2027학년도 / 수리논술

덕성여대

자연계열 II 약학

최종점검
FINAL 10

맛보기 / 제04회

실제 수록 회차의 문제와 정답·해설

BlueMath 2027

덕성여대 약학 자연 II · B1

문제편 · 전형 재현

대상과 시험 조건

서울 쌍문캠퍼스 · 논술전형 · 약학대학

수학·수학 I ·수학 II ·미적분 · 90분 · 3대문항·9소문항

대문항250·350·400점 · 총1000점

응시 기록

이름: _____

시작: _____ 종료: _____

배점의 의미

올해 공식 모의의25·35·40점을1000점 체계의250·350·400점으로 환산했습니다. 실제 모집요강의 논술 배점은1000점입니다. 대학이 공개하지 않은 올해 본고사의 문항별 배점을 확정한 표가 아닙니다.

답안 작성

제시된 물음에 구체적인 풀이와 이유를 씁니다. 글자 수 제한은 없으나 지정된 답안 양식 안에 적습니다. 이 책의 연습 답안지는 공식 답안지를 복제한 것이 아닙니다.

시간 배분

대문항1 약20분, 대문항2 약30분, 대문항3 약40분을 기준으로 읽기와 검토 시간을 포함해 배분합니다. 실제 소문항별 제한시간이 아니라 연습 기준입니다.

최민구 T

BlueMath 연습자료 · 대학 공식 시험지가 아닙니다.

B1-1 · 문제 1 250점

양수 p, q, r에 대하여12개의 양수 $a_1, \ldots, a_{12}$가

$$a_{2m-1} = pr^{m-1} \quad (1 \le m \le 6), \qquad a_n a_{13-n} = q \quad (1 \le n \le 12), \qquad a_1 + a_2 = 8$$

을 만족한다. 각 소문항의 추가 조건은 그 소문항에만 적용한다.

(1) 50점

a_{2m}을 p, r, m의 식으로 나타내고, q를 p, r의 식으로 나타내시오.

(2) 75점

$\displaystyle\sum_{n=1}^{12} a_n = 504$일 때 r의 값을 구하시오.

(3) 125점

$r = 2$, $q = 384$일 때 $W = \displaystyle\sum_{n=1}^{12} n a_n$의 최댓값과 그때의 p를 구하시오.

B1-2 · 문제 2 350점

최고차항의 계수가1인 이차함수 f가 $f(0)=3$, $f(2)=-1$을 만족한다. 실수 전체에서 $H(x)=f(x)^2-4f(x)$로 정의한다. $k\geq 0$에 대하여

$$C(k)=\{x \mid H(x)=H(k),\ x\geq 0\}$$

라 하고 $N(k)$를 집합 $C(k)$의 원소의 개수라 하자.

(1) 70점

$f(x)$와 $H(x)$를 x에 대한 식으로 나타내시오.

(2) 120점

$H(x)=H(k)$가 $f(x)=f(k)$ 또는 $f(x)=4-f(k)$와 동치임을 보이고, 실수 전체에서 H의 증가·감소와 극값을 구하시오.

(3) 160점

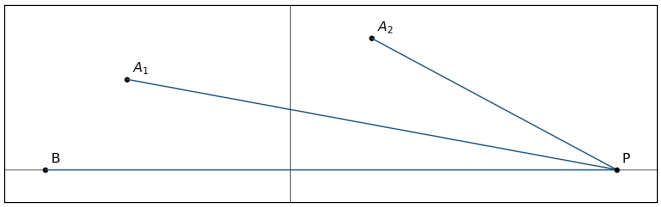
$N(k)$의 최댓값과 그 값을 갖는 모든 $k\geq 0$의 범위를 구하시오. 범위의 양끝을 포함하는지 설명하시오.

B1-3 · 문제 3 400점

양수 a,u,v에 대하여 $A_1(-2a,u), A_2(a,v), B(-3a,0), P(x,0)$가 있다. $x > a$에서 $\theta_1 = \angle A_1PB$, $\theta_2 = \angle A_2PB$이다. 실수 전체에서

$$R(x) = \frac{A_1P^2 - A_2P^2}{A_1P^2 + A_2P^2}$$

로 정의한다. 각 소문항의 추가 조건은 그 소문항에만 적용한다.



도형의 길이는 제시된 조건으로 계산합니다. 그림의 비율을 재어 답을 정하지 않습니다.

(1) 120점

$\lim_{x\to\infty} \frac{\theta_2}{\theta_1}$를 u,v로 나타내시오.

(2) 130점

$u = v = 1$일 때 $d = \sqrt{\frac{9a^2}{4} + 1}$이라 하자. $\int_{-\frac{a}{2}}^{d-\frac{a}{2}} R(x)dx = ka$를 만족하는 k를 구하시오.

(3) 150점

$u = v = b > 0$일 때 R이 최소가 되는 점 P가 B와 일치한다. $\frac{b}{a}$와 R의 최솟값을 구하시오.

B1-1 · 두 등비수열과 가중한 합

(1) 첫 판단과 이유

곱이 되는 항의 번호를 바꾸어 짝수항을 찾고, 첫 두 항의 합을 적용합니다.

풀이

$a_{13-2m} = pr^{6-m}$이므로 $a_{2m} = \frac{q}{p} r^{m-6}$입니다. $a_2 = 8 - p$이므로

$$a_{2m} = (8-p)r^{m-1}, \qquad q = p(8-p)r^5, \qquad 0 < p < 8.$$

역으로 이 식과 범위를 사용하면 모든 대응 항의 곱이 q가 되어 조건이 충분합니다.

정답·부분점수

$a_{2m} = (8-p)r^{m-1}$, $q = p(8-p)r^5$

대응 첨자와 일반항25점 · q·양수 범위25점. BlueMath 학습용 채점 기준입니다.

(2) 첫 판단과 이유

두 항씩 묶은 합을 공비에 대한 다항식으로 씁니다. 양의 공비라는 조건으로 유일성을 확인합니다.

풀이

$a_{2m-1} + a_{2m} = 8r^{m-1}$이므로

$$1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + r^5 = 63.$$

$r = 2$에서 성립합니다. 왼쪽은 $r > 0$에서 엄격히 증가하므로 양의 해는2뿐입니다. 예를 들어 $p = 1$로 잡으면 양수인 모든 항을 구성할 수 있습니다.

정답·부분점수

$r = 2$

묶은 합31.2점 · 후보18.8점 · 유일성·존재25점. BlueMath 학습용 채점 기준입니다.

B1-1 · (3) 상세해설

첫 판단과 이유

곱 조건은 첫 항의 두 후보를 만듭니다. 가중한 합에서는 홀수항과 짝수항의 순서가 달라져 두 후보가 같은 값을 주지 않습니다.

풀이

$32p(8-p)=384$이므로 $p^2-8p+12=0$, 즉 $p=2,6$입니다. 둘 다 허용됩니다. 두 항씩 가중합을 묶으면

$$(2m-1)a_{2m-1}+2ma_{2m}=\{(2m-1)p+2m(8-p)\}2^{m-1}=(16m-p)2^{m-1}.$$

$T=\sum_{m=1}^{6} m2^{m-1}$라 놓고 $2T-T$를 같은 지수끼리 빼면

$$T=6\cdot 2^6-(1+2+4+8+16+32)=384-63=321.$$

따라서 $W=16\cdot 321-63p=5136-63p$입니다. $p=2$에서5010, $p=6$에서4758이므로 최댓값은5010이고 그때 $p=2$입니다.

정답·부분점수

$W_{\max}=5010,\ p=2$

두 후보31.2점 · 가중합의 식37.5점 · 유한합31.2점 · 최대 비교25.1점. BlueMath 학습용 채점 기준입니다.

감점 요소

a_1과 a_2를 바꾸면 보통 합은 같아도 가중합 W는 다릅니다. p의 한 후보만 선택하지 않습니다.

B1-1 · 모범답안과 복습

제출용 모범답안

(1) 짝수항은 $(8-p)r^{m-1}$이고 $q=p(8-p)r^5$이다. (2) $1+r+\cdots+r^5=63$에서 양의 해는2이다. (3) $p=2,6$이고 $W=\sum(16m-p)2^{m-1}=5136-63p$이다. 그러므로 p=2일 때5010으로 최대이다.

정당하게 줄이는 계산

첫 항 두 후보를 각각12개 항으로 쓰지 않고, 두 항씩 묶어 p에 관한 일차식으로 만듭니다.기존 번호·출처: BlueMath 신규. 2027 모의 자연 I 문제1의 두 수열 결합을 재현하되, 서로 다른 곱의 합 대신 같은 곱을 주는 두 배열의 가중합을 비교. 연결: 기존 일반 기본01 문제1 → A1-1. 자연 I 최종점검 B1-1와 공통 문항; 약학250·350점에 맞춰 재배점. 별개의 신작으로 중복 집계하지 않음.

내가 다시 쓸 근거

B1-2 · 정의역을 제한한 합성함수의 실근

(1) 첫 판단과 이유

이차식의 계수부터 정하고 중심 x=2에 맞추어 식을 정리합니다.

풀이

$f=x^2+bx+c$에서 $c=3$, $4+2b+3=-1$이므로 $b=-4$입니다.

$$f(x)=(x-2)^2-1, \qquad H(x)=(x-2)^4-6(x-2)^2+5.$$

전개하면 $H(x)=x^4-8x^3+18x^2-8x-3$입니다.

정답·부분점수

$f=(x-2)^2-1$, $H=(x-2)^4-6(x-2)^2+5$

f 결정35점 · H 정리35점. BlueMath 학습용 채점 기준입니다.

(2) 첫 판단과 이유

같은 함수값을 인수분해하고, 전개한 다항식의 도함수 부호를 조사합니다.

풀이

$H(x)-H(k)=\{f(x)-f(k)\}\{f(x)+f(k)-4\}$이므로 두 방정식 중 하나와 동치입니다. 전개한 다항식을 미분하면

$$H'(x)=4(x-2)\{(x-2)^2-3\}.$$

세 경계는 $2-\sqrt{3}, 2, 2+\sqrt{3}$이고 부호는 왼쪽부터 $-,+,-,+$입니다. 따라서 감소 구간은 $(-\infty, 2-\sqrt{3}]$, $[2, 2+\sqrt{3}]$이고 증가 구간은 $[2-\sqrt{3}, 2]$, $[2+\sqrt{3}, \infty)$입니다. 극댓값은 $H(2)=5$, 극솟값은 $H(2\pm\sqrt{3})=-4$입니다.

정답·부분점수

극댓값5, 극솟값−4; 경계 $2-\sqrt{3}, 2, 2+\sqrt{3}$

인수분해34.3점 · 미분34.3점 · 증감·극값51.4점. BlueMath 학습용 채점 기준입니다.

B1-2 · (3) 상세해설

첫 판단과 이유

실근 중 x≥0만 세므로 제곱방정식의 두 해가 항상 모두 허용되지 않습니다. 음의 해가 사라지는 경계도 확인합니다.

풀이

$t=(k-2)^2\ge 0$라 놓으면 두 방정식은 $(x-2)^2=t$와 $(x-2)^2=6-t$입니다. $x\ge 0$에서 $(x-2)^2=y$의 서로 다른 해의 개수는

$$w(y)=\begin{cases}0 & y<0,\\ 1 & y=0,\\ 2 & 0<y\le 4,\\ 1 & y>4.\end{cases}$$

특히 y=4에서는 x=0,4가 모두 허용됩니다. $t=3$이면 두 방정식이 같으므로 전체 해는2개이고, 그 외에는 겹치지 않습니다. 네 해를 얻으려면

$$0<t\le 4,\quad 0<6-t\le 4,\quad t\ne 3$$

이어야 하므로 $2\le t\le 4, t\ne 3$입니다. 따라서

$$k\in[0,2-\sqrt{2}]\ \cup\ [2+\sqrt{2},4],\qquad k\ne 2-\sqrt{3},\ 2+\sqrt{3}.$$

경계 $k=0,2\pm\sqrt{2},4$에서는 t가2 또는4가 되어 네 해가 모두 허용되므로 포함합니다. 예를 들어 k=0에서 네 해는 $0,4,2-\sqrt{2},2+\sqrt{2}$입니다. 최댓값은4입니다.

정답·부분점수

$N_{\max}=4$, $k\in[0,2-\sqrt{2}]\cup[2+\sqrt{2},4]$, $k\ne 2\pm\sqrt{3}$

제한한 제곱방정식47.4점 · 중복23.7점 · t의 범위41.5점 · k의 범위29.6점 · 양끝·실제 존재17.8점. BlueMath 학습용 채점 기준입니다.

감점 요소

실수 전체에서의 근의 개수를 그대로 사용하면 t=2,4의 경계를 빠뜨립니다. t=3에서는 두 해집합이 같습니다.

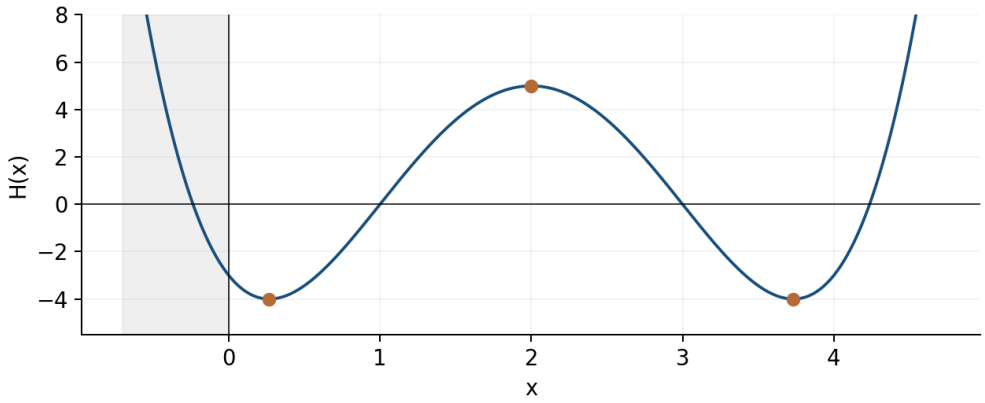
B1-2 · 모범답안과 복습

제출용 모범답안

(1) $f=(x-2)^2-1$, $H=(x-2)^4-6(x-2)^2+5$이다. (2) 차를 인수분해하면 두 방정식과 동치이다. $H'=4(x-2)\{(x-2)^2-3\}$의 부호는 $-,+,-,+$이므로 극대5, 극소−4이다. (3) x≥0에서 제곱방정식의 해가 둘이려면 우변이0보다 크고4 이하여야 한다. 두 우변은 t,6−t이므로 $2\le t\le 4, t\neq 3$이다. 이를 k로 옮기면 위 범위이며, x=0이 허용되어 양끝도 포함된다.

정당하게 줄이는 계산

해 네 개를 일일이 계산하기보다 제곱방정식의 우변과 x≥0의 관계를 표로 만들면 빠릅니다.



도함수의 부호가 바뀌는 세 점과 두 극솟값을 표시했습니다. 회색 부분은 마지막 소문항의 해를 세는 범위에서 제외됩니다.기존 번호·출처: BlueMath 신규. 2027 모의 자연 I 문제2의 합성함수·해집합 구조를 유지하고 근을 세는 범위를 x≥0으로 변경. 연결: 기존 일반 업그레이드01 문제1 → A1-2. 자연 I 최종점검 B1-2와 공통 문항; 약학250·350점에 맞춰 재배점. 별개의 신작으로 중복 집계하지 않음.

내가 다시 쓸 근거

B1-3 · 가운데 위치를 옮긴 두 거리의 비

(1) 첫 판단과 이유

수평거리 두 개가 x+2a와 x−a임을 먼저 확인합니다.

풀이

$\tan\theta_1 = \frac{u}{x+2a}$, $\tan\theta_2 = \frac{v}{x-a}$입니다. 두 각이 양수이고0으로 가므로 삼각함수의 극한에 의해

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\theta_2}{\theta_1} = \lim_{x\to\infty}\frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} = \lim_{x\to\infty}\frac{v}{u}\frac{x+2a}{x-a} = \frac{v}{u}.$$

각과 탄젠트의 비가1로 가는 두 인수를 끼워 넣으면 이 연결이 정당합니다.

정답·부분점수

$\frac{v}{u}$

수평거리40점 · 각의 극한40점 · 비40점. BlueMath 학습용 채점 기준입니다.

(2) 첫 판단과 이유

두 점의 수평좌표의 중간이 원점이 아니므로 x에 상수를 더해 분모를 정리합니다.

풀이

$z = x + \frac{a}{2}$로 놓으면 두 점의 수평좌표는 새 좌표에서 $-\frac{3a}{2}$, $\frac{3a}{2}$입니다. 거리의 제곱을 직접 계산하면

$$R(x) = \frac{6ax + 3a^2}{2x^2 + 2ax + 5a^2 + 2} = \frac{3az}{z^2 + d^2}.$$

적분 구간은 z=0부터 d까지이므로

$$\int_0^d \frac{3az}{z^2+d^2}\,dz = \frac{3a}{2}\left[\ln(z^2+d^2)\right]_0^d = \frac{3a}{2}\ln 2.$$

따라서 $k = \frac{3}{2}\ln 2$입니다.

정답·부분점수

$k = \frac{3}{2}\ln 2$

거리식40점 · 중심 이동40점 · 로그 적분50점. BlueMath 학습용 채점 기준입니다.

B1-3 · (3) 상세해설

첫 판단과 이유

옮긴 변수에서 최소 위치를 구한 뒤 원래 x좌표로 돌아옵니다.

풀이

$d=\sqrt{\frac{9a^2}{4}+b^2}$라 하면 $R=\frac{3az}{z^2+d^2}$입니다. z는 x와 같은 방향으로 증가하므로

$$R'(x)=\frac{3a(d^2-z^2)}{(z^2+d^2)^2}.$$

증감과 양끝의 극한0을 비교하면 유일한 최소는 $z=-d$, 즉 $x=-\frac{a}{2}-d$에서이고 값은 $-\frac{3a}{2d}$입니다. 이 x가 −3a이므로 $d=\frac{5a}{2}$입니다. 따라서 $b^2=4a^2$, $\frac{b}{a}=2$이고 최솟값은 $-\frac{3}{5}$입니다. b=2a가 양수이므로 실제 배치도 가능합니다.

정답·부분점수

$\frac{b}{a}=2,\quad \min R=-\frac{3}{5}$

도함수40점 · 전체 최소40점 · 좌표 복원30점 · 비와 값40점. BlueMath 학습용 채점 기준입니다.

감점 요소

중간 위치를 옮긴 뒤 z좌표를 원래 x좌표로 착각하지 않습니다. 최소점을 찾을 때 x>a로 제한하지 않습니다.

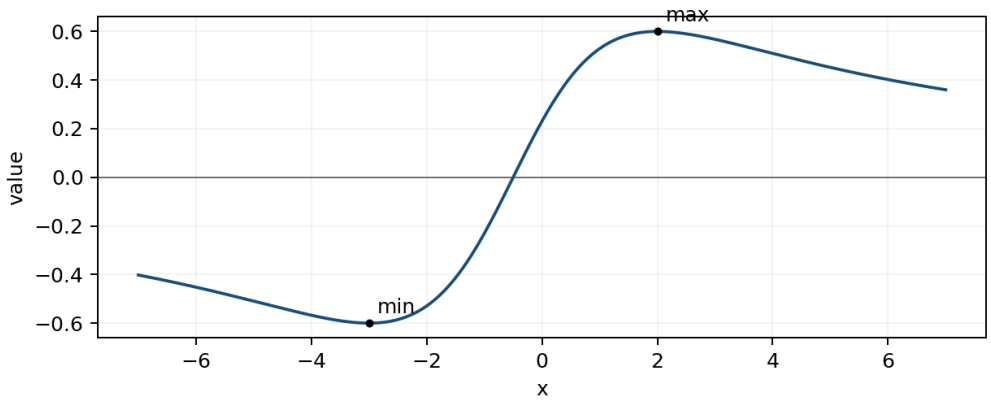
B1-3 · 모범답안과 복습

제출용 모범답안

(1) 탄젠트의 비가 $\frac{v}{u}\frac{x+2a}{x-a}$이므로 답은 $\frac{v}{u}$이다. (2) $z=x+\frac{a}{2}$에서 $R=\frac{3az}{z^2+d^2}$이고 적분은 $\frac{3a}{2}\ln 2$이다. (3) 최소 위치는 $x=-\frac{a}{2}-d=-3a$이므로 $d=\frac{5a}{2}, b=2a$이다. 최솟값은 $-\frac{3a}{2d}=-\frac{3}{5}$이다.

정당하게 줄이는 계산

두 수평좌표의 평균을 빼면 공식 모의와 같은 분수꼴이 됩니다. 이동한 거리와 적분 구간도 함께 바꿉니다.



실수 전체에서의 증감과 양끝의 극한0을 함께 확인합니다. 그림은 조건을 만족하는 한 예입니다.기존 번호·출처: BlueMath 신규. 2027 모의 자연 II 문제3의 거리비·극한·로그적분·최소 구조를 유지하되 두 수평좌표의 중심을 이동. 기존 약학기본01-3과도 좌표·적분구간·목표가 다름. A1-3 연결.

내가 다시 쓸 근거