2027학년도 / 수리논술

아주대

의학과 수학영역

최종점검
FINAL 10

맛보기 / 제04회

실제 수록 회차의 문제와 정답·해설

BLUE MATH

아주대학교 의학과

최종점검3 제1회

문제편

수학집중훈련용 · 생명과학 논제 자리를 수학으로 대체
연습120분 · 2대문항 · 9소문항 · 100점
출제 범위: 수학·수학 Ⅰ·수학 Ⅱ·미적분

이름 _____

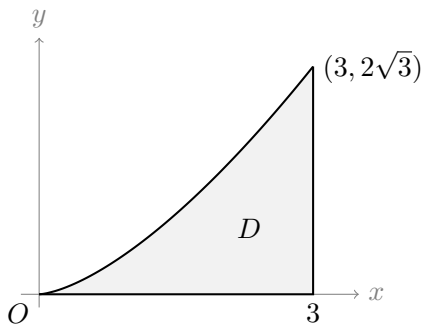
각 결론에 이르는 이유와 과정을 함께 서술하십시오.
소문항별 세부배점은 BlueMath 자체 연습 기준입니다.
실제 의학과 시험은 수학과 생명과학으로 구성됩니다.
본 교재는 사용자 요청에 따른 수학5+4소문항 집중훈련입니다.
확률과 통계·기하 제외 · 실제 난도와 풀이시간은 미실측입니다.
시험일: 2026년12월5일 · 실제 전체 고사시간120분
필기도구: 최종 수험생 공지 확인 필요.

최민구 T

문항 1

50점

$0 \le x \le 3$에서 $f(x) = \frac{2}{3}x^{3/2}$라 하자. 곡선 $y = f(x)$, 선분 $y = 0$ $(0 \le x \le 3)$, 선분 $x = 3$ $(0 \le y \le 2\sqrt{3})$가 이루는 닫힌 경계를 C라 하고 그 내부와 경계를 합친 도형을 D라 한다. 경계의 연결점은 한 번만 센다. 실수 b에 대하여 직선 $\ell_b : y = x + b$와 C의 서로 다른 교점 개수를 $N(b)$라 한다.



(1) C의 전체 길이를 구하시오. [8점]

(2) D의 넓이를 구하시오. [10점]

(3) $0 < t \le 3$에서 곡선 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선의 방정식과 x절편을 구하시오. 그 접선 중 기울기가 1인 직선도 구하시오. [10점]

(4) b의 범위를 나누어 $N(b)$를 구하시오. 접점과 경계의 연결점에서 교점을 중복하여 세지 않도록 하시오. [12점]

(5) 직선 ℓ_b가 도형 D의 넓이를 이등분하도록 하는 b를 구하고, 그러한 b가 유일함을 설명하시오. [10점]

문항 1 답안 작성

문항 2

50점

최고차항의 계수가 1인 사차다항식 $p(x)$가 다음 조건을 만족한다.

$$p(0)=p(1)=0, \qquad \int_0^1 p(x)dx=0, \qquad \int_0^1 xp(x)dx=0.$$

$0\le x\le 1$에서 $Q(x)=\int_0^x p(t)dt$라 하자.

(1) $p(x)$를 구하시오. [10점]

(2) $p(x)$의 모든 실근을 구하고 $[0,1]$에서의 부호를 구간별로 설명하시오. [10점]

(3) $Q(x)$를 인수분해된 식으로 나타내고, $[0,1]$에서의 최댓값·최솟값과 그 값을 갖는 위치를 모두 구하시오. [20점]

(4) $\int_0^1 |Q(x)|dx$를 구하시오. [10점]

문항 2 답안 작성

BLUE MATH

아주대학교 의학과

최종점검3 제1회

상세해설편

수학집중훈련용 · 생명과학 논제 자리를 수학으로 대체
연습120분 · 2대문항 · 9소문항 · 100점
출제 범위: 수학·수학 Ⅰ·수학 Ⅱ·미적분

이름 _____

각 결론에 이르는 이유와 과정을 함께 서술하십시오.
소문항별 세부배점은 BlueMath 자체 연습 기준입니다.
실제 의학과 시험은 수학과 생명과학으로 구성됩니다.
본 교재는 사용자 요청에 따른 수학5+4소문항 집중훈련입니다.
확률과 통계·기하 제외 · 실제 난도와 풀이시간은 미실측입니다.
시험일: 2026년12월5일 · 실제 전체 고사시간120분
필기도구: 최종 수험생 공지 확인 필요.

최민구 T

문항 1 거듭제곱 곡선의 길이와 경계 교점

50점

1. 풀이

$f'(x)=\sqrt{x}$이므로 곡선 부분의 길이는

$$\int_0^3 \sqrt{1+f'(x)^2}\,dx=\int_0^3 \sqrt{1+x}\,dx=\frac{2}{3}(4^{3/2}-1)=\frac{14}{3}.$$

밑변의 길이는 3, 오른쪽 수직선분의 길이는 $f(3)=2\sqrt{3}$입니다. 따라서 전체 길이는

$$\boxed{\frac{23}{3}+2\sqrt{3}}.$$

원점에서는 별도의 수직선분이 없으며, 경계가 만나는 점 자체는 길이를 더하지 않습니다.

2. 풀이

모든 $0\le x\le 3$에서 $f(x)\ge 0$이므로 넓이는

$$T=\int_0^3 \frac{2}{3}x^{3/2}dx=\left[\frac{4}{15}x^{5/2}\right]_0^3=\boxed{\frac{12\sqrt{3}}{5}}.$$

3. 풀이

접선의 기울기는 $\sqrt{t}$입니다. 점기울기식을 정리하면

$$y-\frac{2}{3}t^{3/2}=\sqrt{t}(x-t),\qquad \boxed{y=\sqrt{t}\,x-\frac{1}{3}t^{3/2}}.$$

$t>0$이므로 $y=0$을 대입하여 나누면 x절편은 $\boxed{t/3}$입니다. 기울기가 1일 필요충분조건은 $t=1$이므로 해당 접선은 $\boxed{y=x-1/3}$입니다.

4. 풀이

각 경계 위에서 $y-x$가 어떤 값을 갖는지 비교합니다. 밑변에서는 $y-x=-x$이므로 $[-3,0]$의 각 값마다 한 점이 있습니다. 오른쪽 수직선분에서는 $y-x=y-3$이므로 $[-3,v]$의 각 값마다 한 점이 있습니다. 여기서 $v=2\sqrt{3}-3>0$입니다. 곡선에서는 $h(x)=f(x)-x$를 조사합니다. $h'(x)=\sqrt{x}-1$이므로 $[0,1]$에서 감소, $[1,3]$에서 증가하며

$$h(0)=0,\quad h(1)=-1/3,\quad h(3)=v.$$

따라서 곡선과 직선의 교점은 $b<-1/3$이면 없고, $b=-1/3$이면 접점 하나, $-1/3<b\le 0$이면 두 개, $0<b\le v$이면 하나입니다. 범위 밖에는 없습니다. 이를 두 선분의 교점과 합치되 연결점을 한 번만 세어 얻는 결과는

b	$(-\infty,-3)$	-3	$(-3,-1/3)$	$-1/3$	$(-1/3,0)$	0	$(0,v)$	v	(v,∞)
$N(b)$	0	1	2	3	4	3	2	1	0

.

$b=-3$에서는 두 선분의 교점 $(3,0)$을 한 번만 셉니다. $b=0$에서는 원점이 곡선과 밑변에 동시에 속하므로 한 번만 셉니다. 이때 곡선의 다른 교점은 $x=9/4$입니다. $b=v$에서는 $(3,2\sqrt{3})$이 곡선과 수직선분의 공통점입니다. $b=-1/3$의 접점은 두 선분 위에 있지 않으므로 다른 두 교점과 별개입니다.

5. 풀이

$b\le -3$이면 직선 아래에 있는 D의 넓이는 0입니다. $-3<b\le -1/3$에서는 (4)에서 $f(x)-x\ge -1/3\ge b$이므로 직선은 곡선보다 위로 올라가지 않습니다. 직선은 $x=-b$에서 밑변과 만나고 $x=3$에서 높이 $3+b$에 이르므로, 직선 아래의 넓이는 직각삼각형의 넓이

$$B(b)=\frac{1}{2}(3+b)^2$$

입니다. 이 값은 그 구간에서 엄격히 증가합니다. $b=-1/3$에서는 $B=32/9$이며

$$\frac{32}{9}>\frac{6\sqrt{3}}{5}=\frac{T}{2}.$$

예를 들어 $\sqrt{3}<2$에서 오른쪽은 $12/5$보다 작고 $32/9>12/5$입니다. 따라서 이등분하는 b는 반드시 $(-3,-1/3)$ 안에 하나 있습니다. $B(b)=T/2$를 풀면

$$\frac{1}{2}(3+b)^2=\frac{6\sqrt{3}}{5},\qquad \boxed{b=-3+\sqrt{\frac{12\sqrt{3}}{5}}}.$$

제곱근은 양수이며 위 끝점 넓이 비교에서 이 값이 실제로 $-1/3$보다 작음도 확인됩니다. b를 증가시키면 직선 아래의 도형은 줄어들지 않으므로 $b\ge -1/3$에서는 이미 반보다 큰 넓이가 유지됩니다. $b\le -3$에서는 넓이가 0이고, 중간 구간에서는 엄격히 증가하므로 다른 이등분값은 없습니다.

정답 및 채점 점검

(1) $23/3 + 2\sqrt{3}$. (2) $12\sqrt{3}/5$. (3) $y = \sqrt{t}\,x - t^{3/2}/3$, x절편 $t/3$; 기울기1인 접선 $y = x - 1/3$. (4) $v = 2\sqrt{3} - 3$일 때 b의 구간 $(-\infty,-3),\{-3\},(-3,-1/3),\{-1/3\},(-1/3,0),\{0\},(0,v),\{v\},(v,\infty)$에 따른 개수는 $0,1,2,3,4,3,2,1,0$. (5) 유일한 $b = -3 + \sqrt{12\sqrt{3}/5}$.

채점 기준

총50점. 소문항별 8·10·10·12·10점. 길이와 넓이의 적분식, 접선 유도, 경계 교점의 중복 제외, 넓이 이등분 위치의 유일성 논증을 확인한다.

문항 2 경계값과 두 적분조건이 정하는 다항식

50점

1. 풀이

$p(0)=0$이므로 $p(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx$로 놓을 수 있습니다. 나머지 세 조건은

$$a+b+c=-1,\quad \frac{1}{5}+\frac{a}{4}+\frac{b}{3}+\frac{c}{2}=0,\quad \frac{1}{6}+\frac{a}{5}+\frac{b}{4}+\frac{c}{3}=0$$

입니다. 첫 식에서 $c=-1-a-b$를 대입하면 $15a+10b=-18$, $8a+5b=-10$입니다. 두 번째 식의 두 배에서 첫 식을 빼면 $a=-2$이고, 이어 $b=6/5, c=-1/5$입니다. 따라서

$$\boxed{p(x)=x^4-2x^3+\frac{6}{5}x^2-\frac{1}{5}x}.$$

계수가 유일하게 정해졌고 이 식은 원래 네 조건에 대입하여 모두 만족함을 확인할 수 있습니다.

2. 풀이

인수분해하면

$$p(x)=x(x-1)\left(x^2-x+\frac{1}{5}\right).$$

따라서 네 실근은 $0, 1$과

$$\alpha=\frac{1-1/\sqrt{5}}{2},\qquad \beta=\frac{1+1/\sqrt{5}}{2}$$

입니다. $0<\alpha<\beta<1$이고 $(0,1)$에서 $x(x-1)<0$입니다. 이차식은 (α,β)에서 음수, 그 밖에서 양수이므로 p는 $(0,\alpha)$에서 음수, (α,β)에서 양수, $(\beta,1)$에서 음수입니다. 네 근에서는 0입니다.

3. 풀이

직접 적분하고 인수분해하면

$$Q(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{x^4}{2}+\frac{2x^3}{5}-\frac{x^2}{10}=\boxed{\frac{x^2(1-x)^2(2x-1)}{10}}.$$

$Q'=p$이므로 (2)의 부호에서 Q는 $[0,\alpha]$에서 감소, $[\alpha,\beta]$에서 증가, $[\beta,1]$에서 감소합니다. 양 끝값은 모두 0이고, $Q(\alpha)<0<Q(\beta)$입니다. 따라서 최소는 α, 최대는 β에서 각각 유일하게 얻습니다. $\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=1/5$이며 $2\alpha-1=-1/\sqrt{5}$, $2\beta-1=1/\sqrt{5}$입니다. 인수분해식에 넣으면

$$\boxed{\min Q=-\frac{1}{250\sqrt{5}}\text{이며 위치는 } x=\alpha,\qquad \max Q=\frac{1}{250\sqrt{5}}\text{이며 위치는 } x=\beta}.$$

극점만 계산하는 데 그치지 않고 양 끝점의 값과도 비교했으므로 닫힌 구간 전체의 최대·최소가 결정됩니다.

4. 풀이

인수분해식에서 Q는 $(0,1/2)$에서 음수, $(1/2,1)$에서 양수이고 $Q(1-x)=-Q(x)$입니다. 따라서

$$\int_0^1|Q(x)|dx=2\int_{1/2}^1 Q(x)dx.$$

$u=x-1/2$로 놓으면 $x(1-x)=1/4-u^2$, $2x-1=2u$이므로 오른쪽은

$$\frac{2}{5}\int_0^{1/2}u(1/4-u^2)^2du.$$

$v=1/4-u^2$로 치환하여 계산하면

$$\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}\int_0^{1/4}v^2dv=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3\cdot 64}=\boxed{\frac{1}{960}}.$$

$\int_0^1 Q(x)dx=0$이지만 이는 양수 부분과 음수 부분의 부호 있는 넓이가 상쇄된다는 뜻이며, 절댓값 적분이 0이라는 뜻은 아닙니다.

정답 및 채점 점검

(1) $p = x^4 - 2x^3 + 6x^2/5 - x/5$. (2) 근 $0, \alpha = (1 - 1/\sqrt{5})/2, \beta = (1 + 1/\sqrt{5})/2, 1$; 내부 부호는 차례로 음·양·음. (3) $Q = x^2(1-x)^2(2x-1)/10$; $x = \alpha$에서 유일한 최소 $-1/(250\sqrt{5})$, $x = \beta$에서 유일한 최대 $1/(250\sqrt{5})$. (4) $1/960$.

채점 기준

총50점. 소문항별 10·10·20·10점. 네 조건에 따른 계수 결정, 근과 부호, 누적함수의 극값과 유일성, 절댓값 적분에서 부호를 나누는 과정을 확인한다.