

중앙대학교 일반형 의약학 수학

실제 문제 + 상세해설 맛보기

기하 핵심유형 01 정육각형의 벡터와 포물선에 접하는 두 원

문제 및 제시문: 원본 PDF 2-2쪽

CAU_Medical_01_Core_01_Questions.pdf

상세해설: 원본 PDF 2-4쪽

CAU_Medical_01_Core_02_Solutions_Corrected.pdf

판매 통합본에 포함된 원본 페이지를 그대로 발췌했습니다.

문제와 필요한 제시문, 대응 상세해설을 함께 제공합니다.

전체 자료가 아닌 일부 발췌본입니다.

대학이 제작하거나 승인한 교재가 아닙니다.

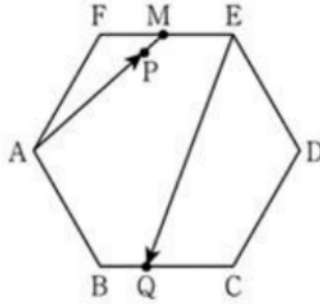
핵심유형 01

2026학년도 모의논술
2026학년도 모의논술

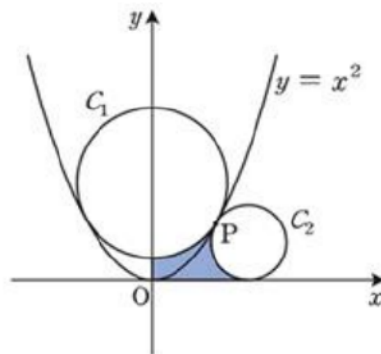
(1) 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 $ABCDEF$ 에서 변 EF 의 중점을 M 이라 하자. 선분 AM 위를 움직이는 점 P 와 변 BC 위를 움직이는 점 Q 에 대하여

$$|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{EQ}|$$

의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오.



(2) 그림과 같이 중심이 y 축에 놓인 원 C_1 과 x 축에 접하는 원 C_2 가 점 $P(t, t^2)$ 에서 포물선 $y = x^2$ 에 접한다. C_1 의 반지름이 C_2 의 반지름의 두 배일 때, 두 원 C_1, C_2 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오. 단, $t > 0$ 이다.



풀이 공간

핵심유형 01

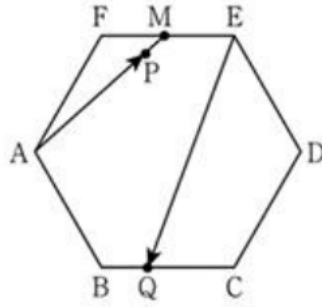
2026학년도 모의논술

문제

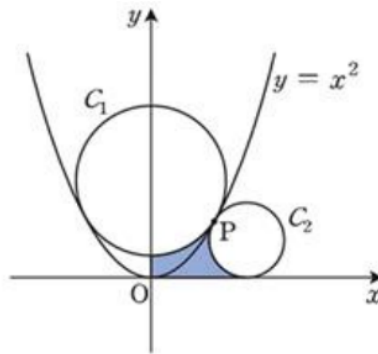
(1) 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 $ABCDEF$ 에서 변 EF 의 중점을 M 이라 하자. 선분 AM 위를 움직이는 점 P 와 변 BC 위를 움직이는 점 Q 에 대하여

$$|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{EQ}|$$

의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오.

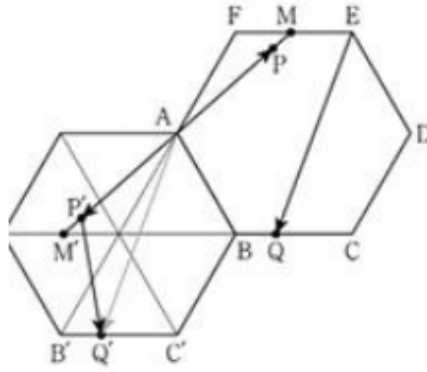


(2) 그림과 같이 중심이 y 축에 놓인 원 C_1 과 x 축에 접하는 원 C_2 가 점 $P(t, t^2)$ 에서 포물선 $y = x^2$ 에 접한다. C_1 의 반지름이 C_2 의 반지름의 두 배일 때, 두 원 C_1, C_2 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오. 단, $t > 0$ 이다.



핵심 발상

(1)은 벡터합의 크기를 두 점 사이 거리로 바꾸는 것이 핵심이다. (2)는 두 원의 중심이 포물선의 법선 위에 있다는 사실과 반지름비를 함께 사용한다.



(1) 벡터합을 거리로 바꾸기

P, M 을 A 에 대하여 대칭이동한 점을 P', M' 이라 하고, $\overrightarrow{EQ}$ 를 평행이동하여 시점이 A 인 벡터의 종점을 Q' 이라 하자. 그러면

$$\overrightarrow{AP'} = -\overrightarrow{AP}, \quad \overrightarrow{AQ'} = \overrightarrow{EQ}.$$

따라서

$$\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{EQ} = \overrightarrow{P'Q'}.$$

좌표를 $B' = (0, 0)$, $C' = (2, 0)$, $A = (2, 2\sqrt{3})$, $M' = (0, \sqrt{3})$ 로 잡고

$$P' = (2s, \sqrt{3}(1+s)), \quad Q' = (2t, 0), \quad 0 \leq s, t \leq 1$$

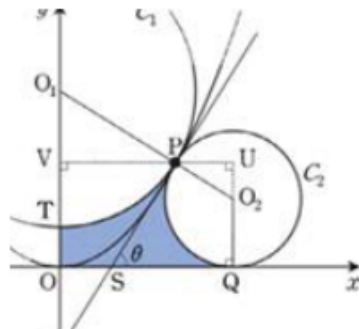
라 하면

$$P'Q'^2 = 4(s-t)^2 + 3(1+s)^2.$$

최솟값은 $s = t = 0$ 에서 $\sqrt{3}$, 최댓값은 $s = 1, t = 0$ 에서 4이므로 합은

$$4 + \sqrt{3}.$$

(2) 포물선 접점의 법선과 두 원



점 $P(t, t^2)$ 에서 포물선의 접선 기울기는 $2t$, 따라서 중심들을 잇는 법선의 기울기는 $-1/(2t)$ 이다. C_1 의 중심은 y 축 위이므로

$$O_1 = \left(0, t^2 + \frac{1}{2}\right).$$

반지름비 $r_1 = 2r_2$ 와 C_2 가 x 축에 접한다는 조건을 결합하면

$$O_2 = \left(\frac{3t}{2}, t^2 - \frac{1}{4}\right), \quad r_2 = \frac{1}{2}.$$

$O_2P = r_2$ 를 대입하면

$$\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

따라서 접선이 x 축과 이루는 각은 $\pi/3$ 이고, 사다리꼴에서 두 부채꼴을 빼면

$$S = \frac{21\sqrt{3}}{32} - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{12} = \frac{21\sqrt{3}}{32} - \frac{\pi}{4}.$$

Blue Math 교재 연계

- 개념총정리 Lecture 21, 문제 21-1: 벡터의 합·차를 좌표와 길이로 바꾸는 핵심 도구가 (1)에 직접 연결된다.
- 개념총정리 Lecture 19 일반기하: 대칭이동과 거리 최소·최대, 원의 기하를 좌표화하는 구조.
- 기하특강 1 이차곡선 - “곡선과 직선 사이 최단거리/법선” 이론: 포물선 접점에서 원의 중심이 법선 위에 놓인다는 해석이 (2)의 출발점과 같다.

최종 답

$$(1) 4 + \sqrt{3} \quad (2) \frac{21\sqrt{3}}{32} - \frac{\pi}{4}$$