2027학년도 / 약술형논술 수학

한국외대

글로벌 자연

최종점검 FINAL 10

맛보기 / 제04회

실제 수록 회차의 문제와 정답·해설

2027학년도 대비 한국외대 글로벌 자연 최종점검5

제1회 · 문제편

90분 · 7문항 · 100점(BlueMath 자체 연습 배점)

수학 I ·수학 II 만 사용합니다. 선택과목 미적분·확률과 통계·기하는 제외합니다.

대학 공식문항이 아닌 BlueMath 연습문제입니다. 풀이 과정과 근거를 서술하세요.

공식 공개자료의 출제 형식에 맞춘 연습이며 실제 출제나 풀이 시간을 보장하지 않습니다.

문제편·상세해설편·빠른정답은 별도 파일입니다.

1. 로그의 진수와 해의 선택 (10점)

$\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3$의 모든 실근을 구하고, 다른 후보가 제외되는 이유를 설명하시오.

풀이 과정 및 근거

2. 넓이로 정해지는 두 삼각형 (10점)

삼각형의 두 변의 길이가 $3, 5$이고 넓이가 6이다. 두 변 사이의 각을 C, 나머지 변의 길이를 c라 할 때 가능한 모든 $\cos C$, c를 구하시오.

풀이 과정 및 근거

3. 차분으로 얻는 수열 (12점)

$a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + 2n - 1$인 수열의 일반항을 수학적 귀납법으로 증명하고 $\sum_{n=1}^{10} a_n$을 구하시오.

풀이 과정 및 근거

4. 접합점의 미분가능성 (14점)

$f(x)=x^2\,(x\le 1)$, $f(x)=ax+b\,(x>1)$이 실수 전체에서 미분가능하도록 하는 a,b를 구하고 $\int_0^2 f(x)\,dx$를 구하시오.

풀이 과정 및 근거

5. 적분 관계에서 다항식 결정 (16점)

다항함수 f가 모든 실수 x에서 $\int_0^x f(t)dt = xf(x) - x^3 + x^2$를 만족하고 $f(1) = 0$이다. f를 구하고 $\int_0^1 |f(x)|dx$를 구하시오.

풀이 과정 및 근거

6. 수평접선과 두 종류의 영역 (18점)

$y = x^4 - 4x^2$의 서로 다른 수평접선을 모두 구하시오. 각 접선과 곡선으로 둘러싸인 유계 영역들의 넓이의 합을 각각 구하시오.

풀이 과정 및 근거

7. 증가하는 삼차함수의 매개변수 (20점)

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 f가 $f(-1)=-2, f(1)=2$이고 실수 전체에서 엄격히 증가한다. 가능한 모든 $f(0)$의 범위를 구하고 양 끝값도 가능한지 증명하시오.

풀이 과정 및 근거

2027학년도 대비 한국외대 글로벌 자연 최종점검5

제1회 · 상세해설편

90분 · 7문항 · 100점(BlueMath 자체 연습 배점)

수학 I ·수학 II 만 사용합니다. 선택과목 미적분·확률과 통계·기하는 제외합니다.

대학 공식문항이 아닌 BlueMath 연습문제입니다. 풀이 과정과 근거를 서술하세요.

공식 공개자료의 출제 형식에 맞춘 연습이며 실제 출제나 풀이 시간을 보장하지 않습니다.

문제편·상세해설편·빠른정답은 별도 파일입니다.

1. 로그의 진수와 해의 선택 (10점)

정답

$x = 3$

상세풀이

두 로그가 정의되려면 $x-1>0, x+1>0$이므로 $x>1$이다. 이 조건에서 로그의 합을 곱으로 합칠 수 있다.

$$\log_2(x^2-1)=3 \iff x^2-1=8 \iff x=\pm 3.$$

-3은 진수 조건을 어기므로 제외한다. 3을 대입하면 $\log_2 2+\log_2 4=1+2=3$이므로 유일한 해는 3이다. 로그를 합친 뒤 얻은 이차식만 풀면 정의역 밖의 후보를 포함하게 된다.

채점 점검

조건 해석, 계산과 논증, 결론 및 범위 확인을 구분합니다. 같은 오류를 중복 감점하지 않으며 동등하게 타당한 고교 풀이를 인정합니다.

2. 넓이로 정해지는 두 삼각형 (10점)

정답

$(\cos C, c) = (3/5, 4),\ (-3/5, 2\sqrt{13})$

상세풀이

삼각형의 넓이 공식에서 $6 = (3 \cdot 5 \sin C)/2$이므로 $\sin C = 4/5$이다. 삼각형의 각은 $0 < C < \pi$이므로 예각과 둔각을 모두 고려해야 한다. $\sin^2 C + \cos^2 C = 1$에서 $\cos C = \pm 3/5$. 코사인법칙으로

$$c^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos C = 34 - 30 \cos C.$$

따라서 예각이면 $c = \sqrt{16} = 4$, 둔각이면 $c = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$이다. 두 각은 실제로 존재하고 각각 두 양의 변과 사이각으로 삼각형을 만들 수 있다.

채점 점검

조건 해석, 계산과 논증, 결론 및 범위 확인을 구분합니다. 같은 오류를 중복 감점하지 않으며 동등하게 타당한 고교 풀이를 인정합니다.

3. 차분으로 얻는 수열 (12점)

정답

$a_n=(n-1)^2+2$, 합 305

상세풀이

앞 항과의 차가 홀수이므로 제곱수의 차를 떠올린다. $n=1$에서 $(1-1)^2+2=2$로 맞다. $a_k=(k-1)^2+2$라 가정하면

$$a_{k+1}=(k-1)^2+2+2k-1=k^2+2.$$

따라서 수학적 귀납법에 의해 모든 자연수에서 성립한다. 이제

$$\sum_{n=1}^{10}a_n=\sum_{j=0}^{9}j^2+20=\frac{9\cdot 10\cdot 19}{6}+20=305.$$

합의 시작을 1^2로 바꾸지 않도록 $j=n-1$의 범위를 확인한다.

채점 점검

조건 해석, 계산과 논증, 결론 및 범위 확인을 구분합니다. 같은 오류를 중복 감점하지 않으며 동등하게 타당한 고교 풀이를 인정합니다.

4. 접합점의 미분가능성 (14점)

정답

$a=2, b=-1$, 적분 $7/3$

상세풀이

각 조각은 다항식이므로 접합점 1만 조사한다. 미분가능하면 연속이므로 $a+b=f(1)=1$. 이 조건에서 왼쪽 미분계수는 2, 오른쪽 미분계수는 a이다. 따라서 $a=2, b=-1$이다. 역으로 이 값이면 함수값과 좌우미분계수가 모두 일치하므로 충분하다.

$$\int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (2x-1)dx = \frac{1}{3} + 2 = \frac{7}{3}.$$

연속 조건 없이 도함수만 맞추는 것은 충분하지 않다.

채점 점검

조건 해석, 계산과 논증, 결론 및 범위 확인을 구분합니다. 같은 오류를 중복 감점하지 않으며 동등하게 타당한 고교 풀이를 인정합니다.

5. 적분 관계에서 다항식 결정 (16점)

정답

$f(x)=\frac{3}{2}x^2-2x+\frac{1}{2}$, 절댓값 적분 $4/27$

상세풀이

양변은 미분가능하므로 미분하면 $f(x)=f(x)+xf'(x)-3x^2+2x$. 따라서 $x\neq 0$에서 $f'(x)=3x-2$이다. 다항함수의 도함수는 연속이므로 $x=0$에서도 같다. 적분하면 $f(x)=3x^2/2-2x+C$. $f(1)=0$에서 $C=1/2$. 이 함수는 원래 관계에도 대입해 성립한다.

$$f(x)=\frac{1}{2}(3x-1)(x-1).$$

$[0,1/3]$에서는 음이 아니고 $[1/3,1]$에서는 양이 아니다. 원시함수 $F(x)=x^3/2-x^2+x/2$는 $F(0)=F(1)=0, F(1/3)=2/27$이다. 따라서 두 영역의 넓이를 더하면 $2/27+2/27=4/27$이다.

채점 점검

조건 해석, 계산과 논증, 결론 및 범위 확인을 구분합니다. 같은 오류를 중복 감점하지 않으며 동등하게 타당한 고교 풀이를 인정합니다.

6. 수평접선과 두 종류의 영역 (18점)

정답

$y=0$: $128/15$, $y=-4$: $64\sqrt{2}/15$

상세풀이

도함수는 $4x(x^2-2)$이므로 접점의 가로좌표는 $0, \pm\sqrt{2}$이다. 높이는 각각 $0, -4, -4$이므로 서로 다른 직선은 둘이다. $y=0$과의 교점은 $x=-2, 0, 2$이며 $[-2, 2]$에서 곡선은 직선 아래에 있다. 원점에서 나뉜 두 영역을 모두 합하면

$$2\int_0^2 (4x^2-x^4)dx = 2\left(\frac{32}{3}-\frac{32}{5}\right) = \frac{128}{15}.$$

$y=-4$와의 차는 $(x^2-2)^2$이므로 교점은 $\pm\sqrt{2}$뿐이며 그 사이에서 곡선이 위에 있다. 넓이는

$$2\int_0^{\sqrt{2}} (x^4-4x^2+4)dx = 2\left(\frac{4\sqrt{2}}{5}-\frac{8\sqrt{2}}{3}+4\sqrt{2}\right) = \frac{64\sqrt{2}}{15}.$$

접선이 곡선에 닿기만 해도 서로 다른 두 접점 사이에는 유계 영역이 생길 수 있다.

채점 점검

조건 해석, 계산과 논증, 결론 및 범위 확인을 구분합니다. 같은 오류를 중복 감점하지 않으며 동등하게 타당한 고교 풀이를 인정합니다.

7. 증가하는 삼차함수의 매개변수 (20점)

정답

$-\sqrt{3} \le f(0) \le \sqrt{3}$

상세풀이

$f = x^3 + ax^2 + bx + c$라 놓고 두 함수값 조건을 더하고 빼면 $c = -a, b = 1$이다. 따라서 $f' = 3x^2 + 2ax + 1$. 증가함수의 미분계수는 차분몫의 극한에 의해 음일 수 없으므로 모든 실수에서 이 이차식이 음이 아니어야 한다. 완전제곱하면

$$f'(x) = 3(x + a/3)^2 + 1 - a^2/3.$$

이는 $|a| \le \sqrt{3}$와 동치이다. 역으로 $|a| < \sqrt{3}$이면 도함수가 항상 양수여서 엄격히 증가한다. $|a| = \sqrt{3}$에서도 도함수는 한 점에서만 0이며, 임의의 $u < v$에서 $\int_u^v f'(x)dx > 0$이다. 따라서 양 끝값도 엄격한 증가 조건을 만족한다. $f(0) = -a$이므로 원하는 범위는 닫힌구간 $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$이다.

채점 점검

조건 해석, 계산과 논증, 결론 및 범위 확인을 구분합니다. 같은 오류를 중복 감점하지 않으며 동등하게 타당한 고교 풀이를 인정합니다.