2027학년도 / 수리논술

중앙대

일반형 의약학

최종점검 FINAL 10

맛보기 / 제01회

실제 수록 회차의 문제와 정답·해설

최민구 T

BlueMath 2027

중앙대 일반형 의학·약학 최종점검

B1 문제편

전형 재현

대상과 범위

서울캠퍼스 논술 일반형 의학부·약학부용입니다. 수학·수학 Ⅰ·수학 Ⅱ·확률과 통계·미적분·기하가 범위입니다.

올해 공식 구조

5대문항·120분입니다. 올해 일반형 모의의 공통4대문항100점에 기하1대문항30점을 추가한 표시점수130점을 유지했습니다.100점으로 임의 환산하지 않습니다. 번호가 붙은 소문항은 각 회9개입니다.

회차와 연습 시간

A1–A3은 기출·공식 모의와 기존 변형, B1은 전형 재현, B2는 조건 변경·발상 결합, B3은 최종 리허설입니다. B1·B3은120분, A는120–140분, B2는120–135분의 연습안을 제시합니다. 작성자 추정이며 학생 실측이 아닙니다.

공통 문항 안내

각 회1–4번은 검수된 중앙대 일반형 자연 최종점검과 동일합니다. 이미 학습했다면 새 평가 점수로 세지 말고 5번 기하를 연결하여 답안 완성도를 점검합니다. 의학부·약학부 합본도 동일 문항입니다.

학습 기록

이름: _____ 날짜: _____

시작: _____ 종료: _____

2026년10월28일 편성 · 대학 공식 시험지가 아닙니다.

B1-1 20점

갑은1부터 n까지의 자연수가 하나씩 적힌 n장의 카드에서 한 장을 뽑는다(n≥9). 을은1부터9까지의 카드에서 k가 적힌 카드 한 장을 제외한8장 중 한 장을 뽑는다(1≤k≤9). 각 선택은 균등하고 서로 독립이다. 두 수의 차의 절댓값이2 이상이면 더 큰 수를 뽑은 사람이 이긴다. 차의 절댓값이1 이하이면 두 카드를 돌려놓고 같은 시행을 반복한다. 최종 승률이 같도록 하는 (n,k)를 모두 구하시오.

B1-2 20점

A(−1,0),B(1,0)에 대하여 P(x,y)가 $\overline{PA}\,\overline{PB} = \sqrt{3}$을 만족하며 x>0,y>0이다.

1. $\frac{dy}{dx}$와 그 값이0인 점(a,b)를 구하시오. [12점]
2. $\int_a^{\frac{\sqrt{6}}{2}} xy^2 dx$를 구하시오. [8점]

B1-3 30점

두 소문항은 서로 독립이다.

1. a>0이고 $\frac{1}{8} \le x \le 8$의 모든 x에서 $|(\log_{2^a} x + 3)(\log_{2^a} x - 5)| \ge 14$이다. a의 최솟값을 구하시오. [15점]
2. a>0에 대하여 $F(x) = |3\sin^2 x - 3\sin x - a|$가 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$에서 갖는 최댓값을 M이라 하자. F(x)=M의 서로 다른 실근이 정확히4개일 때 a와 네 실근을 구하시오. [15점]

B1-4 30점

두 소문항은 서로 독립이다.

1. (t,0)을 지나고 $y = e^{2x^2}$에 접하는 두 직선의 기울기를 $m_1(t), m_2(t)$라 하자. $\int_0^1 t^3 m_1(t) m_2(t) dt$를 구하시오. [15점]
2. 자연수 n에 대하여 $|x-2|^{\frac{n}{6}} + |x+2|^{\frac{n}{6}}$의 최솟값을 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{12} \frac{a_n}{2^{\frac{n}{6}}}$을 구하시오. [15점]

B1-5 30점

두 소문항은 서로 독립이다.

1. 포물선 $y^2 = 8x$의 초점을 F라 하자. 제1사분면의 포물선 위의 점 P에서 그은 접선이 y축과 만나는 점을 Q라 한다. $\angle PFQ = 45^\circ$일 때 사각형 OFPQ의 넓이를 구하시오. O는 원점이다. [15점]

2. 정사면체 ABCD의 변 BC 위의 점 P, 변 AD 위의 점 Q가 $BP : PC = 1 : 3$, $AQ : QD = 3 : 1$을 만족한다. 두 직선 PQ와 CD가 이루는 예각 θ에 대하여 $\cos\theta$를 구하시오. [15점]

최민구 T

BlueMath 2027

중앙대 일반형 의학·약학 최종점검

B1 상세해설

전형 재현

대상과 범위

서울캠퍼스 논술 일반형 의학부·약학부용입니다. 수학·수학 Ⅰ·수학 Ⅱ·확률과 통계·미적분·기하가 범위입니다.

올해 공식 구조

5대문항·120분입니다. 올해 일반형 모의의 공통4대문항100점에 기하1대문항30점을 추가한 표시점수130점을 유지했습니다.100점으로 임의 환산하지 않습니다. 번호가 붙은 소문항은 각 회9개입니다.

회차와 연습 시간

A1–A3은 기출·공식 모의와 기존 변형, B1은 전형 재현, B2는 조건 변경·발상 결합, B3은 최종 리허설입니다. B1·B3은120분, A는120–140분, B2는120–135분의 연습안을 제시합니다. 작성자 추정이며 학생 실측이 아닙니다.

공통 문항 안내

각 회1–4번은 검수된 중앙대 일반형 자연 최종점검과 동일합니다. 이미 학습했다면 새 평가 점수로 세지 말고 5번 기하를 연결하여 답안 완성도를 점검합니다. 의학부·약학부 합본도 동일 문항입니다.

학습 기록

이름: _____ 날짜: _____

시작: _____ 종료: _____

2026년10월28일 편성 · 대학 공식 시험지가 아닙니다.

B1-1 · 차가 작은 경우에 다시 뽑는 카드 게임

확률과 통계

첫 판단과 이유

승부가 나지 않는 경우가 같은 수뿐 아니라 이웃한 수까지 포함됩니다. 을이 가장 큰 수9를 뽑았을 때 갑의 승리 경우 수가 음수가 되지 않도록 n=9를 따로 확인합니다.

1. 최종 승률의 비교

한 번에 갑·을이 이기는 경우 수를 U,V라 하면 두 최종 승률의 비도 U:V입니다. 매번 이길 확률이 양수이고 재시행 확률은1보다 작아서 무한히 재시행할 확률은0입니다. 따라서 U=V이면 충분합니다.

2. 을의 승리 경우

을의 카드가 j일 때 갑의 수는 j−2 이하이어야 하므로 경우 수는 j≥2에서 j−2, j=1에서0입니다. 전체1부터9의 합은28이므로

$$V=\begin{cases}28 & k=1,\\ 30-k & 2\le k\le 9.\end{cases}$$

3. n≥10일 때

을의 카드가 j이면 갑의 승리 경우 수는 n−j−1≥0입니다. 따라서 $U=8(n-1)-(45-k)=8n-53+k$입니다. k=1이면 U=V에서 n=10을 얻습니다. k≥2이면 $8n+2k=83$이 되어 왼쪽은 짝수, 오른쪽은 홀수이므로 불가능합니다.

4. n=9의 끝 경우

j=9일 때 n−j−1은−1이지만 실제 경우 수는0입니다. k≤8이면 앞의 합에1을 더하여 U=20+k입니다. k=1이면21≠28이고,2≤k≤8이면20+k=30−k에서 k=5입니다. k=9이면 U=28,V=21이므로 불가능합니다. 두 해 (9,5),(10,1)는 원조건을 만족합니다.

정답

$(n,k)=(9,5),(10,1)$

제출용 모범답안

반복을 제외한 한 시행의 승리 경우 수를 같게 놓는다. 을의 경우 수는 k=1이면28, 그 외30−k이다. n≥10일 때 갑은8n−53+k이므로(10,1)만 가능하다. n=9에서는 카드9에 대한 경우 수를0으로 보정하여 k≤8에서 20+k를 얻고, 이때 k=5이다. k=9는 제외된다.

부분점수·감점 요소

4점: 반복 관계; 5점: 을의 경우; 5점: n≥10·짝홀; 4점: n=9 보정; 2점: 두 해·확인

j=9일 때 경우 수를−1로 세면 안 됩니다. 재시행 규칙이 달라져도 최종 승률을 비교하는 원리는 같습니다.

정당하게 줄이는 계산

무승부의 정확한 경우 수를 모두 셀 필요 없이 두 승리 경우 수를 비교합니다.

기존 번호·출처: 신규 B1 · 2027 일반형 모의1번/A1-1의 반복 게임 구조

B1-2 · 거리곱을 바꾼 곡선의 접선과 적분

미적분

첫 판단과 이유

거리곱을 제곱하여 y^2를 구합니다. 수평 접선의 위치뿐 아니라 적분의 양끝이 실제 곡선 위에 있는지도 확인합니다.

1. y^2와 허용 구간

$(x^2+y^2+1)^2=4x^2+3$에서

$$y^2=\sqrt{4x^2+3}-x^2-1.$$

양수 조건은 $(x^2-1)^2<3$이며 x>0에서 $0<x<\sqrt{1+\sqrt{3}}$입니다. 이 구간의 양의 y는 하나입니다.

2. 도함수와 수평 접선

$$y'=\frac{\frac{2x}{\sqrt{4x^2+3}}-x}{y}.$$

x>0이므로 도함수0은 $\sqrt{4x^2+3}=2$와 같아 $a=\frac{1}{2}, b=\frac{\sqrt{3}}{2}$입니다. 도함수는 이 점 전후에서 양수에서 음수로 바뀝니다.

3. 적분

상단 $x^2=\frac{3}{2}$는 $1+\sqrt{3}$보다 작아 적분 구간이 허용됩니다. 원시함수는

$$\frac{(4x^2+3)^{\frac{3}{2}}}{12}-\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}.$$

상단에서 $\frac{15}{16}$, 하단에서 $\frac{101}{192}$이므로 답은 $\frac{79}{192}$입니다.

정답

(1) 해설의 도함수, $(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$ (2) $\frac{79}{192}$

제출용 모범답안

거리식에서 y^2를 구해 미분하면 도함수가0일 조건은$4x^2+3=4$이다. 따라서 a,b를 얻는다. x y^2의 제곱근 항을 치환적분한 원시함수에 양끝을 대입하면 $\frac{79}{192}$이다.

부분점수·감점 요소

4점: 거리식·정의역; 4점: 미분; 4점: a,b; 3점: 적분식·구간; 3점: 원시함수; 2점: 대입

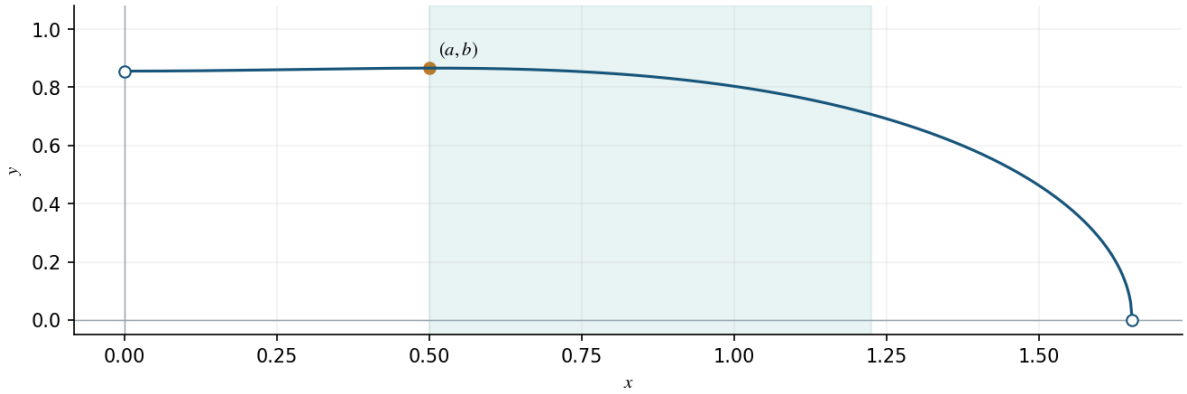
거리곱$\sqrt{3}$을 제곱한 상수는3입니다. 양의 y 조건을 끝까지 유지합니다.

정당하게 줄이는 계산

y를 두 겹의 근호로 나타내지 않고 y^2를 사용합니다.

기존 번호·출처: 신규 B1 · 2027 일반형 모의2번/A1-2 재현

그림으로 확인



변경된 거리곱에 맞추어 수평 접선의 위치와 적분 구간을 다시 그렸습니다.

B1-3 · 절댓값 이차식과 구간의 양끝

수학 I

첫 판단과 이유

첫째는 로그의 입력 구간 전체가 이차부등식의 해 구간에 포함되어야 합니다. 둘째는 sin x=−1을 만드는 두 양끝을 각각 세어야 합니다.

1. 로그 구간의 포함

t=$\log_{2^a} x$의 범위는 $[-\frac{3}{a}, \frac{3}{a}]$입니다. q=$t^2$−2t−15는0에서−15이고, 연속 구간 전체에서 |q|≥14이므로 q≤−14를 유지해야 합니다. 즉 $(t-1)^2 \le 2$입니다. 따라서

$$-\frac{3}{a} \ge 1-\sqrt{2}, \quad \frac{3}{a} \le 1+\sqrt{2}.$$

더 강한 첫 조건에서 $a \ge 3+3\sqrt{2}$이고 등호가 가능하므로 이것이 최소입니다.

2. 삼각함수 최대 후보

t=sin x에서 $3t^2-3t-a = 3(t-\frac{1}{2})^2 - a - \frac{3}{4}$입니다. t=$\frac{1}{2}$의 절댓값은 a+$\frac{3}{4}$, t=−1에서는 |6−a|, t=1에서는 a입니다. 따라서 최대는 max$\{a+\frac{3}{4}, 6-a\}$입니다.

3. 원래 구간에서 네 점

sin x=$\frac{1}{2}$인 점은 $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$의 두 개이고 sin x=−1인 점은 두 양끝의 두 개입니다. 어느 한 최대 후보만 크면 실근이 2개이므로 네 실근을 위해 두 후보가 같아야 합니다.

$$a+\frac{3}{4} = 6-a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{21}{8}.$$

이때 M=$\frac{27}{8}$이며 네 실근은 $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$입니다.

정답

(1) $3+3\sqrt{2}$ (2) $a=\frac{21}{8}$, $x=-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$

제출용 모범답안

로그를 치환한 구간은0을 포함하므로 절댓값 안이−14 이하인 구간에 모두 들어가야 한다. 양끝 조건으로 최소 a=3+3√2이다. 둘째는 두 최대 후보가 각각 두 개의 x를 만들므로 같은 높이여야 한다. 등식에서 a=$\frac{21}{8}$을 얻고 네 x를 확인한다.

부분점수·감점 요소

5점: 로그 치환·범위; 5점: 부호·이차부등식; 5점: 최소·등호; 5점: 최대 후보; 5점: 양끝 포함 해 수; 5점: a·네 근

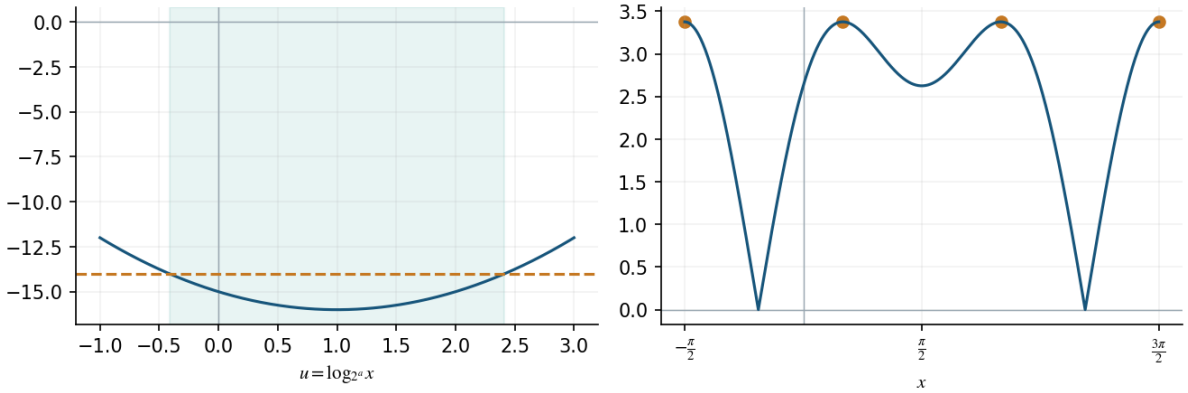
둘째의 정의역은[0,2π]가 아닙니다. 같은 사인값이라도 주어진 구간에 따라 실근 수가 달라집니다.

정당하게 줄이는 계산

수학 I 의 이차함수 최대·최소와 삼각함수 그래프만 사용합니다.

기존 번호·출처: 신규 B1 · 2027 일반형 모의3번/A2-3 재현

그림으로 확인



삼각함수의 정의역 양끝이 모두 최대 높이에 포함됩니다.

B1-4 · 접선의 곱과 거리의 거듭제곱

미적분

첫 판단과 이유

기울기 둘을 각각 구하지 않고 접점의 합과 곱을 씁니다. 거리의 거듭제곱 문제에서는 지수가1을 넘으면 가운데 점에서의 값도 지수에 따라 변합니다.

1. 두 접점의 관계

접점 r의 접선이(t,0)을 지나면$4r^2-4tr-1=0$입니다. 두 근은 서로 다른 실수이고 합은 t, 곱은 $-\frac{1}{4}$입니다. 따라서

$$m_1m_2 = 16\alpha\beta e^{2(\alpha^2+\beta^2)} = -4e^{2t^2+1}.$$

기울기는 부호가 반대여서 두 접선은 다릅니다.

2. 치환과 부분적분

$s=2t^2$로 놓으면 $t^3dt = \frac{s}{8}ds$입니다. 따라서

$$\int_0^1 t^3 m_1 m_2 dt = -\frac{e}{2}\int_0^2 se^s ds = -\frac{e^3+e}{2}.$$

3. 최소를 만드는 위치

$p=\frac{n}{6}$이라 하면 짝함수이고 x>2에서 증가합니다. 0<x<2에서 도함수는 $p\{(2+x)^{p-1}-(2-x)^{p-1}\}$입니다. p<1이면 감소하여 최소$4^p$를 x=±2에서 갖습니다. p=1이면[−2,2]에서 모두4이며, p>1이면 x=0에서 유일하게 최소$2\cdot 2^p$를 갖습니다.

4. 나눈 뒤의 수열

$q=2^{\frac{1}{6}}$라 하면 n=1부터5까지 $\frac{a_n}{2^{\frac{n}{6}}}=q^n$이고 n=6부터12까지는 모두2입니다. 따라서 합은

$$\frac{q(q^5-1)}{q-1}+14 = \frac{2-2^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{1}{6}}-1}+14.$$

정답

(1) $-\frac{e^3+e}{2}$ (2) $\frac{2-2^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{1}{6}}-1}+14$

제출용 모범답안

접점 방정식의 두 근의 합·곱으로 기울기 곱을$-4e^{2t^2+1}$로 정리하고 $s=2t^2$로 치환해 적분한다. 둘째는 n<6, n=6, n>6을 나누어 최소를 정한 뒤 주어진 분모로 나누면 첫5항의 등비합과14를 더하면 된다.

부분점수·감점 요소

5점: 접점식·존재; 5점: 기울기곱; 5점: 치환적분; 6점: 지수 세 경우; 4점: 정규화한 항; 5점: 등비합

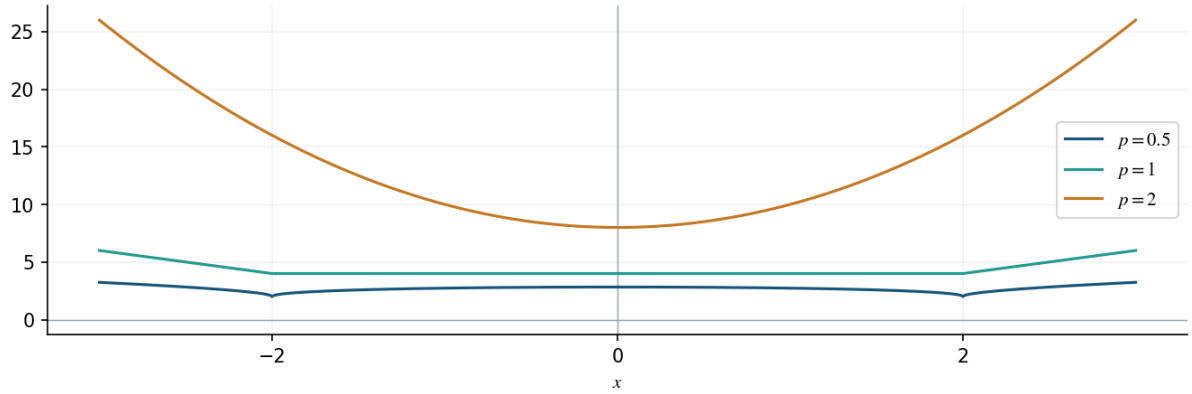
둘째에서 n>6일 때 최소는2가 아니라$2\cdot 2^{\frac{n}{6}}$입니다. 최종 합에서는 주어진 분모로 나눕니다.

정당하게 줄이는 계산

변경된 거리2가 최소값에 미치는 영향을 먼저 정리하면 모든 n을 따로 계산할 필요가 없습니다.

기존 번호·출처: 신규 B1 · 2027 일반형 모의4번/A3-4 재현

그림으로 확인



거리2의 거듭제곱 합입니다. 지수가1보다 크면 최소값 자체도 지수에 따라 달라집니다.

B1-5 · 초점 거리와 내분비를 바꾼 재현

기하

첫 판단과 이유

공식 모의의 두 판단을 그대로 재현하되 초점 거리와 내분비를 다시 계산합니다. 답에 일정한 수만 곱하는 방식으로 처리하지 않습니다.

1. 포물선의 한 매개변수

F=(2,0), P=$(2t^2, 4t)$, t>0으로 놓습니다. 접선은 $ty = x + 2t^2$이고 Q=(0,2t)입니다. 거리 공식으로 $PF = 2(1+t^2)$, $FQ = 2\sqrt{1+t^2}$, $PQ = 2t\sqrt{1+t^2}$이므로 Q가 직각입니다. 따라서 $t = \tan 45^\circ = 1$입니다.

2. 넓이

P=(2,4),Q=(0,2)이므로 대각선 OP로 나누면

$$[OFPQ] = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2 = 6.$$

t>0에서 각 조건이 정하는 t는 하나이므로 다른 넓이는 없습니다.

3. 평행선으로 각 옮기기

모서리 길이를4a(a>0)라 하고 AC 위의 점 R을 AR:RC=3:1로 잡습니다. 그러면 RQ∥CD, RQ=3a입니다. 정삼각형 ABD, ACD의 코사인법칙에서 BQ=CQ=√13a이고 삼각형 BCQ에서 $\cos\angle BCQ = \frac{2}{\sqrt{13}}$입니다.

4. 삼각형 PQR의 세 변

PC=3a이므로 $PQ^2 = 9a^2 + 13a^2 - 2\cdot 3a\cdot\sqrt{13}a\cdot\frac{2}{\sqrt{13}} = 10a^2$입니다. CR=a이므로 $PR^2 = 9a^2 + a^2 - 2\cdot 3a\cdot a\cdot\frac{1}{2} = 7a^2$입니다. 따라서

$$\cos\angle PQR = \frac{10a^2 + 9a^2 - 7a^2}{2\cdot\sqrt{10}a\cdot 3a} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

양수이므로 이 각이 물은 예각입니다.

정답

(1)6 (2)$\frac{\sqrt{10}}{5}$

제출용 모범답안

(1) P=$(2t^2,4t)$,Q=(0,2t)로 나타내면 Q가 직각이고 tan∠PFQ=t이다. t=1이므로 두 삼각형 넓이의 합은6이다. (2) RQ∥CD가 되도록 AR:RC=3:1로 잡는다. 모서리4a에 대하여 PQ=√10a,RQ=3a,PR=√7a이므로 코사인법칙에서 $\frac{\sqrt{10}}{5}$이다.

부분점수·감점 요소

4점: (1) 접점·접선; 5점: (1) 직각·각 조건; 6점: (1) 넓이·유일성; 5점: (2) 평행선·CQ; 5점: (2) PQ·PR; 5점: (2) 각의 코사인

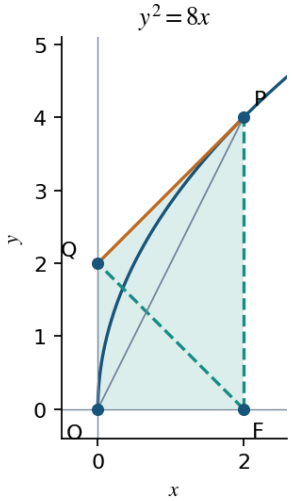
포물선의 초점은(2,0)입니다. 두 내분비를 모두3:1로 쓰지 말고 BP:PC=1:3과 AQ:QD=3:1을 구분합니다.

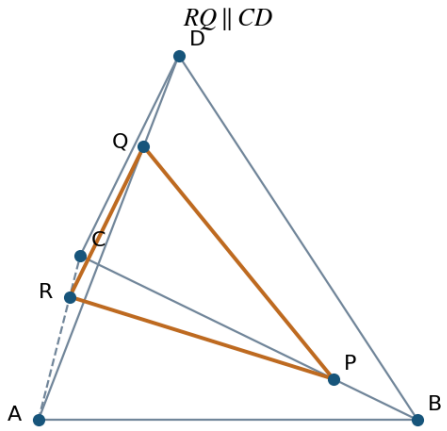
정당하게 줄이는 계산

각을 결정하는 비와 길이의 전체 배율을 분리합니다. 정사면체 크기를4a로 두면 내분점까지의 길이가 정수배가 됩니다.

기존 번호·출처: 2027 공식 의약5번의 발상으로 새 설계 · BlueMath 의약 B1-5

그림으로 확인





초점 거리와 내분비를 바꾼 도형입니다. 오른쪽 그림은 공간 투영도이므로 그림에서 각도를 재어 답을 정하지 않습니다.