2027학년도 / 수리논술

# 한양대

## 자연

# 최종점검
# FINAL 10

## 맛보기 / 제04회

실제 수록 회차의 문제와 정답·해설

BLUE MATH

# 2027 한양대학교

## UPGRADE 2 모의논술 1회

문제편

---

전 소문항 유사변형·예상문제 · 대문항 2개, 각 소문항 3개 · 90분 · 학습용 배점 100점

최민구 T · BlueMath

Results, By Design.

**이름** _____ **시험시간** 90분 **총점** 100점

**구성** 전 소문항 유사변형·예상문제 · 대문항 2개, 각 소문항 3개 · 90분 · 학습용 배점 100점

풀이의 근거와 경우 구분을 적으세요. 문항별 배점은 연습을 위한 편집 배점입니다. 출처와 변형의 범위는 해설편에 정리했습니다.

# 문제 1 · 삼차함수와 정적분의 최솟값

출처: 유사변형·예상문제 / 50점

다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

삼차함수 $f(x)=x^3-3x$에 대하여 모든 실수 $a$에서

$$F(a)=\int_{-1}^{2}|f(x)-a|\,\mathrm{d}x$$

라 하자. $-2<a<2$일 때, 방정식 $f(x)=a$의 닫힌구간 $[-1,2]$에 속하는 두 해를 작은 것부터 $u(a), v(a)$라 하고,

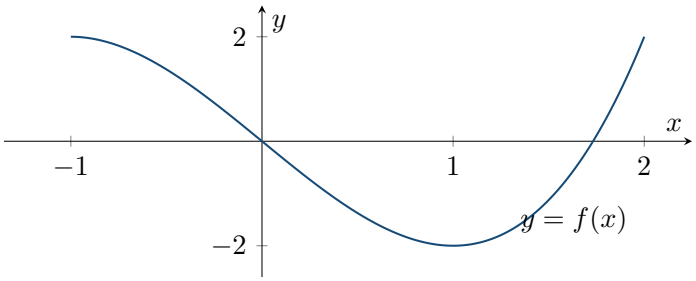
$$d(a)=v(a)-u(a), \qquad m(a)=u(a)+v(a)$$

라 하자.

[1] $u(a), v(a)$가 각각 어느 구간에 속하는지 밝히고, $0<d(a)<3$임을 보이시오. 또한 $m(a)$를 $d(a)$에 관한 식으로 나타내시오. [16점]

[2] $F(a)$가 최소가 되도록 하는 실수 $a$와 $F(a)$의 최솟값을 구하시오. [16점]

[3] $F(a)+a$가 최소가 되도록 하는 실수 $a$와 그 최솟값을 구하시오. [18점]




그림은 $f$의 정의역을 $[-1,2]$로 제한하여 나타낸 것이다.

조건을 식으로 옮기고, 경우 구분과 결론의 근거를 남기세요.

## 문제 2 · 타원의 접선과 삼각형의 외접원

출처: 유사변형·예상문제 / 50점

좌표평면의 원점을 $O$라 하자. $0 \le \theta \le \dfrac{\pi}{2}$일 때, 타원

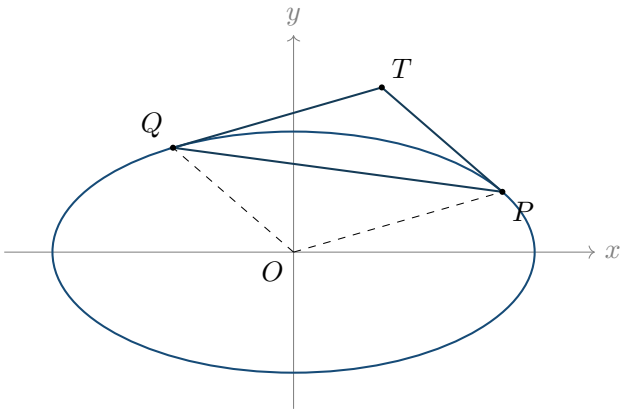
$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$$

위의 두 점 $P(2\cos\theta, \sin\theta)$와 $Q(-2\sin\theta, \cos\theta)$에서의 접선의 교점을 $T$라 하자. 삼각형 $PQT$의 외접원의 반지름을 $R(\theta)$라 하자.

[1] 두 접선의 방정식과 점 $T$의 좌표를 구하고, 삼각형 $PQT$의 넓이가 $\theta$와 관계없이 일정함을 보이시오. [16점]

[2] $R(\theta)$의 최댓값과 그때의 $\theta$를 구하시오. [16점]

[3] 정적분 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \{R(\theta)\}^2 \, d\theta$의 값을 구하시오. [18점]




위 그림은 $\theta = \dfrac{\pi}{6}$인 경우이다.

조건을 식으로 옮기고, 경우 구분과 결론의 근거를 남기세요.

BLUE MATH

# 2027 한양대학교

## UPGRADE 2 모의논술 1회

초상세해설·모범답안·채점기준

---

전 소문항 유사변형·예상문제 · 대문항 2개, 각 소문항 3개 · 90분 · 학습용 배점 100점

최민구 T · BlueMath

Results, By Design.

**이름** _____ **시험시간** 90분 **총점** 100점

**구성** 전 소문항 유사변형·예상문제 · 대문항 2개, 각 소문항 3개 · 90분 · 학습용 배점 100점

풀이의 근거와 경우 구분을 적으세요. 문항별 배점은 연습을 위한 편집 배점입니다. 출처와 변형의 범위는 해설편에 정리했습니다.

# 문제 1 해설 · 절댓값 정적분의 최솟값을 결정하는 두 교점

출처: BlueMath 창작 변형 / 50점

출처 및 구성: 한양대 기출의 매개변수·넓이·증감 분석을 묶은 예상문제이다. 메가스터디 한양대 득점공략집 합본 PDF 414쪽의 '넓이를 먼저 정적분으로 표현하고 조건에서 극값을 결정한다'는 발상을 참고하였다. 원문을 옮기거나 수치만 바꾸지 않고, 삼차함수의 두 교점 사이 길이가 전체 적분의 증감을 결정하도록 재설계하였다.

## [1] 먼저 그래프에서 두 해의 위치를 확정합니다

$f'(x)=3(x^2-1)$이므로 $[-1,2]$에서의 증감표는 다음과 같습니다.

| $x$ | $-1$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $2$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $2$ |

$-2<a<2$인 수평선 $y=a$는 감소하는 부분에서 한 번, 증가하는 부분에서 한 번 만납니다. 따라서

$$-1<u<1<v<2, \qquad 0<v-u<3.$$

세 번째 실근이 있을 수 있어도 이번 적분의 구간 $[-1,2]$에 들어오는 해는 $u,v$뿐입니다. 문제에서 구간을 제한한 이유가 여기에 있습니다.

두 해가 같은 함숫값을 갖는다는 사실부터 사용합니다.

$$u^3-3u=v^3-3v \quad\Longrightarrow\quad (v-u)(u^2+uv+v^2-3)=0.$$

$v-u>0$이므로 $u^2+uv+v^2=3$입니다. $m=u+v$, $d=v-u$로 정리하면

$$u=\frac{m-d}{2}, \quad v=\frac{m+d}{2}, \qquad u^2+uv+v^2=\frac{3m^2+d^2}{4}.$$

또한 $u>-1$, $v>1$이므로 $m>0$입니다. 따라서

$$\boxed{0<d<3, \qquad m=\sqrt{\frac{12-d^2}{3}}}.$$

제곱해서 얻은 식에서 부호를 임의로 선택하면 안 됩니다. $m>0$이라는 위치 조건을 이미 확보했기 때문에 양의 제곱근만 남습니다.

## 교점 사이 길이 $d$는 $a$가 커지면 어떻게 변할까요?

이후 최솟값이 유일하다는 것까지 설명하려면 $d$의 증감을 알아야 합니다. 감소 구간의 해 $u$는 $a$가 커질수록 왼쪽으로 움직이고, 증가 구간의 해 $v$는 오른쪽으로 움직입니다. 따라서 $d=v-u$는 엄격히 증가합니다. 식으로 확인하면

$$u'(a)=\frac{1}{f'(u)}<0, \qquad v'(a)=\frac{1}{f'(v)}>0, \qquad d'(a)>0.$$

또한 $a\to -2+$일 때 두 해가 모두 $1$로 가므로 $d\to 0$이고, $a\to 2-$일 때 $u\to -1$, $v\to 2$이므로 $d\to 3$입니다. 결국 $d$는 $0$과 $3$ 사이의 모든 값을 정확히 한 번씩 갖습니다.

## [2] 적분을 세 구간으로 나눈 뒤 미분합니다

$f(x)-a$는 $[-1,u)$와 $(v,2]$에서 양수이고, $(u,v)$에서 음수이며, $x=u,v$에서 $0$입니다. 그러므로

$$F(a)=\int_{-1}^{u}(f(x)-a)\,\mathrm{d}x+\int_{u}^{v}(a-f(x))\,\mathrm{d}x+\int_{v}^{2}(f(x)-a)\,\mathrm{d}x.$$

여기서 $u,v$도 $a$에 따라 움직이므로 적분 기호를 없앤 뒤 합성함수와 곱의 미분법을 적용합니다. $G(x)=\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{3x^2}{2}$라 두면 $G'=f$입니다. 첫 번째 적분을 $I_1(a)$라 쓰면

$$I_1(a)=G(u(a))-G(-1)-a\{u(a)+1\}.$$

따라서

$$\begin{aligned}I_1'(a)&=f(u)u'-(u+1)-au'\\&=[f(u)-a]u'-(u+1)=-(u+1).\end{aligned}$$

마지막 등호에서는 $f(u)=a$를 사용했습니다. 나머지 두 적분도 먼저 함수식으로 나타내면

$$\begin{aligned}I_2(a)&=a(v-u)-\{G(v)-G(u)\},\\I_3(a)&=G(2)-G(v)-a(2-v).\end{aligned}$$

$f(u)=f(v)=a$이므로

$$\begin{aligned}I_2'(a)&=(v-u)+a(v'-u')-f(v)v'+f(u)u'=v-u,\\I_3'(a)&=-f(v)v'-(2-v)+av'=-(2-v).\end{aligned}$$

즉, 교점에서 함수값이 $a$와 같다는 조건 때문에 $u',v'$가 붙은 항이 없어집니다. 세 결과를 더하면

$$F'(a)=-(u+1)+(v-u)-(2-v)=2(v-u)-3=2d-3.$$

이 식의 뜻도 함께 보세요. $a$를 조금 올리면 $f(x)<a$인 부분의 넓이는 늘고 $f(x)>a$인 부분의 넓이는 줄어듭니다. 두 구간의 길이가 같아지는 순간에 전체 넓이가 최소입니다. 전체 구간 길이가 $3$이므로 가운데 구간 길이가 $\dfrac{3}{2}$가 되어야 합니다.

구간 밖의 $a$도 확인합니다. $a\le -2$일 때 $F(a)=\int_{-1}^{2}f(x)\,\mathrm{d}x-3a$라서 기울기는 $-3$이고, $a\ge 2$일 때 기울기는 $3$입니다. 따라서 전체 실수 범위에서의 증감은

| $a$ | $(-\infty,-2]$ | $(-2,a_*)$ | $a_*$ | $(a_*,2)$ | $[2,\infty)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $F'(a)$ | $-3$ | $-$ | $0$ | $+$ | $3$ |
| $F(a)$ | ↘ | ↘ | 최소 | ↗ | ↗ |

이며 $a_*$는 $d=\dfrac{3}{2}$가 되는 유일한 값입니다.

$d=\dfrac{3}{2}$를 [1]의 식에 대입하면

$$m=\frac{\sqrt{13}}{2},\qquad u=\frac{\sqrt{13}-3}{4},\qquad v=\frac{\sqrt{13}+3}{4}.$$

삼차방정식을 직접 풀 필요는 없습니다. $(x-u)(x-v)(x+m)=x^3-3x-a$이므로 상수항 비교에서

$$a=-muv=-\frac{m(m^2-d^2)}{4}=-\frac{\sqrt{13}}{8}.$$

이제 최솟값을 계산합니다. $G(x)=\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{3x^2}{2}$라 두면

$$\begin{aligned}F(a)&=G(2)-G(-1)-3a+2a(v-u)-2\{G(v)-G(u)\}\\&=-\frac{3}{4}+(2d-3)a-2\{G(v)-G(u)\}.\end{aligned}$$

최솟값에서는 $2d-3=0$이라서 $a$가 곱해진 항이 사라집니다. 남은 차는 $u,v$를 네제곱하여 각각 전개하는 대신

$$\begin{aligned}G(v)-G(u)&=(v^2-u^2)\left(\frac{v^2+u^2}{4}-\frac{3}{2}\right)\\&=dm\left(\frac{m^2+d^2}{8}-\frac{3}{2}\right)=-\frac{39\sqrt{13}}{64}\end{aligned}$$

로 처리하면 짧고 정확합니다. 따라서

$$\boxed{a=-\frac{\sqrt{13}}{8},\qquad \min F(a)=\frac{39\sqrt{13}}{32}-\frac{3}{4}}.$$

## [3] $F(a)+a$의 최소 조건은 길이가 달라집니다

$K(a)=F(a)+a$라 두면 $-2<a<2$에서

$$K'(a)=2d-2.$$

따라서 이번에는 $d=1$에서 최소입니다. $a\le -2$에서 $K'=-2$, $a\ge 2$에서 $K'=4$이므로 역시 전체 실수 범위의 유일한 최솟값입니다.

$$d=1,\qquad m=\frac{\sqrt{33}}{3},\qquad uv=\frac{m^2-d^2}{4}=\frac{2}{3}$$

이므로

$$a=-muv=-\frac{2\sqrt{33}}{9}.$$

앞에서 구한 일반식에 $a$를 더하면

$$K(a)=-\frac{3}{4}+(2d-2)a-2\{G(v)-G(u)\}.$$

최소 조건 $d=1$에서 $a$가 곱해진 항은 또 사라집니다. 이번에는

$$G(v)-G(u)=\frac{\sqrt{33}}{3}\left(\frac{\frac{11}{3}+1}{8}-\frac{3}{2}\right)=-\frac{11\sqrt{33}}{36}$$

이므로

$$\boxed{a=-\frac{2\sqrt{33}}{9},\qquad \min\{F(a)+a\}=\frac{11\sqrt{33}}{18}-\frac{3}{4}}.$$

| $a$ | $(-\infty,-2]$ | $(-2,b_*)$ | $b_*$ | $(b_*,2)$ | $[2,\infty)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $K'(a)$ | $-2$ | $-$ | $0$ | $+$ | $4$ |
| $K(a)$ | $\searrow$ | $\searrow$ | 최소 | $\nearrow$ | $\nearrow$ |

$\left(b_*=-\dfrac{2\sqrt{33}}{9}\right)$

## 논술 모범답안

$f$는 $[-1,1]$에서 감소하고 $[1,2]$에서 증가하므로 $-1<u<1<v<2$이다. $f(u)=f(v)$에서 $u^2+uv+v^2=3$을 얻는다. 따라서 $0<d<3$, $3m^2+d^2=12$, $m>0$이므로 $m=\sqrt{\dfrac{12-d^2}{3}}$이다. $a$가 증가하면 $u$는 감소하고 $v$는 증가하므로 $d$는 $0$에서 $3$까지 엄격히 증가한다.

적분을 $[-1,u]$, $[u,v]$, $[v,2]$로 나누어 미분하면 $F'(a)=2d-3$이다. $a\le -2$와 $a\ge 2$에서의 기울기는 각각 $-3,3$이므로 $d=\dfrac{3}{2}$에서 유일하게 최소이다. 이때 $m=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$, $a=-muv=-\dfrac{\sqrt{13}}{8}$이다. $G(x)=\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{3x^2}{2}$에 대하여

$$F(a)=-\frac{3}{4}+(2d-3)a-2\{G(v)-G(u)\}$$

이므로 최솟값은 $\dfrac{39\sqrt{13}}{32}-\dfrac{3}{4}$이다.

$(F(a)+a)'=2d-2$이고 구간 밖의 기울기는 $-2,4$이므로 $d=1$에서 유일하게 최소이다. 이때 $m=\dfrac{\sqrt{33}}{3}$, $a=-\dfrac{2\sqrt{33}}{9}$이며, 같은 적분식에서 최솟값은 $\dfrac{11\sqrt{33}}{18}-\dfrac{3}{4}$이다.

## 학습용 채점기준

| 소문항 | 핵심 평가 내용 | 배점 |
|---|---|---|
| [1] | 증감과 두 해 위치 6점, $0<d<3$ 및 $m>0$ 4점, $m$의 식 6점 | 16 |
| [2] | $F'=2d-3$ 6점, 전체 범위의 최소·유일성 3점, $a$ 3점, 최솟값 계산 4점 | 16 |
| [3] | 새 최소 조건과 증감 6점, $m$과 $a$ 계산 5점, 최솟값 계산 7점 | 18 |

## 빠른 풀이와 확인

두 해를 각각 미리 구하려고 하지 마세요. $d=v-u$와 $m=v+u$만 사용하면 충분합니다. 특히 최솟값에서는 적분식의 $(2d-3)a$ 또는 $(2d-2)a$가 $0$이 되어 계산이 크게 줄어듭니다. $a=0$일 때의 값보다 최솟값이 작은지도 간단히 검산할 수 있습니다.

# 문제 2 해설 · 접선 교점에서 외접반지름까지

출처: BlueMath 창작 변형 / 50점

출처 및 구성: 한양대 기출·모의의 타원 접선과 최대·최소를 바탕으로, 한 매개변수로 움직이는 두 접점과 외접반지름의 정적분을 연결한 창작 변형이다. $P, Q$를 단순 대칭점으로 두지 않고 좌표의 삼각함수 성분을 바꾸어 접선 교점이 두 위치벡터의 합이 되도록 설계하였다.

## [1] 타원 접선은 음함수의 미분 없이도 구할 수 있습니다

$c = \cos\theta$, $s = \sin\theta$라 쓰겠습니다. 이후 공간좌표 문제의 문자 $c$와는 관계없이, 이 문제에서만 삼각함수를 짧게 표시한 것입니다. 두 접선은

$$\ell_P : \quad \frac{c}{2}x + sy = 1, \qquad \ell_Q : \quad -\frac{s}{2}x + cy = 1.$$

타원 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$의 점 $(x_0, y_0)$에서의 접선은 $\frac{x_0 x}{4} + y_0 y = 1$입니다. 이 식은 $x_0 = 0$이나 $y_0 = 0$인 끝점에서도 그대로 성립하므로 $\theta = 0, \frac{\pi}{2}$를 빼지 않습니다.

두 식을 각각 $c, -s$로 곱하여 더하고, 각각 $s, c$로 곱하여 더하면

$$\frac{x_T}{2} = c - s, \qquad y_T = s + c.$$

따라서

$$\boxed{T(2(c-s), s+c)}, \qquad \overrightarrow{OT} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}.$$

즉 사각형 $OPTQ$는 평행사변형입니다. 따라서 삼각형 $PQT$의 넓이는 삼각형 $OPQ$의 넓이와 같습니다.

벡터의 내적으로 넓이를 정확히 계산해 보겠습니다. $w = sc$라 두면

$$|OP|^2 = 4c^2 + s^2, \qquad |OQ|^2 = 4s^2 + c^2,$$
$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = -3sc = -3w, \quad |OP|^2|OQ|^2 = 4 + 9w^2.$$

두 벡터가 이루는 각을 $\alpha$라 하면

$$|OP|^2|OQ|^2 \sin^2\alpha = |OP|^2|OQ|^2 - (\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ})^2 = 4.$$

삼각형의 넓이가 양수이므로

$$[PQT] = [OPQ] = \frac{1}{2}|OP|\,|OQ| \sin\alpha = \boxed{1}.$$

접선의 연립방정식, 평행사변형의 성질, 벡터의 내적만으로 넓이가 일정함을 확인했습니다.

## [2] 외접원의 반지름을 $w = \sin\theta\cos\theta$로 정리합니다

평행사변형의 성질에서 $PT = OQ$, $QT = OP$입니다. 또한

$$PQ^2 = \left|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}\right|^2 = |OP|^2 + |OQ|^2 - 2\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 5 + 6w.$$

삼각형의 세 변을 $p, q, r$, 넓이를 $\Delta$라 할 때 사인법칙으로 얻는 외접반지름 공식은 $R = \dfrac{pqr}{4\Delta}$입니다. 여기서는 $\Delta = 1$이므로

$$\boxed{R^2 = \frac{(5+6w)(4+9w^2)}{16}, \qquad 0 \le w \le \frac{1}{2}.}$$

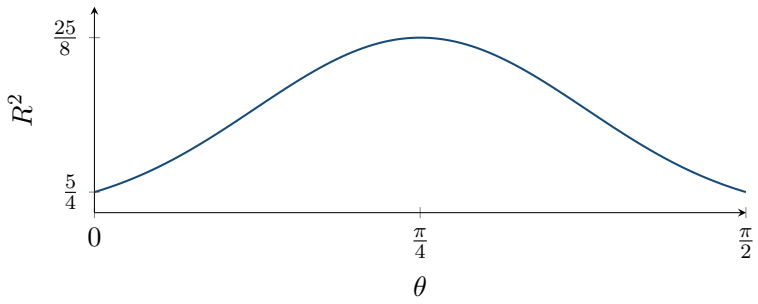
양수인 $R$의 최대를 구할 때는 $R^2$를 최대화해도 됩니다. $J(w) = (5+6w)(4+9w^2)$라 하면

$$J'(w) = 24 + 90w + 162w^2 > 0 \qquad \left(0 \le w \le \frac{1}{2}\right).$$

따라서 $w$가 가장 클 때 $R$도 가장 큽니다. $w = \dfrac{1}{2}\sin 2\theta$이므로 $\theta = \dfrac{\pi}{4}$에서만 $w = \dfrac{1}{2}$입니다.

$$R^2_{\max} = \frac{8 \cdot \frac{25}{4}}{16} = \frac{25}{8}, \qquad \boxed{R_{\max} = \frac{5\sqrt{2}}{4}, \quad \theta = \frac{\pi}{4}}.$$

| $\theta$ | $0$ | | $\dfrac{\pi}{4}$ | | $\dfrac{\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $w$ | $0$ | $\nearrow$ | $\dfrac{1}{2}$ | $\searrow$ | $0$ |
| $R^2$ | $\dfrac{5}{4}$ | $\nearrow$ | $\dfrac{25}{8}$ | $\searrow$ | $\dfrac{5}{4}$ |




## [3] 제곱을 먼저 전개하고 삼각함수의 적분을 나눕니다

$$R^2 = \frac{20 + 24w + 45w^2 + 54w^3}{16}, \qquad w = \frac{1}{2}\sin 2\theta.$$

필요한 네 적분은 다음과 같습니다.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 1\,\mathrm{d}\theta = \frac{\pi}{2}, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} w\,\mathrm{d}\theta = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2\theta\,\mathrm{d}\theta = \frac{1}{2}.$$

이배각 공식을 사용하면

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} w^2\,\mathrm{d}\theta = \frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\cos 4\theta}{2}\,\mathrm{d}\theta = \frac{\pi}{16}.$$

세제곱 적분에서는 $z = 2\theta$로 치환한 뒤 $\sin^3 z = \sin z(1-\cos^2 z)$를 사용합니다.

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{\pi}{2}} w^3\,\mathrm{d}\theta &= \frac{1}{16}\int_0^{\pi} \sin^3 z\,\mathrm{d}z \\ &= \frac{1}{16}\left[-\cos z + \frac{\cos^3 z}{3}\right]_0^{\pi} = \frac{1}{12}.\end{aligned}$$

따라서

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} R^2 \,\mathrm{d}\theta = \frac{1}{16}\left(10\pi + 12 + \frac{45\pi}{16} + \frac{9}{2}\right)$$
$$= \boxed{\frac{205\pi}{256} + \frac{33}{32}}.$$

$R$ 자체를 적분하는 문제로 읽으면 제곱근이 생겨 전혀 다른 계산이 됩니다. 문제에서 $\{R(\theta)\}^2$를 물었다는 것을 마지막까지 유지하세요.

## 논술 모범답안

$c = \cos\theta$, $s = \sin\theta$라 하면 접선은 $\frac{c}{2}x + sy = 1$, $-\frac{s}{2}x + cy = 1$이고, 교점은 $T = (2(c-s), s+c)$이다. 따라서 $\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$이며 $OPTQ$는 평행사변형이다. $w = sc$라 두면 $|OP|^2|OQ|^2 = 4 + 9w^2$이고 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ} = -3w$이므로 삼각형 $OPQ$, 따라서 $PQT$의 넓이는 $1$이다.

$PT = OQ$, $QT = OP$, $PQ^2 = 5 + 6w$이므로 사인법칙에서

$$R^2 = \frac{(5+6w)(4+9w^2)}{16}.$$

분자는 $0 \le w \le \frac{1}{2}$에서 엄격히 증가하므로 $\theta = \frac{\pi}{4}$에서 최대이고 $R_{\max} = \frac{5\sqrt{2}}{4}$이다.

$R^2 = \frac{20 + 24w + 45w^2 + 54w^3}{16}$이며, 구간 $[0, \frac{\pi}{2}]$에서 $w, w^2, w^3$의 적분은 각각 $\frac{1}{2}, \frac{\pi}{16}, \frac{1}{12}$이다. 따라서 구하는 정적분은 $\frac{205\pi}{256} + \frac{33}{32}$이다.

## 학습용 채점기준

| 소문항 | 핵심 평가 내용 | 배점 |
|---|---|---|
| [1] | 두 접선 5점, 교점과 평행사변형 5점, 넓이 일정의 근거 6점 | 16 |
| [2] | 세 변 및 외접반지름 식 8점, 증가성·최대 조건 5점, 결론 3점 | 16 |
| [3] | 제곱 전개 4점, 세 삼각함수 적분 10점, 합산 4점 | 18 |

## 빠른 풀이와 확인

$\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$를 찾으면 접선 길이를 다시 연립방정식으로 계산할 필요가 없습니다. $PT = OQ$, $QT = OP$가 바로 나옵니다. 외접반지름 계산에서는 넓이가 $1$이라는 [1]의 결론을 그대로 활용하세요.