2027학년도 / 수리논술

인하대

자연

최종점검
FINAL 10

맛보기 / 제04회

실제 수록 회차의 문제와 정답·해설

인하대학교

자연계열 · 일반(의예과 제외)

최종점검 4

제1회 · 문제편

접선의 조건 · 곱의 극한 · 좌우미분계수

BlueMath 자체 예상·확장 문항
2027학년도 공식 모의논술의 일반 자연계열 구성에 맞춘 연습입니다.

연습 시간 100분 · 3대문항 · 8소문항 · 100점
문제1 30점 / 문제2 35점 / 문제3 35점

풀이의 근거와 조건을 문장으로 서술하세요.

이름: _____ 풀이일: _____

교정판 2026.11.09 · 구판 최종점검2 07회와 같은 문항

최민구T · BlueMath Lab

최종점검 4 · 제1회 문제 1 30점

교과 개념 제시문

함수 f가 $x=a$에서 미분가능할 때 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선은 $y-f(a)=f'(a)(x-a)$이다. 어떤 구간에서 $f'(x)>0$이면 f는 그 구간에서 증가하고, $f'(x)<0$이면 감소한다.

$a>0$이고 $f_a(x)=x^4-ax^2$이다. 원점을 O라 하자.

(1) 곡선 $y=f_a(x)$의 접선 중 원점을 지나는 모든 접선의 접점의 x좌표와 방정식을 구하시오. [15점]

(2) 원점이 아닌 두 접점을 P, Q라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이가 2일 때 a를 구하시오. [15점]

점검: 조건을 식으로 · 경우를 빠짐없이 · 결론을 질문에 맞게

최종점검 4 · 제1회 문제 1 답안지

(1) 풀이

(2) 풀이

최종점검 4 · 제1회 문제 2 35점

교과 개념 제시문

연속함수 f에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(a+\dfrac{k(b-a)}{n}\right)=\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$이다. $a\le b$이고 $[a,b]$에서 연속인 두 함수가 $f(x)\le g(x)$를 만족하면 $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx\le\int_a^b g(x)\,dx$이다. 또 $a_n\le b_n\le c_n$이고 a_n, c_n이 같은 값 L로 수렴하면 b_n도 L로 수렴한다.

$b_{n,k}=1+\left|\dfrac{2k}{n}-1\right|$, $G_n=(b_{n,1}b_{n,2}\cdots b_{n,n})^{\frac{1}{n}}$이라 하자.

(1) $I=\displaystyle\int_0^1 \ln(1+|2x-1|)\,dx$를 구하시오. [10점]

(2) $\lim_{n\to\infty} G_n$과 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} b_{n,k}$를 구하시오. [10점]

(3) 양수 c, t에 대하여 $\ln t\le \ln c+\dfrac{t-c}{c}$임을 증명하고, 이를 이용하여 $\lim_{n\to\infty} G_n<\dfrac{3}{2}$임을 보이시오. [15점]

점검: 조건을 식으로 · 경우를 빠짐없이 · 결론을 질문에 맞게

최종점검 4 · 제1회 문제 2 답안지

(1) 풀이

(2) 풀이

(3) 풀이

최종점검 4 · 제1회 문제 3 35점

교과 개념 제시문

함수 f의 $x=a$에서의 미분계수는 $f'(a)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$로 정의한다. 이 극한이 존재할 필요충분조건은 좌미분계수와 우미분계수가 모두 유한한 값으로 존재하고 서로 같은 것이다.

$0\le a\le \pi$, $H(x)=\sin(|x|+a)-b|x|$라 하자.

(1) H가 실수 전체에서 미분가능하기 위한 a, b의 관계를 구하시오. [10점]

(2) (1)의 조건과 $H(\pi)=H(0)$을 동시에 만족하는 a가 유일함을 보이고, $\sin a, \cos a, b$의 값을 구하시오. [10점]

(3) (2)의 조건에서 $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} H(x)\,dx$를 구하시오. [15점]

점검: 조건을 식으로 · 경우를 빠짐없이 · 결론을 질문에 맞게

최종점검 4 · 제1회 문제 3 답안지

(1) 풀이

(2) 풀이

(3) 풀이

인하대학교

자연계열 · 일반(의예과 제외)

최종점검 4

제1회 · 상세해설

접선의 조건 · 곱의 극한 · 좌우미분계수

BlueMath 자체 예상·확장 문항

2027학년도 공식 모의논술의 일반 자연계열 구성에 맞춘 연습입니다.

첫 판단과 이유 → 단계별 계산 → 모범답안과 채점 → 다시 쓰기

부분점수는 BlueMath의 자체 학습용 기준입니다.

교정판 2026.11.09 · 구판 최종점검2 07회와 같은 문항

최민구T · BlueMath Lab

최종점검 4 · 제1회 문제 1 30점

교과 개념 제시문

함수 f가 $x=a$에서 미분가능할 때 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선은 $y-f(a)=f'(a)(x-a)$이다. 어떤 구간에서 $f'(x)>0$이면 f는 그 구간에서 증가하고, $f'(x)<0$이면 감소한다.

$a>0$이고 $f_a(x)=x^4-ax^2$이다. 원점을 O라 하자.

(1) 곡선 $y=f_a(x)$의 접선 중 원점을 지나는 모든 접선의 접점의 x좌표와 방정식을 구하시오. [15점]

(2) 원점이 아닌 두 접점을 P, Q라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이가 2일 때 a를 구하시오. [15점]

점검: 조건을 식으로 · 경우를 빠짐없이 · 결론을 질문에 맞게

최종점검 4 · 제1회 문제 1 상세해설

원점을 지나는 세 접선과 매개변수 복원

문제 읽기와 첫 판단

접선이 지나는 점의 조건은 접점 좌표에 대한 방정식입니다. 접선의 절편을 0으로 두면 됩니다.

(1) 단계별 풀이

$x=t$에서의 접선은 $y=f_a'(t)(x-t)+f_a(t)$입니다. 원점을 지나려면 $f_a(t)-tf_a'(t)=0$, 즉 $t^2(a-3t^2)=0$입니다. 따라서 $t=0,\pm\sqrt{\dfrac{a}{3}}$. $t=0$의 기울기는 0이고 접점의 x좌표가 0이 아닌 경우에서는 $f_a'(t)=4t^3-2at=-\dfrac{2a}{3}t$입니다. $a>0$이므로 세 기울기는 서로 달라 세 접선 모두 구별됩니다.

(2) 단계별 풀이

$r=\sqrt{\dfrac{a}{3}}>0$라 두면 두 접점은 $P(-r,-\dfrac{2a^2}{9}),Q(r,-\dfrac{2a^2}{9})$입니다. 밑변의 길이는 $2r$, 원점에서의 높이는 $\dfrac{2a^2}{9}$이므로 넓이는 $\dfrac{2a^{\frac{5}{2}}}{9\sqrt{3}}$입니다. 이를 2로 놓으면 $a^{\frac{5}{2}}=9\sqrt{3}=3^{\frac{5}{2}}$입니다. 양수에서 거듭제곱 함수가 증가하므로 유일한 값은 $a=3$입니다.

최종점검 4 · 제1회 문제 1 답안과 채점

정답 확인

(1) 접점 $t=0, \pm\sqrt{\dfrac{a}{3}}$; 접선 $y=0$ 및 $y=\mp\dfrac{2a}{3}\sqrt{\dfrac{a}{3}}\,x$.

(2) $a=3$.

실전 모범답안

$f(t)-tf'(t)=t^2(a-3t^2)=0$에서 세 접점을 얻는다. x좌표가 0이 아닌 두 접점은 높이가 같고 대칭이므로 넓이는 $\dfrac{2a^{\frac{5}{2}}}{9\sqrt{3}}$. 이 값이 2이므로 $a=3$이다.

부분점수 기준

소문항	평가 요소
(1) 15점	접선의 원점 통과 조건 5점 / 모든 접점과 서로 다른 접선 8점 / 정확한 결론 2점
(2) 15점	대칭 접점의 밑변·높이 5점 / 매개변수 결정과 유일성 8점 / 정확한 결론 2점

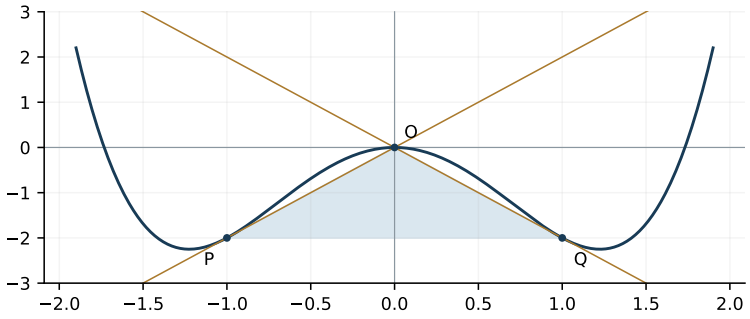
동치인 풀이에도 같은 기준을 적용합니다. 계산 오류와 이후 논증의 타당성을 분리해 평가합니다.

자주 틀리는 지점

t로 나누어 $t=0$을 빠뜨리지 않습니다. 접점의 개수와 서로 다른 접선의 개수도 확인합니다.

간단히 푸는 방법과 사용 조건

원점을 지나는 조건 $f(t)=tf'(t)$를 기억해 두면 접선식을 반복해서 전개할 필요가 없습니다.



최종점검 4 · 제1회 문제 2 35점

교과 개념 제시문

연속함수 f에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(a+\dfrac{k(b-a)}{n}\right)=\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$이다. $a\le b$이고 $[a,b]$에서 연속인 두 함수가 $f(x)\le g(x)$를 만족하면 $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx\le\int_a^b g(x)\,dx$이다. 또 $a_n\le b_n\le c_n$이고 a_n, c_n이 같은 값 L로 수렴하면 b_n도 L로 수렴한다.

$b_{n,k}=1+\left|\dfrac{2k}{n}-1\right|$, $G_n=(b_{n,1}b_{n,2}\cdots b_{n,n})^{\frac{1}{n}}$이라 하자.

(1) $I=\displaystyle\int_0^1 \ln(1+|2x-1|)\,dx$를 구하시오. [10점]

(2) $\lim_{n\to\infty} G_n$과 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} b_{n,k}$를 구하시오. [10점]

(3) 양수 c, t에 대하여 $\ln t\le \ln c+\dfrac{t-c}{c}$임을 증명하고, 이를 이용하여 $\lim_{n\to\infty} G_n<\dfrac{3}{2}$임을 보이시오. [15점]

점검: 조건을 식으로 · 경우를 빠짐없이 · 결론을 질문에 맞게

최종점검 4 · 제1회 문제 2 상세해설

절댓값으로 정한 인자들의 곱

문제 읽기와 첫 판단

절댓값이 있어도 함수가 연속이면 구분구적법을 쓸 수 있습니다. 평균의 대소를 수치 근삿값 없이 증명합니다.

(1) 단계별 풀이

$x=\frac{1}{2}$를 기준으로 나누거나 $x\mapsto 1-x$의 대칭을 사용합니다. $I=2\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1}\ln(2x)\,dx$이고 $u=2x-1$로 바꾸면 $I=\displaystyle\int_{0}^{1}\ln(1+u)\,du$입니다. 원시함수 $(1+u)\ln(1+u)-(1+u)$를 사용하면 $I=2\ln 2-1$입니다.

(2) 단계별 풀이

$\ln G_n=\frac{1}{n}\sum\ln(1+|\frac{2k}{n}-1|)$은 연속함수의 오른쪽 구분구적합이므로 I로 갑니다. 따라서 $G_n\to e^{2\ln 2-1}=\frac{4}{e}$입니다. 산술평균은 $\displaystyle\int_{0}^{1}(1+|2x-1|)\,dx=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$로 갑니다. n의 홀짝에 따라 표본점 $\frac{1}{2}$의 포함 여부가 달라도 연속함수의 적분 극한은 같습니다.

(3) 단계별 풀이

먼저, 증명한 부등식의 등호 조건까지 확인합니다. 양수 c를 고정하고

$$D(t)=\ln c+\frac{t-c}{c}-\ln t\qquad(t>0)$$

라 두면 $D'(t)=\frac{1}{c}-\frac{1}{t}=\frac{t-c}{ct}$입니다. $ct>0$이므로 $0<t<c$에서는 감소하고 $t>c$에서는 증가합니다. 따라서 $t=c$에서만 최솟값 $D(c)=0$을 갖습니다. 즉,

$$\ln t\le\ln c+\frac{t-c}{c},\qquad\text{등호는 } t=c\text{일 때만 성립합니다.}$$

여기까지가 앞의 증명입니다. 이제 이 식을 뒤의 극한 비교에 연결하겠습니다.

최종점검 4 · 제1회 문제 2 상세해설 · (3) 적용

① 무엇을 보이면 되는지부터 바꿉니다

$f(x)=1+|2x-1|$이라 두겠습니다. (2)에서 로그를 취하여 얻은 결과는

$$\lim_{n\to\infty}\ln G_n = I = \int_0^1 \ln f(x)\,dx, \qquad \lim_{n\to\infty} G_n = e^I$$

입니다. 지수함수는 증가하므로, 우리가 보일 목표는 다음과 같이 바뀝니다.

$$\lim_{n\to\infty} G_n < \frac{3}{2} \iff e^I < \frac{3}{2} \iff I < \ln\frac{3}{2}.$$

로그가 있는 목표로 바꾸었으므로, 앞서 증명한 로그 부등식을 사용할 수 있습니다.

② c와 t를 목표에 맞추어 정합니다

부등식의 오른쪽 $\ln c$가 목표인 $\ln\frac{3}{2}$가 되도록 $c=\frac{3}{2}$로 정합니다. 왼쪽 $\ln t$가 적분할 함수 $\ln f(x)$가 되도록 $t=f(x)=1+|2x-1|$를 넣습니다. 여기서 c는 고정한 수이고, t에는 x에 따라 달라지는 양수 $f(x)$를 넣은 것입니다. $0\le x\le 1$에서 $f(x)\ge 1>0$이므로 대입 조건도 만족합니다.

$$\boxed{\ln f(x) \le \ln\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\left(f(x)-\frac{3}{2}\right).}$$

③ 추가된 항의 적분이 왜 0인지 계산합니다

(2)에서 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx=\frac{3}{2}$입니다. 이를 직접 확인하면

$$\int_0^1 f(x)\,dx = 1+\int_0^{\frac12}(1-2x)\,dx+\int_{\frac12}^1(2x-1)\,dx = 1+\frac14+\frac14=\frac{3}{2}.$$

그러므로

$$\begin{aligned}\int_0^1\left(f(x)-\frac{3}{2}\right)dx &= \int_0^1 f(x)\,dx-\int_0^1\frac{3}{2}\,dx\\ &= \frac{3}{2}-\frac{3}{2}(1-0)=0.\end{aligned}$$

따라서 위의 부등식을 0부터 1까지 적분하면

$$\begin{aligned}I=\int_0^1\ln f(x)\,dx &\le \int_0^1\left\{\ln\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\left(f(x)-\frac{3}{2}\right)\right\}dx\\ &= \ln\frac{3}{2}\cdot(1-0)+\frac{2}{3}\cdot 0=\ln\frac{3}{2}.\end{aligned}$$

$c=\frac{3}{2}$는 목표값을 만들면서 추가된 항의 적분도 0으로 만드는 선택입니다. 다만 여기까지 얻은 것은 $I\le\ln\frac{3}{2}$입니다. 문제에서 요구한 $<$를 얻으려면 등호가 가능한지 확인해야 합니다.

최종점검 4 · 제1회 문제 2 상세해설 · (3) 등호 확인

④ 두 점에서 등호가 성립해도, 두 적분값은 같지 않습니다

처음 증명한 부등식의 등호는 $t = c$일 때만 성립했습니다. 대입한 값으로 바꾸어 쓰면

$$f(x) = \frac{3}{2} \iff 1 + |2x-1| = \frac{3}{2} \iff |2x-1| = \frac{1}{2}.$$

따라서 등호가 성립하는 점은 $\boxed{x = \frac{1}{4},\ \frac{3}{4}}$뿐입니다. 이 두 점을 제외한 나머지 점에서는 오른쪽 함수의 값이 더 큽니다.

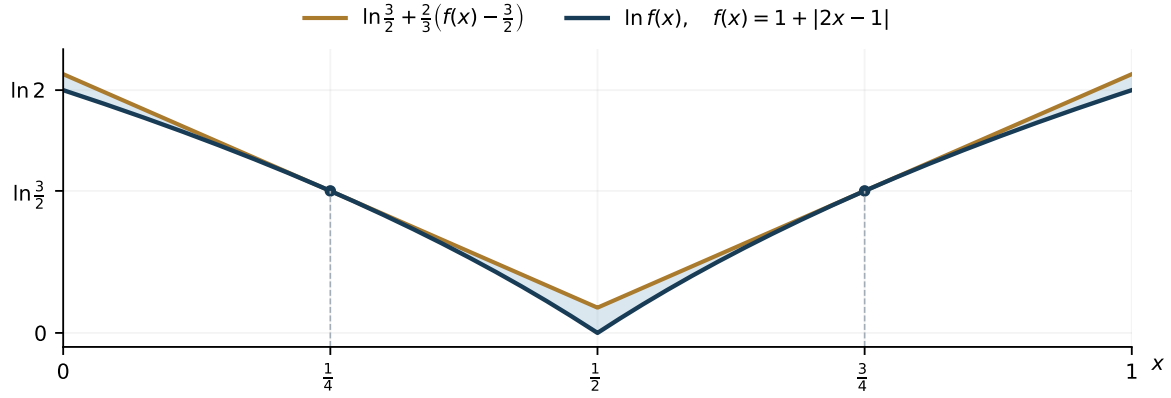


그림 읽기 위쪽 그래프와 아래쪽 그래프는 $x = \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$에서만 만납니다. 다른 구간에는 두 그래프 사이에 양의 넓이가 남습니다. 두 점에서 만난다는 사실은 전체 넓이 차이가 0이라는 뜻이 아닙니다.

정확하게는

$$h(x) = \ln\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\left(f(x) - \frac{3}{2}\right) - \ln f(x)$$

라고 둘 때, h는 연속이고 $[0,1]$에서 $h(x) \geq 0$입니다. 특히 $\frac{1}{4} < x < \frac{3}{4}$에서는 $f(x) < \frac{3}{2}$이므로 $h(x) > 0$입니다. 따라서 이 구간에서 실제로 양의 넓이가 생겨

$$\int_0^1 h(x)\,dx > 0$$

입니다. 앞에서 오른쪽 함수의 적분을 $\ln\frac{3}{2}$로 계산했으므로

$$\int_0^1 h(x)\,dx = \ln\frac{3}{2} - I > 0, \qquad \text{즉 } I < \ln\frac{3}{2}.$$

⑤ 처음 목표로 돌아가서 마무리합니다

지수함수가 증가하므로

$$\boxed{\lim_{n\to\infty} G_n = e^I < e^{\ln\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}}$$

입니다. 이로써 뒤의 "$\lim_{n\to\infty} G_n < \frac{3}{2}$임을 보이시오"까지 증명이 완성됩니다.

최종점검 4 · 제1회 문제 2 답안과 채점

정답 확인

(1) $I = 2\ln 2 - 1$.

(2) $\dfrac{4}{e}, \dfrac{3}{2}$.

(3) 등호는 $t = c$일 때만; $\dfrac{4}{e} < \dfrac{3}{2}$.

실전 모범답안

(1) $I = \displaystyle\int_0^1 \ln(1+u)\,du = 2\ln 2 - 1$이다. (2) 로그를 취한 구분구적합에서 $G_n \to e^I = \dfrac{4}{e}$, 산술평균의 극한은 $\displaystyle\int_0^1 (1+|2x-1|)\,dx = \frac{3}{2}$이다.

(3) $D(t) = \ln c + \dfrac{t-c}{c} - \ln t$라 두면 $D'(t) = \dfrac{t-c}{ct}$이므로 D는 $t = c$에서만 최솟값 0을 갖는다. 따라서 주어진 부등식이 성립하고 등호는 $t = c$일 때뿐이다.

$f(x) = 1 + |2x-1|$로 놓고 증명한 부등식에 $c = \dfrac{3}{2}$, $t = f(x)$를 대입하면

$$\ln f(x) \le \ln\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\left(f(x) - \frac{3}{2}\right).$$

등호는 $x = \dfrac{1}{4}, \dfrac{3}{4}$에서만 성립한다. 두 함수는 연속이고 그 밖의 점에서는 오른쪽이 더 크므로

$$\begin{aligned} I &< \int_0^1 \left\{\ln\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\left(f(x) - \frac{3}{2}\right)\right\} dx \\ &= \ln\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\right) = \ln\frac{3}{2}. \end{aligned}$$

따라서 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} G_n = e^I < \frac{3}{2}$이다.

부분점수 기준

소문항	평가 요소
(1) 10점	절댓값 분할·대칭 4점 / 로그 정적분 4점 / 정확한 결론 2점
(2) 10점	두 구분구적합 4점 / 로그 극한의 복원 4점 / 정확한 결론 2점
(3) 15점	로그 접선 부등식의 증명 5점 / 적분 후 엄격한 대소 8점 / 정확한 결론 2점

동치인 풀이에도 같은 기준을 적용합니다. 계산 오류와 이후 논증의 타당성을 분리해 평가합니다.

최종점검 4 · 제1회 문제 2 다시 풀 때의 점검

자주 틀리는 지점

각 n에서 성립하는 엄격한 부등식에 극한을 취하는 것만으로는 $<$가 그대로 남는다고 할 수 없습니다. 예를 들어

$$\frac{3}{2}-\frac{1}{n}<\frac{3}{2}\quad(n=1,2,\dots),\qquad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{n}\right)=\frac{3}{2}$$

입니다. 이번 문제에서는 **정적분 자체를 비교하여 양의 넓이 차이가 남는다는 사실**로 $I<\ln\frac{3}{2}$를 증명해야 합니다. 두 함수가 몇 점에서 같다는 사실만으로 적분값까지 같아지는 것도 아닙니다.

간단히 푸는 방법과 사용 조건

(1)의 적분에서 절댓값을 풀고 각각 $t=2-2x$, $t=2x$로 치환하면

$$I=\frac{1}{2}\int_1^2 \ln t\,dt+\frac{1}{2}\int_1^2 \ln t\,dt=\int_1^2 \ln t\,dt.$$

이제 $c=\frac{3}{2}$를 넣은 로그 부등식을 1부터 2까지 적분합니다. 등호가 성립하는 $t=\frac{3}{2}$ 한 점을 제외하면 오른쪽이 더 크므로

$$I<\int_1^2\left\{\ln\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\left(t-\frac{3}{2}\right)\right\}dt=\ln\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\left[\frac{t^2}{2}-\frac{3}{2}t\right]_1^2=\ln\frac{3}{2}.$$

따라서 $e^I<\frac{3}{2}$입니다. 이 방법도 등호 조건과 적분의 엄격성을 확인해야 합니다.

최종점검 4 · 제1회 문제 3 35점

교과 개념 제시문

함수 f의 $x=a$에서의 미분계수는 $f'(a)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$로 정의한다. 이 극한이 존재할 필요충분조건은 좌미분계수와 우미분계수가 모두 유한한 값으로 존재하고 서로 같은 것이다.

$0\le a\le \pi$, $H(x)=\sin(|x|+a)-b|x|$라 하자.

(1) H가 실수 전체에서 미분가능하기 위한 a, b의 관계를 구하시오. [10점]

(2) (1)의 조건과 $H(\pi)=H(0)$을 동시에 만족하는 a가 유일함을 보이고, $\sin a, \cos a, b$의 값을 구하시오. [10점]

(3) (2)의 조건에서 $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} H(x)\,dx$를 구하시오. [15점]

점검: 조건을 식으로 · 경우를 빠짐없이 · 결론을 질문에 맞게

최종점검 4 · 제1회 문제 3 상세해설

절댓값 합성함수의 좌우미분계수

문제 읽기와 첫 판단

절댓값의 식이 바뀌는 원점에서 좌우미분계수를 비교합니다. 삼각함수의 각을 역삼각함수 기호로 나타낼 필요는 없습니다.

(1) 단계별 풀이

0의 우미분계수는 $\cos a - b$, 좌미분계수는 $-\cos a + b$입니다. 둘이 같을 조건은 $b = \cos a$이며, 다른 점에서는 이미 미분가능하므로 필요충분조건입니다.

(2) 단계별 풀이

$H(\pi) = -\sin a - \pi b$, $H(0) = \sin a$이므로 $2\sin a + \pi\cos a = 0$입니다. $[0, \frac{\pi}{2}]$에서는 왼쪽이 양수이고 끝점 π에서는 음수이므로 연속성과 사잇값 정리에 의해 해는 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$에 적어도 하나 있습니다. 이 구간에서 $\tan a = -\frac{\pi}{2}$이고 tan은 $-\infty$에서 0까지 엄격히 증가하므로 해가 유일합니다. 사분면과 $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$을 쓰면 $\sin a = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2+4}}$, $\cos a = -\frac{2}{\sqrt{\pi^2+4}}$이고 $b = \cos a$입니다.

(3) 단계별 풀이

H는 짝함수입니다. 따라서 적분은 $2\int_0^{\pi} \{\sin(x+a) - x\cos a\}\,dx$입니다. 첫 적분은 $2\cos a$, 둘째는 $\frac{\pi^2}{2}\cos a$이므로 전체는 $(4-\pi^2)\cos a = \frac{2(\pi^2-4)}{\sqrt{\pi^2+4}}$입니다.

최종점검 4 · 제1회 문제 3 답안과 채점

정답 확인

(1) $b = \cos a$.

(2) 유일한 $a \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$; $\sin a = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2+4}}$, $\cos a = b = -\frac{2}{\sqrt{\pi^2+4}}$.

(3) $\frac{2(\pi^2-4)}{\sqrt{\pi^2+4}}$.

실전 모범답안

좌우미분계수를 맞추면 $b = \cos a$. 높이 조건은 $2\sin a + \pi\cos a = 0$이므로 둘째 사분면에서 유일하며 $\cos a = -\frac{2}{\sqrt{\pi^2+4}}$. 짝함수 적분으로 전체 적분은 $(4-\pi^2)\cos a$이다.

부분점수 기준

소문항	평가 요소
(1) 10점	원점의 좌우미분계수 4점 / 필요충분 관계 4점 / 정확한 결론 2점
(2) 10점	높이 조건과 사분면 4점 / 해의 유일성 및 삼각함숫값 4점 / 정확한 결론 2점
(3) 15점	짝함수 적분 5점 / 매개변수 대입과 값 정리 8점 / 정확한 결론 2점

동치인 풀이에도 같은 기준을 적용합니다. 계산 오류와 이후 논증의 타당성을 분리해 평가합니다.

자주 틀리는 지점

$\tan a$의 값만 보고 사분면을 생략하면 사인·코사인의 부호를 잘못 정할 수 있습니다.

간단히 푸는 방법과 사용 조건

짝함수 적분으로 반구간만 계산하고, 결과를 $\cos a$로 묶어 앞 소문항 값을 대입합니다.