

한양대 의예과 대비

학습 안내 · 빠른답 · 출처

기출의 첫 판단에서 최종 서술까지

2027학년도 서울캠퍼스 자연계열 논술 대비

90분 · 2대문항 · 소문항 각 2--3개

의예과만의 별도 시험을 뜻하지 않습니다. 의예과 지원자를 위한 심화 학습 자료입니다.

한양대 ERICA 약학과 논술 대비 상품이 아닙니다.

GUIDE 무엇을 어떻게 공부하는가

자료의 성격과 구성

2027학년도 한양대 서울캠퍼스 의예과 지원자를 위해 자연계열 논술의 심화 사고와 완결된 서술을 훈련하는 자료이다. 의예과만의 별도 시험을 재현한다는 뜻은 아니다. ERICA 약학과 논술 대비 자료도 아니다.

- 공식 기출·모의 재훈련 P01 P06: 실제 조건을 보존하고 문장을 다시 구성한 6문항.
- 핵심 발상 C01 C12: 기출의 사고 구조를 분리하여 재구성하거나 연결한 12유형.
- 심화 워크북 W01 W14: 조건 변경, 역추론, 확률조건 재설정, 논증 확장 14문항.
- 창작 FINAL: BASIC 3회, UPGRADE 1 3회, UPGRADE 2 3회. 회당 2대문항, 대문항마다 3소문항. 총 18대문항·54소문항.
- 문제편과 상세해설편을 분리하였다. 상세해설은 발상과 중간 계산을 설명하고 시험용 모범답안은 별도로 제시한다. 학습용 채점 기준과 오류 점검, 이 문서의 빠른답을 함께 사용한다.

추천 학습 순서

1단계: P문항을 먼저 풀어 실제 기출의 조건과 질문을 확인한다. 계산을 시작하기 전에 첫 판단을 한 문장으로 적는다.

2단계: C유형에서 조건을 좌표, 함수, 경우의 수로 옮기는 방법을 익힌다. 답을 맞힌 뒤에도 등호 조건과 정의역을 다시 확인한다.

3단계: 대응 W문항을 독립적으로 푼다. 앞 문제의 답을 가져오지 말고 새 발문의 조건으로 처음부터 논증한다.

4단계: BASIC → UPGRADE 1 → UPGRADE 2 순서로 회당 90분 동안 실전 훈련한다. 두 대문항에 40분씩 사용하고 마지막 10분은 빠진 조건과 결론을 점검하는 기준으로 삼는다.

5단계: 해설과 대조하여 빠진 근거를 표시한 뒤 다음 날 해설 없이 답안을 다시 쓴다. ‘계산 오류’, ‘경우 누락’, ‘존재·유일성’, ‘등호·경계’, ‘서술 누락’으로 오답 이유를 나눈다.

출제 범위와 배점

수학·수학 I·수학 II·확률과 통계·미적분·기하를 바탕으로 한다. 공간좌표 문항도 거리·피타고라스·닮음·부피·평면 삼각형의 성질로 설명한다. 파일의 대문항별 50점, 회당 100점은 자체 학습용 배점이며 대학 공식 배점이 아니다. 난도 명칭 역시 편집상 학습 단계이며 출제·합격을 보장하지 않는다.

P04 2026 오후2: 교점수 변화가 상쇄되는 매개변수

공식 기출 조건 유지·독립 발문 재구성

2026학년도 한양대 자연 오후2 문제2-3. 함수·조건·합의 범위 유지, 교점수 상쇄 논증을 확장. 기존 일반상품 Past2026 동일 원 기출.

자연수 n 에 대하여

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 2nx + n^2 + 2 & (x \leq 0), \\ x^2 - 6nx + n^2 + 2 & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 양수 k 에 대해 $|g(x) + k| = s$ 의 서로 다른 실근 개수를 $h(s)$ 라 하자. h 의 불연속점이 정확히 두 개가 되게 하는 k 를 a_n 이라 할 때 $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 을 구하시오.

첫 판단 → 조건의 식 변환 → 계산·논증 → 성립 여부 확인

P04 2026 오후2: 교점수 변화가 상쇄되는 매개변수

공식 기출 조건 유지·독립 발문 재구성

2026학년도 한양대 자연 오후2 문제2-3. 함수·조건·합의 범위 유지, 교점수 상쇄 논증을 확장. 기존 일반상품 Past2026 동일 원 기출.

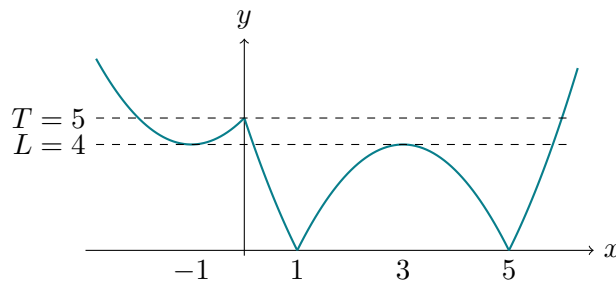
상세해설 · 발상과 중간 계산

첫 판단. 그래프의 극값 높이가 같아지는 것만 보지 말고, 교점의 증가와 감소가 서로 상쇄되는지 확인한다. $L = k + 2 > 0$, $R = k + 2 - 8n^2 = L - 8n^2$, $T = k + 2 + n^2 = L + n^2$ 라 놓자. 절댓값을 취하기 전 왼쪽 포물선은 $x = -n$ 에서 최솟값 L , 오른쪽 포물선은 $x = 3n$ 에서 최솟값 R 를 갖는다. 두 식이 이어지는 $x = 0$ 은 높이 T 의 뾰족한 극대점이다. $R > 0$ 이면 모든 그래프가 양수이며 세 서로 다른 높이 $R < L < T$ 에서 교점수가 변하므로 불연속점은 세 개다. $R = 0$ 이어도 $0, L, T$ 의 세 개이다. 이제 $R < 0$ 이라 하자. 오른쪽 포물선의 음수 부분이 위로 접히므로 높이 0 에서 두 개의 뾰족한 극소가 생기고, 높이 $-R > 0$ 에는 하나의 극대가 생긴다. 따라서 변화 후보는 $0, L, T, -R$ 이다. $L < T$ 는 항상 성립한다. 높이 L 를 통과할 때 왼쪽 극소 때문에 교점이 두 개 증가하고, 높이 $-R$ 를 통과할 때 접힌 극대 때문에 두 개 감소한다. 이 두 높이가 같을 때만 변화가 상쇄된다. 실제 그 높이에서 각 극점은 한 교점을 주므로 아래쪽의 $0 + 2$, 해당 높이의 $1 + 1$, 위쪽의 $2 + 0$ 이 모두 같아 연속이다. 반면 $-R = T$ 이면 두 극대의 변화가 같은 방향이므로 상쇄되지 않는다. 나머지 경우에는 L, T 와 0 의 변화가 남아 최소 세 개다. 따라서 정확히 두 개를 얻는 필요충분조건은 $-R = L$ 이다.

$$-(L - 8n^2) = L \implies L = 4n^2 \implies a_n = 4n^2 - 2.$$

이때 $k > 0$, $R < 0$ 가 모든 자연수 n 에서 성립한다. 실제 $h(s)$ 는 $s < 0$ 에서 0 , $s = 0$ 에서 2 , $0 < s < T$ 에서 4 , $s = T$ 에서 3 , $s > T$ 에서 2 이므로 불연속점은 $0, T$ 뿐이다. 따라서

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = 4 \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} - 20 = 1520.$$



$n = 1$, $k = 2$ 일 때의 $y = |g(x) + k|$. 높이 4 의 두 변화가 상쇄된다.

시험용 모범답안

$L = k + 2$, $R = L - 8n^2$, $T = L + n^2$ 로 놓는다. $R \geq 0$ 에서는 서로 다른 세 높이에서 교점 수가 변한다. $R < 0$ 에서는 변화 후보가 $0, L, T, -R$ 이다. L 에서는 극소점 때문에 교점이 두 개 늘고 $-R$ 에서는 극대점 때문에 두 개 줄므로, 두 변화가 상쇄되는 조건은 $L = -R$ 이다. 그 높이에서도 두 접점이 각각 한 교점을 주어 총수는 변하지 않는다. $T = -R$ 에서는 두 극대점의 변화가 같은 방향이어서 상쇄되지 않는다. 따라서

$$L = 4n^2, \quad a_n = 4n^2 - 2 > 0.$$

이때 남는 불연속 높이는 $0, T$ 이고

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = 4 \cdot \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} - 20 = 1520.$$

최종 결론 $a_n = 4n^2 - 2$, 합 1520

오류 점검

극값 높이의 개수와 교점수 함수의 불연속점 개수는 항상 같지 않다. 같은 높이의 극소·극대 변화는 상쇄될 수 있다.

학습용 채점 기준

학습용 30점: 표본공간 또는 그래프 구조 10점, 계산과 논증 15점, 결론·예외 확인 5점. 공식 배점이 아니다.

W11 접하는 직선이 이동했을 때의 자취 넓이

핵심유형 연계 창작·심화 N제

핵심 C11의 발상을 확장한 BlueMath 창작. 대학 원문 기출이 아니며 공식 배점/출제예측이 아님.

원 $x^2 + y^2 = 3$ 의 위쪽 반원 위 두 점 P, Q 를 지름의 양끝으로 하는 작은 원이 직선 $y = \sqrt{2}$ 에 위쪽에서 접한다. 작은 원의 중심을 $M = (u, v)$ 라 하자. (1) 중심의 자취를 구하시오. (2) 그 자취와 직선 $y = \sqrt{2}$ 사이의 넓이를 구하시오. 끝점에서는 작은 원의 반지름이 0이 되는 극한을 허용하여 넓이를 정한다.

첫 판단 → 조건의 식 변환 → 계산·논증 → 성립 여부 확인

W11 접하는 직선이 이동했을 때의 자취 넓이

핵심유형 연계 창작·심화 N제

핵심 C11의 발상을 확장한 BlueMath 창작. 대학 원문 기출이 아니며 공식 배점/출제예측이 아님.

상세해설 · 발상과 중간 계산

작은 원의 반지름은 $v - \sqrt{2} > 0$ 이다. 큰 원의 중심 O 에서 현 PQ 의 중점 M 으로 향하는 선은 현에 수직이므로

$$3 = OM^2 + MP^2 = u^2 + v^2 + (v - \sqrt{2})^2.$$

정리하면 $u^2 + 2(v - \frac{1}{\sqrt{2}})^2 = 2$ 이다. 위쪽에서 접한다는 조건을 반영하면

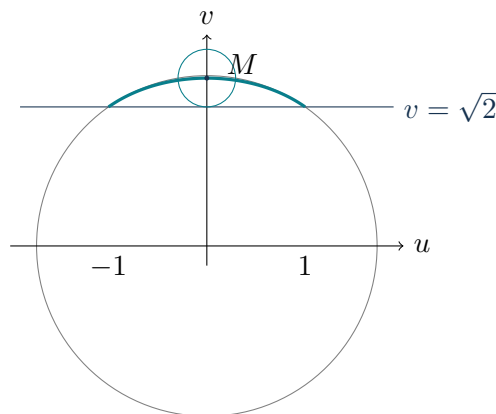
$$v = \frac{1 + \sqrt{2 - u^2}}{\sqrt{2}}, \quad -1 < u < 1.$$

이 범위에서는 작은 원 전체가 $y \geq \sqrt{2}$ 에 놓이므로 그 지름의 양끝도 큰 원의 위쪽 반원 위에 있다. 반대로 해당 중심에서 OM 에 수직인 현을 만들면 반지름이 $v - \sqrt{2}$ 가 되어 조건이 성립한다. 넓이는 $\frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-1}^1 (\sqrt{2 - u^2} - 1) du$ 이다. 반지름 $\sqrt{2}$ 인 원에서 $u = -1$ 부터 1 까지의 위쪽 넓이는 두 직각삼각형의 합 1 과 중심각 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 넓이 $\frac{\pi}{2}$ 의 합이다. 따라서 원하는 넓이는

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\pi}{2} - 2 \right) = \frac{\pi - 2}{2\sqrt{2}}.$$

원의 넓이와 부채꼴의 넓이를 이용하여 정적분값을 계산했다.

근호 앞의 부호와 u 의 범위를 정하는 과정을 분리한다. 완전제곱식에서 $v = \frac{1 \pm \sqrt{2 - u^2}}{\sqrt{2}}$ 인데 작은 원이 직선 위쪽에 있으므로 $v > \sqrt{2}$ 이다. 음의 부호는 이 조건을 만족할 수 없다. 양의 부호에서는 $1 + \sqrt{2 - u^2} > 2$, 즉 $u^2 < 1$ 이 되어 $-1 < u < 1$ 을 얻는다. 양 끝에서는 반지름이 0 에 가까워지지만 넓이의 적분값은 변하지 않는다.



굵은 곡선은 중심의 자취, 작은 원은 $u = 0$ 인 예이다.

시험용 모범답안

작은 반지름은 $v - \sqrt{2} > 0$ 이다. 피타고라스 정리에서 $3 = u^2 + v^2 + (v - \sqrt{2})^2$ 이므로

$$v = \frac{1 + \sqrt{2 - u^2}}{\sqrt{2}}, \quad -1 < u < 1.$$

이 범위의 중심에서는 원래 조건을 만족하는 현이 실제로 만들어진다. 넓이는

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-1}^1 (\sqrt{2 - u^2} - 1) du = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\pi}{2} - 2 \right) = \frac{\pi - 2}{2\sqrt{2}}.$$

최종 결론 $v = \frac{1 + \sqrt{2 - u^2}}{\sqrt{2}}, -1 < u < 1$; 넓이 $\frac{\pi - 2}{2\sqrt{2}}$

오류 점검

반지름을 v 로 놓으면 접하는 직선이 x 축인 다른 문제를 푼 것이 된다.

학습용 채점 기준

학습용 30점: 조건 해석 5점, 주요 식과 논증 15점, 경우·등호·정의역 확인 5점, 최종 결론 5점.

기본 1회 · 1번 사차곡선의 공통접선 · 접선 개수 · 넓이

BlueMath 신규 창작 · 공식 문항의 전제 또는 수치변형 아님

회당 90분 · 2대문항 · 100점. 이 대문항은 소문항 3개, 학습용 50점이다. 대학 공식 문항 또는 공식 배점이 아니다.

함수 $f(x) = x^4 - 2x^2$ 의 그래프를 C 라 하자. 접점이 달라도 직선의 방정식이 같으면 하나의 접선으로 센다.

1. 서로 다른 두 점에서 C 에 동시에 접하는 직선을 모두 구하시오.
2. 점 $(0, b)$ 를 지나는 C 의 서로 다른 접선의 개수를 실수 b 의 값에 따라 구하시오.
3. $b = \frac{1}{3}$ 일 때의 두 접선을 ℓ_1, ℓ_2 라 하자. 두 접점 사이에서 C 와 두 접선의 아래쪽 부분으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

첫 판단 → 조건의 식 변환 → 계산·논증 → 성립 여부 확인

기본 1회 · 1번 사차곡선의 공통접선 · 접선 개수 · 넓이

BlueMath 신규 창작 · 공식 문항의 전제 또는 수치변형 아님

회당 90분 · 2대문항 · 100점. 이 대문항은 소문항 3개, 학습용 50점이다. 대학 공식 문항 또는 공식 배점이 아니다.

상세해설 · 발상과 중간 계산

[1] 공통접선은 접점 조건 두 개가 아니라 중근 구조로 찾는다.

직선 $y = mx + b$ 가 서로 다른 u, v 에서 접하면 다항식 $f(x) - mx - b$ 는 u, v 를 각각 중근으로 갖는다. 최고차항 계수가 1이고 차수가 4이므로

$$x^4 - 2x^2 - mx - b = (x - u)^2(x - v)^2.$$

x^3 의 계수를 비교하면 $u + v = 0$ 이다. 따라서 우변은 $(x^2 - u^2)^2$ 이고, x^2 의 계수를 비교하면 $u^2 = 1$ 이다. 나머지 계수에서 $m = 0, b = -1$ 을 얻는다. 실제로 $f(x) + 1 = (x^2 - 1)^2$ 이므로 $y = -1$ 은 $x = \pm 1$ 에서 접한다. 이것이 유일하다.

[2] 접점의 개수와 직선의 개수를 마지막에 구별한다.

$x = t$ 에서의 접선은

$$y = (4t^3 - 4t)x + (2t^2 - 3t^4).$$

$(0, b)$ 를 지날 조건은 $2t^2 - 3t^4 = b$ 이다. $z = t^2 \geq 0$ 으로 놓으면 $-3z^2 + 2z = b$. 이 포물선은 $z = \frac{1}{3}$ 에서 최댓값 $\frac{1}{3}$ 을 가지며, $z = 0, \frac{2}{3}$ 에서 0이다.

- $b > \frac{1}{3}$: 가능한 z 가 없으므로 0개.
- $b = \frac{1}{3}$: 양의 z 가 하나이고 $t = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이므로 2개.
- $0 < b < \frac{1}{3}$: 서로 다른 양의 z 가 두 개이므로 접점은 4개.
- $b = 0$: $z = 0, \frac{2}{3}$ 이므로 접점은 3개.
- $b < 0$: 양의 z 가 하나이므로 접점은 2개.

[1]에 의해 서로 다른 접점이 같은 직선을 만드는 경우는 $b = -1$ 뿐이다. 그러므로 마지막 경우에서 $b = -1$ 일 때만 1개로 고쳐야 한다. 나머지는 모두 접점 수와 접선 수가 같다.

[3] 위쪽 경계는 두 접선 중 작은 함수값이다.

$a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 으로 놓으면 접선은 $y = \frac{1}{3} \pm \frac{8}{3\sqrt{3}}x$ 이다. $0 \leq x \leq a$ 에서는 음의 기울기인 직선이 아래쪽이다. 접선과 곡선의 차는 이 구간에서 음수가 아니며, 예를 들어

$$f(x) - \left(\frac{1}{3} - \frac{8x}{3\sqrt{3}}\right) = (x - a)^3(x + 3a) \leq 0$$

으로 확인할 수 있다. 따라서 대칭성을 이용하면 넓이는

$$2 \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \left(\frac{1}{3} - \frac{8x}{3\sqrt{3}} - x^4 + 2x^2\right) dx = \frac{8\sqrt{3}}{135}.$$

적분구간을 두 접점 사이로 제한한 것은 다른 곳에서 생길 수 있는 교점을 이 도형에 포함하지 않기 위해서이다.

시험용 모범답안

$f(x) - mx - b = (x - u)^2(x - v)^2$ 에서 계수를 비교하면 $v = -u$, $u^2 = 1$, $m = 0$, $b = -1$ 이다. 따라서 공통접선은 $y = -1$ 이다. 일반 접선의 절편은 $2t^2 - 3t^4$ 이다. $z = t^2 \geq 0$ 에서 $-3z^2 + 2z = b$ 의 양의 근 하나는 접점 두 개를, $z = 0$ 은 접점 한 개를 준다. 서로 다른 접점의 직선이 겹치는 경우는 $b = -1$ 뿐이다. 따라서 접선 수는

$$\begin{cases} 0 & b > \frac{1}{3}, \\ 2 & b = \frac{1}{3}, \\ 4 & 0 < b < \frac{1}{3}, \\ 3 & b = 0, \\ 2 & b < 0, b \neq -1, \\ 1 & b = -1. \end{cases}$$

$b = \frac{1}{3}$ 의 두 접선은 $y = \frac{1}{3} \pm \frac{8x}{3\sqrt{3}}$ 이다. 양의 접점까지에서는 음의 기울기인 직선이 아래쪽이고 곡선 위에 있으므로, 대칭을 이용한 넓이는

$$2 \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \left(\frac{1}{3} - \frac{8x}{3\sqrt{3}} - x^4 + 2x^2 \right) dx = \frac{8\sqrt{3}}{135}.$$

최종 결론 [1] $y = -1$. [2] $b > \frac{1}{3}$: 0개; $b = \frac{1}{3}$: 2개; $0 < b < \frac{1}{3}$: 4개; $b = 0$: 3개; $b < 0, b \neq -1$: 2개; $b = -1$: 1개. [3] $\frac{8\sqrt{3}}{135}$.

오류 점검

- t 와 $-t$ 가 항상 다른 접선을 만드는 것은 아니다. $b = -1$ 을 따로 확인했는가?
 - $z = t^2$ 의 범위 $z \geq 0$ 를 유지했는가?
- 3 에서 두 직선의 위쪽이 아니라 아래쪽을 경계로 적분했는가?

학습용 채점 기준

학습용 평가 기준(대학 공식 채점표 아님, 총 50점)

[1] 중근 인수분해 8점, 계수 비교와 유일성 8점. [2] $z \geq 0$ 에서 절편식 분석 8점, 모든 경계값 및 직선 중복 처리 8점. [3] 경계·부호 설명 8점, 정확한 적분 및 결과 10점.