2027학년도 / 약술형논술 수학

가천대

일반 자연

최종점검
FINAL 10

맛보기 / 제01회

실제 수록 회차의 문제와 정답·해설

제01회 문제편

기출유형 재구성

문제 1

$0 \le x < 2\pi$에서 $(2\sin x - 1)(\sin x - t) = 0$을 생각하자.

$t = -1/2$일 때 네 해의 합을 구하시오.

문제 2

부등식 $|x-5| + |x-10| \le 13$를 만족시키는 정수 x의 개수를 구하시오.

문제 3

$F(x) = \int_0^{x^2} (t+2)dt$에 대해 $\lim_{h\to 0} \dfrac{F(1+h) - F(1-h)}{h}$를 구하시오.

제01회 문제편

기출유형 재구성

문제 4

양의 정수 p, q가 $p+q=15$를 만족한다. pq의 최댓값을 구하시오.

문제 5

$x \neq 5$에서 $f(x)=(x^3-c)/(x-5)$이다. f가 $x=5$에서 연속이 되도록 정했을 때 $f(5)$를 구하시오.

문제 6

양수로 이루어진 등비수열에서 $a_6=4$이다. 처음 11개 항의 곱을 구하시오.

제01회 문제편

기출유형 재구성

문제 7

시각 0에 원점에서 출발한 점의 속도는 $v(t)=(t-a)(t-3a)$이다. $a=2$이고 $0\le t\le 4a$이다.

마지막 시각까지 이동한 총거리를 구하시오.

문제 8

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)=x^2+px+q$에 대하여 $\int_{-1}^{1} f(x)dx=\frac{26}{3}$이고 $f(a)-f(-a)=48$이다. $a=6$이다.

$\int_{-a}^{a} f(x)dx$를 구하시오.

제01회 정답·해설편

기출유형 재구성

1 삼각방정식의 해 개수와 합

$\sin x = 1/2$의 두 해는 $\pi/6, 5\pi/6$이며 합은 π이다. $-1 < t < 1$에서는 $\sin x = t$의 해가 두 개이고 $t = 1/2$일 때만 기존 두 해와 겹친다. $t = \pm 1$에서는 새로운 해가 하나, $|t| > 1$에서는 새 해가 없다. $\sin x = -1/2$의 두 해는 $(\pi, 2\pi)$에서 $3\pi/2$에 대칭이므로 합이 3π이다. 기존 두 해의 합 π와 더한다.

답 4π

2 절댓값과 정수 해

두 기준점 사이에서는 합이 5로 일정하다. 그 바깥으로 한 칸 갈 때마다 합이 2씩 늘어난다. 양 끝에서 4칸까지 허용되므로 정수는 $[1, 14]$에 있다.

답 14개

3 누적 적분의 차분

두 차를 $F(1)$을 기준으로 나누면 각각 $F'(1)$로 수렴한다. $F(x) = x^4/2 + 2x^2$이므로 $F'(1) = 2 + 2 \cdot 2$이다. 원래 극한은 그 두 배이다.

답 12

제01회 정답·해설편

기출유형 재구성

4 곱을 최대로 하는 분할

합이 홀수이므로 두 수는 같을 수 없다. $(p-q)^2$의 최솟값 1은 두 수가 연속한 정수일 때 얻는다. $4pq=(p+q)^2-(p-q)^2$를 쓴다.

답 56

---

5 연속 조건에서 나머지 결정

극한이 유한하려면 $c=5^3$이다. 세제곱 차를 인수분해하면 $x\neq 5$에서 $f(x)=x^2+5x+25$이다. 이 식의 극한을 택한다.

답 75

---

6 등비수열에서 항의 곱

중심이 a_6인 양쪽 항의 곱은 항상 a_6^2이다. 5쌍과 중앙항 하나를 곱하면 전체는 a_6^{11}이다.

답 4^{11}

제01회 정답·해설편

기출유형 재구성

7 방향을 바꾸는 운동

속도가 0이고 부호가 바뀌는 시각은 $a, 3a$이다. 세 구간에서 부호는 $+, -, +$이다. 위치는 $s(t) = \int_0^t v(u)\,du = t(t-3a)^2/3$이다. 양의 시각에서 위치가 0인 때는 $3a$뿐이다. $s(0) = 0$, $s(a) = 4a^3/3$, $s(3a) = 0$, $s(4a) = 4a^3/3$이다. 세 구간의 위치 변화량의 절댓값을 더하면 $4a^3$이다.

답 32

8 적분값으로 복원하는 이차함수

대칭구간에서 px의 적분은 0이다. 따라서 $2/3 + 2q = \frac{26}{3}$에서 $q = 4$이다. 두 함숫값을 빼면 $2pa = 48$가 되어 $p = 4$이다. 완전제곱식 $f(x) = (x + p/2)^2 + q - p^2/4$에서 제곱항이 0일 때가 최소이다. 홀수차항을 제외하면 $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2a^3/3 + 2aq$이다. 앞에서 구한 q를 대입한다.

답 192