_General_Core_Questions.pdf

상세해설: 원본 PDF 3-4쪽

01_Gachon_General_Core_Solutions.pdf

판매 통합본에 포함된 원본 페이지를 그대로 발췌했습니다.

문제와 필요한 제시문, 대응 상세해설을 함께 제공합니다.

전체 자료가 아닌 일부 발췌본입니다.

대학이 제작하거나 승인한 교재가 아닙니다.

CORE TYPE 01

절댓값이 들어간 지수·로그 그래프

수학 I · 지수함수와 로그함수

꺼내 쓸 개념

$2^{|x|}$ 의 최솟값은 $x = 0$ 에서의 1입니다. $\log_2 |x|$ 의 정의역은 $x \neq 0$ 이고, 양쪽 그래프가 y 축에 대하여 대칭입니다. 수평선과 만나는 점의 개수는 최솟값과 높이를 비교하여 결정합니다. 로그함수에서는 정의역도 함께 적어야 합니다.

준비문제 01

$y = 3^{|x|} + 1$ 과 직선 $y = t$ 의 교점의 개수를 t 의 값에 따라 구하여라.

핵심문항 01 · 풀이 과정을 서술하시오

함수 $f(x) = 2^{|x|} + a$ 의 그래프와 직선 $y = 3$ 의 교점의 개수를 p , 함수 $g(x) = \log_2 |x| + b$ 의 그래프와 직선 $y = 3$ 의 교점의 개수를 q 라 하자. $p + q = 3$ 이고 $f(1) = g(1)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

풀이·답안 작성

CORE TYPE 01

절댓값이 들어간 지수·로그 그래프

수학 I · 지수함수와 로그함수

정답

6

준비문제 01 해설

$y = 3^{|x|} + 1$ 과 직선 $y = t$ 의 교점의 개수를 t 의 값에 따라 구하여라.

$3^{|x|} \geq 1$ 이므로 최솟값은 2이다. $t < 2$ 이면 교점이 없고, $t = 2$ 이면 $x = 0$ 에서만 만난다. $t > 2$ 이면 $|x| = \log_3(t - 1) > 0$ 이므로 교점은 2개이다.

핵심문항 다시 읽기

함수 $f(x) = 2^{|x|} + a$ 의 그래프와 직선 $y = 3$ 의 교점의 개수를 p , 함수 $g(x) = \log_2|x| + b$ 의 그래프와 직선 $y = 3$ 의 교점의 개수를 q 라 하자. $p + q = 3$ 이고 $f(1) = g(1)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

풀이의 출발점

먼저 두 그래프를 각각 생각합니다. 로그 그래프의 교점 개수는 상수와 관계없이 정해지므로, 이 개수를 먼저 구하면 지수 그래프에서 필요한 교점 개수가 바로 정해집니다.

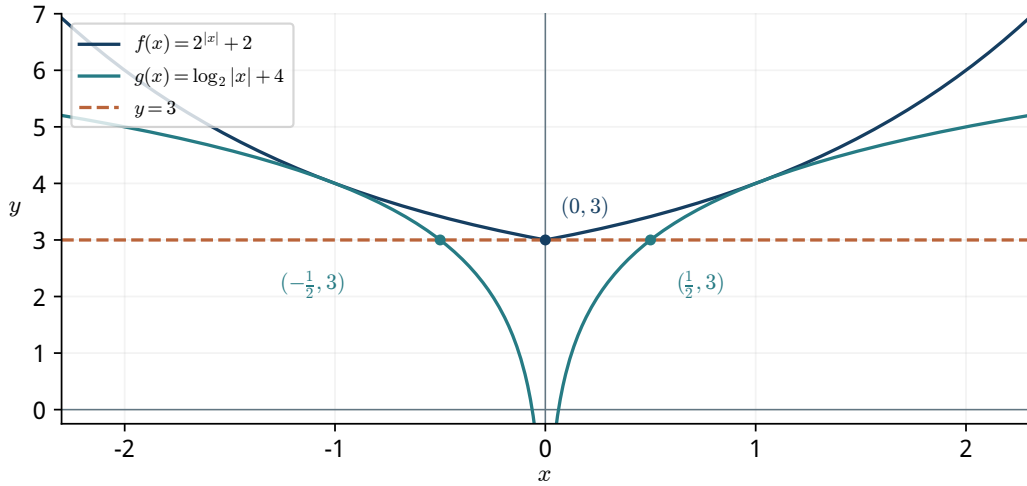
1. 로그 그래프의 교점 개수부터 고정합니다.

$\log_2|x| + b = 3$ 에서 $|x| = 2^{3-b} > 0$ 이다. 따라서 b 가 어떤 실수이든 $x = \pm 2^{3-b}$ 의 두 해가 존재한다. 즉 $q = 2$ 이다. $x = 0$ 은 로그함수의 정의역에 들어 있지 않지만, 두 해는 모두 0이 아니므로 문제가 없다.

2. 교점이 하나인 지수 그래프를 해석합니다.

$p + q = 3$ 에서 $p = 1$ 이다. $2^{|x|} + a$ 는 $x = 0$ 에서 최솟값 $1 + a$ 를 갖는다. 높이가 최솟값보다 크면 좌우에서 각각 만나고, 작으면 만나지 않는다. 교점이 정확히 하나하려면 $1 + a = 3$ 이어야 하므로 $a = 2$ 이다.

이를 방정식으로도 확인할 수 있습니다. $2^{|x|} = 3 - a$ 에서 오른쪽이 1보다 작으면 해가 없고, 1이면 $|x| = 0$ 이므로 하나입니다. 1보다 크면 $x = \pm \log_2(3 - a)$ 의 두 해입니다. 따라서 교점이 하나라는 조건은 정확히 $3 - a = 1$ 을 뜻합니다.



수평선 $y = 3$ 은 지수 그래프의 최솟값에서 한 번, 로그 그래프의 양쪽에서 한 번씩 만납니다.

3. 함숫값 조건으로 남은 상수를 결정합니다.

$f(1) = 2 + 2 = 4$ 이고 $g(1) = \log_2 1 + b = b$ 이다. 따라서 $b = 4$ 이고 $a + b = 6$ 이다. 실제로 $f(x) = 3$ 의 해는 $x = 0$ 하나, $g(x) = 3$ 의 해는 $x = \pm \frac{1}{2}$ 두 개이므로 교점 조건도 만족한다.

시험장에서 쓸 모범답안

$g(x) = 3$ 의 해는 $x = \pm 2^{3-b}$ 이므로 $q = 2$ 이다. 따라서 $p = 1$ 이다. f 의 최솟값이 $1 + a$ 이므로 $1 + a = 3$, 즉 $a = 2$ 이다. $f(1) = g(1)$ 에서 $4 = b$ 를 얻는다. 그러므로 $a + b = 6$ 이다.

감점이 생기는 지점

로그함수의 교점을 하나라고 세면 이후 계산이 모두 틀립니다. 지수함수에서 교점이 하나인 이유를 최솟값과 연결하여 쓰십시오.

숫컷 · 핵심 생각

로그 그래프는 항상 좌우 두 교점입니다. 따라서 지수 그래프의 꼭짓점이 수평선 위에 있다는 사실을 바로 읽으면 됩니다.

학습용 채점기준 · 핵심문항 10점

확인할 서술	배점
로그 방정식의 두 해와 정의역	3
지수함수의 최솟값으로 a 결정	4
함숫값 조건과 최종값 계산	3

출처·연계·변형 2027 가천대 모의 일반 B 5번 재조판. EBS 지수·로그 그래프 유형을 서술형으로 연결한 대표문항.