

문제 안내

유형 1 벡터 조건과 거리의 최댓값 / 문제 1, 2, 3, 4, 5, 6

유형 2 이차곡선과 접선 / 문제 7, 8, 9, 10

유형 3 움직이는 도형과 적분 / 문제 11, 12, 13, 14

유형 4 그래프와 매개변수의 분류 / 문제 15, 16, 17, 18

유형 5 적분으로 정의된 함수 / 문제 19, 20, 21, 22, 23

유형 6 수열과 연계 증명 / 문제 24, 25, 26, 27

유형 7 경우의 수와 조건 분류 / 문제 28, 29, 30, 31, 32, 33

유형 8 공간도형과 정사영 / 문제 34, 35, 36

부록 제공 자료의 추가 공식 기출 / 문제 37 부터 51

소문항 구조를 먼저 확인하기

같은 대문항이어도 소문항이 반드시 연결되지는 않는다. 공통 제시문은 함께 읽되, 앞 소문항의 조건과 답을 다음에 그대로 적용해도 되는지 확인한다.

독립형은 각 소문항의 조건에서 다시 출발한다. 한 문제에 막혀도 다음 문제를 읽고 풀 수 있는 것부터 해결한다.

연결형은 앞에서 구한 값·관계식·부등식 중 무엇을 쓰는지 찾는다. 일부만 연결되면 그 소문항끼리 묶고, 나머지는 독립적으로 접근한다.

“본교재 연계”는 복습 위치 안내이다. 본교재의 답이 이 문제의 풀이에 반드시 필요하다는 뜻은 아니다. 자세한 구분법은 본교재의 같은 주제 설명에서 확인한다.

유형 1 벡터 조건과 거리의 최댓값

벡터합을 거리 조건으로 바꾸기

여러 벡터를 더하는 식이 나오면 중점이나 무게중심을 먼저 찾는다. 두 점 A, B 의 중점이 M 일 때, $\vec{PA} = \vec{PM} + \vec{MA}$ 이고 $\vec{PB} = \vec{PM} + \vec{MB}$ 이다. $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$ 이므로 다음 식을 얻는다.

$$\vec{PA} + \vec{PB} = 2\vec{PM}$$

세 점 A, B, C 의 무게중심이 G 이면 같은 원리로 세 벡터의 합은 $3\vec{PG}$ 이다. 이제 벡터의 크기를 두 점 사이의 거리로 바꿔 읽는다.

서로 다른 두 고정점 M, G 와 양수 k 에 대하여 $\overline{PM} = k\overline{PG}$ 를 생각하자. $k \neq 1$ 이면 좌표를 놓고 제곱하여 원의 방정식을 얻는다. $k = 1$ 이면 선분 MG 의 수직이등분선이다. $k = 0$ 일 때에는 점 P 가 M 하나로 정해지므로 원으로 다루지 않는다.

밑변이 고정된 삼각형의 넓이는 높이가 클수록 커진다. 점 P 가 원 전체를 움직이고 중심이 D , 반지름이 r 이면, 직선 l 까지의 최대 거리는 $d(D, l) + r$ 이다. 중심에서 직선에 내린 수선의 방향으로, 직선에서 더 멀어지는 원 위의 점을 고르면 이 값이 실제로 나온다.

짧은 계산으로 확인

중심이 $(1, 2)$ 이고 반지름이 3인 원에서 x 축까지의 최대 거리는 $2 + 3 = 5$ 이다. 밑변의 길이가 4이고 그 밑변이 x 축 위에 있다면, 삼각형 넓이의 최댓값은 $\frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$ 이다.

풀이를 시작하는 순서

중점이나 무게중심 찾기 → 벡터합을 거리식으로 정리하기 → 자취 구하기 → 필요한 거리나 넓이 구하기

비슷한 문제에서 조심할 점

벡터합의 크기는 길이를 각각 더한 값과 다르다. 점이 원호 위에서만 움직이면 최대 높이를 주는 점이 그 원호에 있는지 확인하고, 필요하다면 양 끝점도 비교한다.

독립형과 연결형을 구별하는 법

먼저 공통 제시문과 각 소문항의 조건을 나누어 읽는다. 구분 기준은 같은 단원을 다루는지가 아니라, 앞에서 구한 결과가 뒤의 풀이에 쓰이는지이다.

독립형은 각 소문항에서 다시 출발한다

각 소문항에 주어진 조건만으로 풀이를 시작할 수 있다. 공통 제시문의 조건은 함께 쓰되, 앞 소문항에서만 추가된 조건이나 구한 값은 가져오지 않는다. 같은 문자도 새로 정의되면 그 뜻을 다시 확인한다.

앞 문제에 막혀도 다음 소문항을 읽고 풀 수 있는 것부터 해결한다. 워크북 문제 2의 부분집합, 함수와 적분, 벡터 문제는 서로의 답을 사용하지 않는다.

연결형은 필요한 결과를 찾아 이어 쓴다

뒤 소문항을 먼저 훑어 앞에서 구한 무엇을 쓰는지 찾는다. 필요한 것은 숫자 답만이 아니라 좌표식, 관계식, 부등식일 수 있다. 워크북 문제 24는 이항계수 관계를 점화 관계에, 그 점화 관계를 합 계산에 사용한다.

답안에는 "(1)에서 구한 관계식을 이용하면"처럼 근거를 밝히고, 가져온 식과 적용 단계를 쓴다. 앞 소문항을 끝내지 못했으면 뒤에서 요구하는 결과를 기호로 두고 가능한 전개를 시도하되, 미완성인 근거가 증명된 것은 아니다.

일부 연결형은 연결되는 소문항만 묶는다

워크북 문제 49에서는 (2)의 함수 형태가 (3)에 이어지지만 (1)은 독립이다. 연결되는 부분을 화살표로 표시한 뒤, 독립인 소문항은 별도로 접근한다. 앞 소문항의 막힘이 대문항 전체의 막힘은 아니다.

공통 제시문과 소문항의 결과를 구별한다

같은 도형을 쓰거나 같은 미분법을 쓴다는 이유만으로 연결형은 아니다. 반대로 문제에 "(1)을 이용하여"라는 말이 없어도, 앞에서 얻은 식을 뒤에서 활용할 수 있다. 새 소문항마다 조건의 범위와 필요한 결과를 확인한다.

대표 문제 1

한양대 공식 기출 2026 학년도 모의논술 1 번

추가 연습 워크북 문제 3 의 나머지 소문항은 이 대표 문제와 독립적으로 푼다.

(3) 좌표평면 위의 세 점 $A(6,2)$, $B(-2,-4)$, $C(5,-1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 할 때, $|\vec{PA} + \vec{PB}| = 4|\vec{PG}|$ 를 만족시키는 점 P 가 나타내는 도형을 T 라 하자. 도형 T 위의 점 P 에 대하여 삼각형 APC 의 넓이의 최댓값을 구하시오.

대표 문제 1 번 나의 답안

문제 번호를 확인하고 소문항 번호를 구분하여 작성합니다.

--	--

답안은 분홍색 테두리 안에 작성합니다.

문제 2

한양대 공식 기출 2024 학년도 모의논술 1 번

본교재 연계 유형 1 벡터 조건과 거리의 최댓값

(1) 집합 $A = \{k \mid k \text{는 } 4n + 2 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 $n + 1$ 개 이상의 짝수를 포함하고 n 개 이하의 홀수를 포함하는 부분집합의 개수는? 단, n 은 자연수이다.

(2) 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(i) 임의의 실수 a, b 에 대하여 $f(a + b) = f(a) + f(b)$ 이다.

(ii) $f(3) = 6$ 이다.

정적분 $\int_0^2 \{f(x)\}^9 \{f(2-x)\}^{10} f'(x) dx$ 의 값을 k 라 할 때, ${}_{20}C_{10} \times k$ 의 값을 구하시오.

(3) 좌표평면에서 선분 AB 를 아랫변으로 하는 사다리꼴 $ABCD$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(i) $\overline{CD} = 1, \overline{DA} = 5$

(ii) $\cos \angle DAB = \frac{3}{5}, \cos \angle BCD = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

점 P 가 $(\vec{AP} + \vec{CP}) \cdot (2\vec{BP} + \vec{DP}) = \frac{67}{8}$ 을 만족시킬 때, $|\vec{AP}|$ 의 최댓값을 구하시오.

문제 2 번 나의 답안

날짜 _____ 시작 _____ 종료 _____ | 소문항 번호를 구분하여 작성

--	--

답안은 분홍색 테두리 안에 작성합니다.

해설 확인 후 수정할 곳 ☐ 계산 ☐ 조건과 근거 ☐ 처음부터 다시 풀기

대표 문제 1 접근과 해설

어떤 조건에서 시작하는가

밑변 AC 가 고정되어 있으므로 넓이의 변화는 점 P 에서 직선 AC 까지의 거리로 결정된다. 원의 중심만 구한 답안에는 반지름을 더하는 마지막 근거를 보충한다.

공식 예시답안

3. 선분 AB 의 중점을 $M(2,-1)$ 이라 하면

$$2|\overrightarrow{PM}| = |\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}| = 4|\overrightarrow{PG}|, \text{ 즉, } |\overrightarrow{PM}| = 2|\overrightarrow{PG}|$$

점 P 의 좌표를 (x,y) 라 하면, 무게중심 G 의 좌표가 $\left(\frac{6-2+5}{3}, \frac{2-4-1}{3}\right) = (3,-1)$ 이므로

$$|\overrightarrow{PM}|^2 = (x-2)^2 + (y+1)^2, \quad |\overrightarrow{PG}|^2 = (x-3)^2 + (y+1)^2$$

따라서 $|\overrightarrow{PM}|^2 = 4|\overrightarrow{PG}|^2$ 으로부터

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4(x-3)^2 + 4(y+1)^2$$

을 얻고, 이를 정리하면

$$3x^2 - 20x + 3y^2 + 6y + 35 = 0 \quad \text{또는} \quad \left(x - \frac{10}{3}\right)^2 + (y+1)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

그러므로 점 P 가 나타내는 도형 T 는 점 $D\left(\frac{10}{3}, -1\right)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{2}{3}$ 인 원이다.

한편, $\overline{AC} = \sqrt{(6-5)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{10}$ 이고, 직선 AC 의 방정식은 $y = 3x - 16$ 이다.

삼각형 APC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times (\text{점 } P \text{와 직선 } AC \text{ 사이의 거리})$ 이고,

$$\begin{aligned} (\text{점 } P \text{와 직선 } AC \text{ 사이의 거리의 최댓값}) &= (\text{점 } D \text{와 직선 } AC \text{ 사이의 거리}) + (\text{원 } T \text{의 반지름}) \\ &= \frac{5}{\sqrt{10}} + \frac{2}{3} \end{aligned}$$

따라서 삼각형 APC 의 넓이의 최댓값은 $\frac{\sqrt{10}}{2} \left(\frac{5}{\sqrt{10}} + \frac{2}{3} \right) = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{10}}{3}$ 이다.

공식 채점기준

3	40	점 P 가 나타내는 도형 T 가 무엇인지 파악하였는가?	20
		삼각형 APC 의 넓이의 최댓값을 잘 구했는가?	20

공식 기준을 충족한 답안의 줄 _____ 보충할 근거 _____

문제 2 쉬운 추가 해설

공식 예시답안을 읽기 위한 교재의 보충 설명 · 공식 배점과 구분

소문항 (1) · 식이 나오는 이유

짝수와 홀수는 각각 $2n + 1$ 개이다. $2n + 1$ 개 중 n 개 이하를 고르는 경우와 $n + 1$ 개 이상을 고르는 경우는, 고른 것과 고르지 않은 것을 바꾸면 일대일로 대응한다. 따라서 각각 전체 부분집합 수의 절반이다.

짝수 선택과 홀수 선택은 서로 제한하지 않는다. 각각 2^{2n} 가지이므로 곱의 법칙으로 2^{4n} 가지를 얻는다.

소문항 (2) · 식이 나오는 이유

덧셈 조건에서 $f(0) = 0, f(1) = 2, f(2) = 4$ 를 얻고, $f(x) + f(2 - x) = 4$ 로 묶는다. 적분 안의 두 함수가 한 함수로 정리되므로 $t = f(x)$ 라는 치환을 떠올릴 수 있다.

$dt = f'(x)dx$ 이고 양 끝의 값은 0과 4이다. 따라서 적분은 $\int_0^4 t^9 (4 - t)^{10} dt$ 가 된다. 공식 풀이의 반복 부분적분은 한쪽 지수를 줄여 계산을 끝내는 과정이다. 주어진 이항계수까지 곱한 답은 $2^{39}/5$ 이다.

소문항 (3) · 식이 나오는 이유

아랫변을 x 축에 놓으면 사다리꼴의 높이와 수평 길이를 삼각비로 구할 수 있다. 공식 풀이의 좌표는 $A(0,0), B(6,0), C(4,4), D(3,4)$ 이다. 이 좌표를 정해야 내적 조건을 x, y 에 관한 식으로 옮길 수 있다.

내적을 전개하고 완전제곱하면 점 P 의 자취는 원이다. 원의 중심까지의 거리와 반지름을 더하는 이유는 A 에서 가장 먼 원 위의 점이 중심을 잇는 직선의 바깥쪽에 있기 때문이다. 최댓값은 $\sqrt{541}/4$ 이다.

문항 구조와 복습 안내

(1)은 부분집합, (2)는 함수와 적분, (3)은 벡터와 자취를 다룬다. 서로의 계산 결과를 쓰지 않는 독립 소문항이므로 한 문제에 막혀도 다음 문제를 시작할 수 있다.

내 답안 점검

부분집합의 절반이라는 근거를 적었는가? 치환의 양 끝 값을 확인했는가? 원의 중심뿐 아니라 반지름까지 사용했는가?