

가천대학교 의학

실제 문제 + 상세해설 맛보기

가천대 의예과 유형 · CORE TYPE 01 삼각형 길이

문제 및 제시문: 원본 PDF 3-3쪽

01_Gachon_Medical_Core_Questions.pdf

상세해설: 원본 PDF 3-5쪽

01_Gachon_Medical_Core_Solutions.pdf

판매 통합본에 포함된 원본 페이지를 그대로 발췌했습니다.

문제와 필요한 제시문, 대응 상세해설을 함께 제공합니다.

전체 자료가 아닌 일부 발췌본입니다.

대학이 제작하거나 승인한 교재가 아닙니다.

CORE TYPE 01

중점·평행선·원에서 삼각형의 길이 복원

수학 I · 사인법칙·코사인법칙, 원의 기본 성질

꺼내 쓸 개념

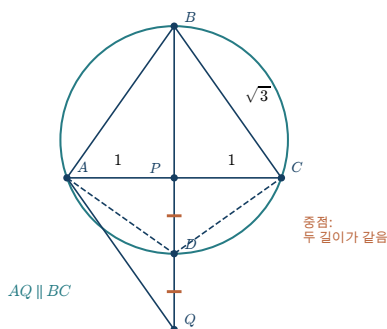
평행선과 중점이 함께 나오면 닮음으로 길이의 비를 먼저 구합니다. 원 안에서 두 현이 만날 때 생기는 곱 관계도 닮음으로 설명할 수 있습니다. 얻은 길이를 코사인법칙에 넣고, 마지막에 사인법칙 $2R = \frac{a}{\sin A}$ 로 외접원의 반지름을 구합니다.

준비문제 01

삼각형의 세 변의 길이가 $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ 이다. 길이가 $1, \sqrt{3}$ 인 두 변 사이의 각을 θ 라 할 때 $\cos \theta$ 와 $\tan \theta$ 를 구하여라.

핵심문항 01 · 풀이 과정을 서술하시오

$AC = 2, BC = \sqrt{3}$ 이고 P 는 선분 AC 의 중점이다. 점 A 를 지나고 직선 BC 와 평행한 직선이 직선 BP 와 만나는 점을 Q , 선분 PQ 의 중점을 D 라 하자. 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있고 그 원의 반지름이 R 일 때, $\frac{3 \tan \angle ACB}{R}$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. 단, Q 는 직선 AC 에 대하여 B 와 반대쪽에 있다.



주어진 중점·평행 조건과 점의 순서를 표시했습니다. D 는 PQ 의 중점이고 P 는 두 현의 내부 교점입니다.

풀이·답안 작성

CORE TYPE 01

중점·평행선·원에서 삼각형의 길이 복원

수학 I · 사인법칙·코사인법칙, 원의 기본 성질

정답

4

준비문제 01 해설

삼각형의 세 변의 길이가 $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ 이다. 길이가 $1, \sqrt{3}$ 인 두 변 사이의 각을 θ 라 할 때 $\cos \theta$ 와 $\tan \theta$ 를 구하여라.

코사인법칙에서 $\cos \theta = \frac{1+3-2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다. $0 < \theta < \pi$ 이고 코사인값이 양수이므로 $\sin \theta = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $\tan \theta = \sqrt{2}$ 이다.

핵심문항 다시 읽기

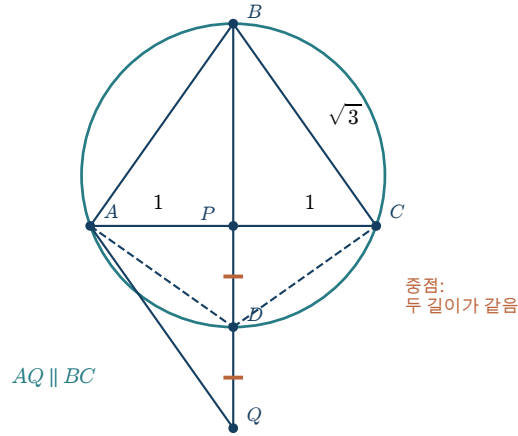
$AC = 2, BC = \sqrt{3}$ 이고 P 는 선분 AC 의 중점이다. 점 A 를 지나고 직선 BC 와 평행한 직선이 직선 BP 와 만나는 점을 Q , 선분 PQ 의 중점을 D 라 하자. 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있고 그 원의 반지름이 R 일 때, $\frac{3 \tan \angle ACB}{R}$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. 단, Q 는 직선 AC 에 대하여 B 와 반대쪽에 있다.

풀이의 출발점

그림에서 길이를 곧바로 계산하려 하지 말고 중점과 평행선이 만드는 닮음부터 찾습니다. 원의 조건은 길이의 곱으로, 마지막 각과 반지름은 삼각형의 법칙으로 연결합니다.

1. 중점과 평행선에서 같은 길이를 찾습니다.

$AP = PC = 1$ 이다. $AQ \parallel BC$ 이고 A, P, C 와 B, P, Q 가 각각 일직선 위에 있으므로 삼각형 APQ 와 CPB 는 닮음이다. $AP = PC$ 이므로 닮음비가 1이고 $PQ = PB$ 이다. D 는 PQ 의 중점이므로 $PD = \frac{PB}{2}$ 이다. 점의 순서는 B, P, D, Q 이므로 P 는 현 BD 의 내부에 있다.



주어진 중점·평행 조건과 점의 순서를 표시했습니다. D 는 PQ 의 중점이고 P 는 두 현의 내부 교점입니다.

2. 원의 조건으로 PB 를 결정합니다.

두 현 AC, BD 가 P 에서 만나므로 $PA \cdot PC = PB \cdot PD$ 이다. 이 관계는 삼각형 APD 와 BPC 의 닮음으로도 유도된다. 맞꼭지각과 같은 호 AB 에 대한 원주각이 같기 때문이다. $PB = u > 0$ 이라 놓으면 $1 \cdot 1 = u \cdot \frac{u}{2}$ 이므로 $u = \sqrt{2}$ 이다.

닮음의 대응을 적으면 $A \leftrightarrow B, P \leftrightarrow P, D \leftrightarrow C$ 입니다. $\angle APD = \angle BPC$ 는 맞꼭지각이고, $\angle ADP = \angle BCP$ 는 같은 호 AB 에 대한 원주각입니다. 따라서 $\frac{PA}{PB} = \frac{PD}{PC}$ 이고, 교차하여 곱하면 $PA \cdot PC = PB \cdot PD$ 를 얻습니다. 별도의 새로운 정리를 외우지 않아도 원주각과 닮음으로 설명됩니다.

3. 코사인법칙으로 필요한 각을 구합니다.

$\theta = \angle ACB = \angle PCB$ 라 놓자. 삼각형 BCP 에서 $BC = \sqrt{3}, CP = 1, BP = \sqrt{2}$ 이므로

$$\cos \theta = \frac{BC^2 + CP^2 - BP^2}{2BC \cdot CP} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

따라서 $\sin \theta = \sqrt{\frac{2}{3}}, \tan \theta = \sqrt{2}$ 이다. $BP^2 + PC^2 = BC^2$ 이므로 $\angle BPC = \frac{\pi}{2}$ 이다.

4. 외접원 반지름을 사인법칙에 연결합니다.

$BP \perp AC$ 이고 $AP = PC$ 이므로 $AB = BC = \sqrt{3}$ 이다. 삼각형 ABC 에서 AB 는 θ 의 대변이므로

$$2R = \frac{AB}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{3}{\sqrt{2}}, \quad R = \frac{3}{2\sqrt{2}}.$$

따라서 $\frac{3 \tan \theta}{R} = \frac{3\sqrt{2}}{\frac{3}{2\sqrt{2}}} = 4$ 이다. 원의 조건은 반지름 계산 전에 BP 를 결정하는 데 사용되었다.

시험장에서 쓸 모범답안

답음에서 $PQ = PB$ 이고 $PD = \frac{PB}{2}$ 이다. 원의 두 현에 대한 곱 관계에서 $1 = PB \cdot PD = \frac{PB^2}{2}$ 이므로 $PB = \sqrt{2}$ 이다. 코사인법칙에서 $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tan \theta = \sqrt{2}$ 이고 $BP \perp AC$ 이므로 $AB = \sqrt{3}$ 이다. 사인법칙에서 $R = \frac{3}{2\sqrt{2}}$ 이다. 따라서 구하는 값은 $\boxed{4}$ 이다.

감점이 생기는 지점

D 는 PQ 의 중점이며 BP 의 중점이 아닙니다. 원의 성질을 쓰기 전에 P 가 두 현의 내부 교점이라는 위치 관계를 확인하십시오.

숫컷 · 핵심 생각

$AP \cdot PC = PB \cdot PD$ 에 $PD = \frac{PB}{2}$ 만 넣으면 길이 결정이 끝납니다. 이후에는 직각삼각형과 사인법칙으로 계산을 줄일 수 있습니다.

학습용 채점기준 · 핵심문항 10점

확인할 서술	배점
답음과 PD 의 길이	2
현의 곱 관계와 PB	3
삼각비와 R	3
최종값	2

출처·연계·변형 2027 가천대 모의 의약학(의예과 유형) 1번 재조판. 중점 조건을 길이의 비로 번역하는 전용 유형.