

논술에서 수능으로 ④

지수·로그와 함수·도형

같은 주제, 다른 도구

좌표·대칭·평행이동·교점·넓이

공통편 · 문제와 상세해설

30문항 · 문제와 상세해설 합본

논술·해외 원형의 판단을 수능형 조건으로 확장합니다.

최민구T 제작

2027학년도 수능 대비 · 공통 수학 I · 수학 II 및 선수 개념

2015 개정 교육과정

논술에서 수능으로 ④ 공통편 미리보기

지수·로그와 함수·도형을 연결하는 30문항 중 대표 2문항과 해당 상세해설을 발췌했습니다. 문제와 해설은 본책과 같은 내용이며 문항 번호와 본문 인쇄 쪽수를 그대로 유지했습니다.

본책 구성

표지와 학습 안내 → 문제 01-30 → 빠른 정답 → 상세해설 01-30 → 출처와 변형 내용. 문제편과 해설편이 합쳐진 A4 PDF 83쪽입니다.

미리보기 구성

본책 표지 / 이 안내 / 대표 문제 2문항 / 해당 상세해설 / 문항별 출처와 변형 내용.

대표 문항과 선정 이유

공통 01은 가천대의 원·로그 발상을 조건 역추론형으로 바꾼 변형입니다. 공통 27은 2026학년도 6월 모의평가 공통 22번으로, 실제 기출과 상세한 풀이를 확인할 수 있습니다.

어떻게 활용하면 좋을까요

먼저 문제만 풀어 본 뒤 해설에서 첫 관계를 세우는 이유, 조건의 사용, 후보의 선별을 비교해 보세요. 정답뿐 아니라 풀이의 출발과 검산 과정을 확인할 수 있습니다.

출처와 변형 구분

마지막 출처표에는 본책 30문항의 원형과 활용 발상을 모두 안내합니다. 실제 기출은 조건·수치·물음을 보존하고, 변형은 추가하거나 바꾼 사고 과정을 설명했습니다. 일부 대학 문항은 제공 기출 모음 수록본을 기준으로 표기했습니다.

학습 범위와 난도

2015 개정 교육과정, 2027학년도 수능 대비 자료입니다. 공통 수학 I·수학 II 및 선수 개념으로 해결하며 지수·로그함수의 미분을 사용하지 않습니다. 문항당 4점은 이 교재의 배점이며 실제 학생 정답률이나 풀이 시간을 측정한 난도는 아닙니다.

01

변형 문항 · 4점

2023학년도 가천대 수시 지름·로그 원형 기반 변형

$a > 1$ 이고 원 C 의 중심은 x 축 위에 있다. 곡선 $y = \log_a x$ 위의 서로 다른 두 점 P, Q 가 원 C 의 지름의 양 끝점이다. 원 C 는 점 $(0, \sqrt{3})$ 을 지나고, 삼각형 OPQ 의 넓이는 6이다. $a^4 + a^{-4}$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

풀이 공간

27

실제 기출 · 4점

2026학년도 6월 모의평가 · 공통 22번 · 2025.06.04 시행

 $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 두 곡선

$$y = 2^x + \frac{k}{2}, \quad y = k \left(\frac{1}{2} \right)^x + k - 2$$

가 만나는 점을 A 라 하자. 점 A 를 지나고 기울기가 -1 인 직선과 곡선 $y = 2^{x-2} - 3$ 의 교점을 B 라 하자.

삼각형 AOB 의 넓이가 16일 때 $k + \log_2 k = \frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고 p, q 는 서로소인 자연수이다.)

풀이 공간

변형 문항 · 4점

01

01 원의 지름과 로그의 두 값

2023학년도 가천대 수시 지름·로그 원형 기반 변형

정답 34

문제 다시 보기

$a > 1$ 이고 원 C 의 중심은 x 축 위에 있다. 곡선 $y = \log_a x$ 위의 서로 다른 두 점 P, Q 가 원 C 의 지름의 양 끝점이다. 원 C 는 점 $(0, \sqrt{3})$ 을 지나고, 삼각형 OPQ 의 넓이는 6이다. $a^4 + a^{-4}$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

상세해설

지름의 중점 조건으로 두 로그값을 묶습니다.

$P = (u, -v), Q = (w, v)$ 로 놓을 수 있습니다. 로그함수가 증가하고 중심의 높이가 0이므로 $0 < u < 1 < w$, $v > 0$ 입니다. 두 점이 로그곡선 위에 있어 $u = a^{-v}, w = a^v$, 따라서 $uw = 1$ 입니다. 중심을 $(h, 0)$ 이라 하면 $2h = u + w$ 입니다.

반지름을 두 방법으로 나타내 높이를 정합니다.

지름의 절반으로 계산한 반지름의 제곱은

$$R^2 = \frac{(w-u)^2}{4} + v^2 = h^2 - uw + v^2 = h^2 - 1 + v^2.$$

한편 $(0, \sqrt{3})$ 이 원 위에 있으므로 $R^2 = h^2 + 3$ 입니다. 따라서 $v^2 = 4$, $v = 2$ 입니다. 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}|(u+w)v| = hv$ 이므로 $h = 3$ 입니다.

밑 자체보다 필요한 거듭제곱합을 구합니다.

$u + w = 6$ 이고 $v = 2$ 이므로 $a^2 + a^{-2} = 6$ 입니다. 따라서

$$a^4 + a^{-4} = (a^2 + a^{-2})^2 - 2 = \boxed{34}.$$

실제 존재 $w = 3 + 2\sqrt{2}, u = 3 - 2\sqrt{2}$ 로 잡으면 $uw = 1$ 이며 $a = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} > 1$ 입니다. 반지름의 제곱은 12, 넓이는 6으로 두 조건을 모두 만족합니다.

포인트 노트 · 숏컷 지름의 양 끝점의 높이가 반대라는 사실을 먼저 이용합니다. 원의 방정식의 모든 계수를 미지수로 둘 필요는 없습니다. $v = 2$ 를 얻은 뒤에도 넓이 조건을 써야 밑의 거듭제곱합이 정해집니다.

실제 기출 · 4점

27

27 최근 22번 기출 ①

2026학년도 6월 모의평가 · 공통 22번 · 2025.06.04 시행

정답 38

문제 다시 보기

 $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 두 곡선

$$y = 2^x + \frac{k}{2}, \quad y = k \left(\frac{1}{2} \right)^x + k - 2$$

가 만나는 점을 A 라 하자. 점 A 를 지나고 기울기가 -1 인 직선과 곡선 $y = 2^{x-2} - 3$ 의 교점을 B 라 하자.삼각형 AOB 의 넓이가 16일 때 $k + \log_2 k = \frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고 p, q 는 서로소인 자연수이다.)

상세해설

첫 교점의 식에서 불필요한 매개변수를 없앱니다. $A = (a, c), z = 2^a > 0$ 라 하면

$$z + \frac{k}{2} = \frac{k}{z} + k - 2 \implies (z + 2)(2z - k) = 0.$$

따라서 $z = \frac{k}{2}$ 이고

$$A = \left(\log_2 \frac{k}{2}, k \right), \quad k = 2^{a+1}.$$

즉 A 의 자취는 $y = 2^{x+1}$ 입니다.**자취와 세 번째 그래프의 이동량을 비교합니다.** $y = 2^{x+1}$ 을 오른쪽으로 3, 아래로 3만큼 옮기면 $y = 2^{x-2} - 3$ 이 됩니다. 따라서 A 를 $(3, -3)$ 만큼 옮긴

$$B = (a + 3, k - 3)$$

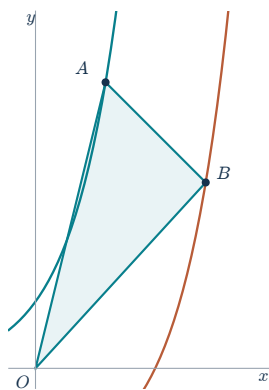
는 세 번째 곡선 위에 있고, 직선 AB 의 기울기는 -1 입니다. 세 번째 곡선은 증가하고 이 직선은 감소하므로 교점 B 는 유일합니다.**넓이는 좌표의 합 하나로 바꿉니다.**

$$16 = \frac{1}{2} |a(k - 3) - k(a + 3)| = \frac{3}{2} |a + k|.$$

 $k > 1$ 이므로 $a = \log_2 k - 1 > -1$ 이고 $a + k > 0$ 입니다. 따라서 절댓값을 없애면

$$k + \log_2 k - 1 = \frac{32}{3}, \quad k + \log_2 k = \frac{35}{3}.$$

35, 3은 서로소이므로 $\boxed{p + q = 38}$ 입니다.



AB 를 구하기 위한 새로운 지수방정식을 세우기보다, A 의 자취와 이동량을 먼저 읽습니다.

존재와 유일성 $k + \log_2 k$ 는 $k > 1$ 에서 연속이고 엄격히 증가하며, $k = 1$ 에서의 값 1보다 $\frac{35}{3}$ 이 큼니다. 따라서 이 값을 만드는 $k > 1$ 은 정확히 하나입니다.

포인트 노트 · 숏컷 숏컷: AB 가 $x + y = a + k$ 위에 있고 길이는 $3\sqrt{2}$ 입니다. 원점에서 이 직선까지의 거리는 $\frac{a+k}{\sqrt{2}}$ 이므로 넓이는 바로 $\frac{3}{2}(a + k)$ 입니다. 여기서는 $k > 1$ 이므로 부호가 정해집니다.

출처와 변형 내용

실제 기출과 BlueMath 변형을 구분했습니다. 아래 출처는 각 문항의 원형과 활용 발상을 안내합니다. 일부 대학 문항은 제공 기출 모음 수록본을 기준으로 표기했으며, 확인되지 않은 본시험 여부는 확정하여 표기하지 않았습니다.

번호	원형 출처 및 학습 내용
01	원의 지름과 로그의 두 값 변형 문항 · 2023학년도 가천대 수시 지름·로그 원형 기반 변형 · 제공 기출 모음 수록본 지름의 양 끝점, 원 위의 제3점과 삼각형 넓이로 로그 좌표를 복원합니다.
02	로그곡선과 원 변형 문항 · 가천대 지름·로그 발상의 BlueMath 융합변형 두 지정점과 지름의 직각 조건으로 좌표의 합과 곱을 찾고 해의 유일성을 확인합니다.
03	역함수의 교점과 두 거리 변형 문항 · 2024학년도 서울과학기술대 수시 오후 문제 1-[1-2]의 역함수 교점 발상 변형 · 제공 수록본 기준 역함수 교점에 거리의 곱과 차 조건을 결합합니다.
04	대응하는 두 그래프와 가능한 밑 변형 문항 · 역함수 대응·대칭·확대 발상의 BlueMath 확장변형 대칭인 두 배치를 구분하여 가능한 모든 밑을 복원합니다.
05	수직인 직선과 이차함수의 복원 변형 문항 · 부산대 2026학년도 본논술 자연계 문항2 [2-1] 변형 수직인 직선과 중근 조건으로 이차함수를 복원합니다.
06	로그 높이의 부호와 넓이 변형 문항 · 송실대 2027학년도 모의논술 문제3 기반 재설계 로그 높이의 부호를 나누어 축을 지나는 도형의 넓이를 구합니다.
07	로그수열과 원 변형 문항 · 송실대 로그수열 발상과 원의 중심 조건을 결합한 BlueMath 변형 로그수열과 원의 중심 조건을 함께 사용합니다.
08	로그의 밑과 원래 해의 개수 변형 문항 · Oxford MAT 2015 Question 1H의 로그방정식 발상에서 재설계 · BlueMath 변형 밑의 금지값과 이차방정식의 근의 위치를 연결하여 원래 해의 개수를 셉니다.
09	교점과 외접원 변형 문항 · 송실대 지수·로그 교점 발상과 외접원을 결합한 BlueMath 변형 교점의 대칭 관계와 외접원을 연결합니다.
10	직사각형과 이차함수의 복원 변형 문항 · 포물선의 이동·직사각형 발상의 BlueMath 융합변형 직사각형과 직선의 절편으로 이동한 이차함수의 계수를 복원합니다.
11	교점의 자취와 원 변형 문항 · 2026학년도 6월 평가원 22번 발상의 BlueMath 융합변형 교점의 자취와 평행이동 이후 원의 존재 조건을 확인합니다.
12	로그방정식과 삼차함수 변형 문항 · 중국 공식 원형의 극값 발상에서 착안한 BlueMath 공통형 재설계 로그 치환, 두 실근 조건과 중근을 이용하여 삼차함수와 넓이를 구합니다.

번호	원형 출처 및 학습 내용
13	다섯 실근의 배열 변형 문항 · 중국 공식 원형의 실근 개수 발상에서 착안한 BlueMath 공통형 재설계 다섯 실근의 등비 관계를 로그값의 등차 관계로 바꿉니다.
14	다섯 실근과 두 양의 해 변형 문항 · 2022학년도 가천대 모의논술 절댓값 지수 원형 기반 변형 · 제공 모음 1번 절댓값 지수식을 두 겹의 이차 관계로 해석합니다.
15	네 로그 좌표와 간격의 비 변형 문항 · 2022학년도 가천대 모의논술의 절댓값 지수 · 실근 발상에서 재설계 · BlueMath 변형 절댓값 이차식의 네 근에서 지수 좌표 간격의 비를 역추론합니다.
16	로그의 비가 제한하는 정수값 변형 문항 · 2023학년도 가천대 수시 로그 합 · 곱 원형 기반 변형 · 제공 모음 3번 로그의 합과 곱을 부등식, 값의 범위와 정수 선별로 확장합니다.
17	등차수열을 이루는 세 실근 변형 문항 · BlueMath 독립 설계 · 로그 좌표의 간격과 삼차방정식 로그 좌표의 간격과 삼차방정식의 근과 계수 관계를 결합합니다.
18	로그 좌표와 직사각형의 넓이 범위 변형 문항 · BlueMath 재설계 · 로그의 곱셈법칙과 이차함수의 최대 · 최소 로그의 곱셈법칙으로 자취를 구하고 넓이의 최대 · 최소 차에서 구간을 복원합니다.
19	두 수평선으로 지수 속 이차식 복원 변형 문항 · 거듭제곱 그래프와 교점의 대칭 발상을 재설계한 BlueMath 문항 두 높이에서의 교점 간격과 근의 곱으로 계수를 정합니다.
20	평행한 접선과 세 기울기 변형 문항 · 경기대 2026학년도 수록 A-2 (1)(2)의 BlueMath 변형 · 본시험 여부 미확인 포물선과 원에 동시에 접하는 두 직선의 기울기 관계를 이용합니다.
21	바깥 두 근과 정수인 높이 변형 문항 · 부산대 2026학년도 본논술 자연계 문항2 [2-2] 변형 바깥 두 근과 정수인 높이 조건으로 가능한 값을 선별합니다.
22	교점의 비를 원래 좌표로 변형 문항 · 2027학년도 6월 평가원 20번의 로그 교점 구조 확장 로그 교점 관계에 거듭제곱 조건과 대칭함을 결합합니다.
23	중심이 주어진 원과 로그곡선 변형 문항 · 가천대 로그곡선 · 원의 지름 발상의 좌표 복원 변형 원의 중심 · 반지름 조건으로 로그곡선의 밑을 복원합니다.
24	교육청 기출 ① 실제 기출 · 2023년 3월 고3 전국연합학력평가 · 21번 · 2023.03.23 시행 기출의 조건 · 수치 · 물음을 유지하고 상세해설과 보조 그림을 제공합니다.
25	교육청 기출 ② 실제 기출 · 2026년 10월 고3 전국연합학력평가 · 20번 · 2026.10.20 시행 기출의 조건 · 수치 · 물음을 유지하고 조건에 맞춘 해설 그림을 제공합니다.
26	넓이 조건이 남기는 두 수열 변형 문항 · 송실대 2027학년도 모의논술 문제3 변형 로그수열의 두 조건과 절댓값의 경우를 연결합니다.

번호	원형 출처 및 학습 내용
27	최근 22번 기출 ① 실제 기출 · 2026학년도 6월 모의평가 · 공통 22번 · 2025.06.04 시행 기출의 조건·수치·물음을 유지하고 단계별 해설을 제공합니다.
28	최근 22번 기출 ② 실제 기출 · 2026학년도 9월 모의평가 · 공통 22번 · 2025.09.03 시행 기출의 조건·수치·물음을 유지하고 단계별 해설을 제공합니다.
29	최근 22번 기출 ③ 실제 기출 · 2026학년도 대학수학능력시험 · 공통 22번 · 2025.11.13 시행 기출의 조건·수치·물음을 유지하고 교점의 유일성 근거를 보완합니다.
30	최근 22번 기출 ④ 실제 기출 · 2027학년도 9월 모의평가 · 공통 22번 · 2026.09.02 시행 기출의 조건·수치·물음을 유지하고 이동·직사각형·로그 정의역을 확인합니다.